

Θέμα Α [Σύνολο μονάδων: 25]

A1. Απόδειξη στην σελίδα 186 του σχολικού βιβλίου

- Κάθε συνάρτηση της μορφής $G(x) = F(x) + c$, όπου $c \in \mathbb{R}$, είναι μια παράγουσα της f στο Δ , αφού
 $G'(x) = (F(x) + c)' = F'(x) = f(x)$, για κάθε $x \in \Delta$.
- Έστω G είναι μια άλλη παράγουσα της f στο Δ . Τότε για κάθε $x \in \Delta$ ισχύουν $F'(x) = f(x)$ και $G'(x) = f(x)$, οπότε
 $G'(x) = F'(x)$, για κάθε $x \in \Delta$.
Άρα, σύμφωνα με τις Συνέπειες του Θ.Μ.Τ, υπάρχει σταθερά c τέτοια, ώστε
 $G(x) = F(x) + c$, για κάθε $x \in \Delta$. ■

A2. Θεώρημα στην σελίδα 142 του σχολικού βιβλίου.

Έστω μια συνάρτηση f ορισμένη σ' ένα διάστημα Δ και x_0 ένα εσωτερικό σημείο του Δ .
Αν η f παρουσιάζει τοπικό ακρότατο στο x_0 και είναι παραγωγίσιμη στο σημείο αυτό, τότε:
$$f'(x_0) = 0$$

$\left. \begin{array}{l} f/\Delta \\ x_0 \in \Delta^{\text{εσωτ}} \\ f(x_0) \text{ τοπ. ακροτ.} \\ \exists f'(x_0) \end{array} \right\} \Rightarrow f'(x_0) = 0$	Έστω μια συνάρτηση f ορισμένη σ' ένα διάστημα Δ και x_0 ένα εσωτερικό σημείο του Δ . Αν η f παρουσιάζει τοπικό ακρότατο στο x_0 και είναι παραγωγίσιμη στο σημείο αυτό, τότε : $f'(x_0) = 0$
--	--

A3. Ορισμός στην σελίδα 161 του σχολικού βιβλίου

- Η ευθεία $x = x_0$ λέγεται **κατακόρυφη ασύμπτωτη** της C_f
αν $\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = \pm\infty$ ή αν $\lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = \pm\infty$

A4.

- α) Σωστό
- β) Σωστό
- γ) Σωστό
- δ) Λάθος
- ε) Λάθος

Θέμα Β [Σύνολο μονάδων: 25]

B1.

Για το πεδίο ορισμού της $h = f \circ g$ πρέπει :

$$\begin{cases} x \in Dg \\ g(x) \in Df \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ \sqrt{x} \leq 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ x \leq 1 \end{cases} \Rightarrow D_h = D_{f \circ g} = [0,1]$$

Τύπος

$$h(x) = f(g(x)) = f(\sqrt{x}) = (\sqrt{x})^4 - 2(\sqrt{x})^2 + 1 = x^2 - 2x + 1 = (x - 1)^2$$

B2.

$$h(x) = (x - 1)^2,$$

$$h'(x) = 2(x - 1)(x - 1)' = 2(x - 1) < 0 \text{ } \acute{\alpha}\rho\alpha \text{ } h \searrow [0,1] \Rightarrow h : 1 - 1$$

Υπάρχει h^{-1} με

$$h^{-1} : D_{h^{-1}} = h(D_h) \rightarrow D_h = [0,1]$$

$$D_{h^{-1}} = h(D_h) = h([0,1]) \stackrel{h \searrow}{=} [h(1), h(0)] = [0,1]$$

Με τύπο

$$\boxed{y = h(x) \Leftrightarrow h^{-1}(y) = x}$$

$$y = h(x) \Leftrightarrow y = (x - 1)^2 \stackrel{y \geq 0}{\Leftrightarrow} \sqrt{y} = \sqrt{(x - 1)^2}$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{y} = |x - 1| \stackrel{0 \leq x \leq 1}{\Leftrightarrow} \sqrt{y} = -x + 1 \Leftrightarrow x = 1 - \sqrt{y} \Leftrightarrow f^{-1}(y) = 1 - \sqrt{y}$$

$$\acute{\alpha}\rho\alpha \boxed{h^{-1}(x) = 1 - \sqrt{x}} \text{ , } x \in [0,1]$$

B3.

$$\varphi(x) = \begin{cases} \frac{1 - \sqrt{x}}{1 - x}, & x \in [0,1) \\ \frac{1}{2}, & x = 1 \end{cases}$$

(i) Αρκεί να δείξουμε ότι η φ είναι συνεχής στο $[0,1]$ και $\varphi(0) \neq \varphi(1)$

Η φ είναι συνεχής στο $[0,1)$ ως πράξεις συνεχών, επομένως αρκεί να δείξουμε ότι η φ είναι συνεχής στο 1, και έχουμε :

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 1^-} \varphi(x) &= \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{1 - \sqrt{x}}{1 - x} \cdot \frac{1 + \sqrt{x}}{1 + \sqrt{x}} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{1 - x}{(1 - x)(1 + \sqrt{x})} \\ &= \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{1}{(1 + \sqrt{x})} = \frac{1}{2} = \varphi(1) \end{aligned}$$

άρα η φ είναι συνεχής στο 1

$$\left. \begin{aligned} \varphi(0) &= 1 \\ \varphi(1) &= \frac{1}{2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \varphi(0) \neq \varphi(1)$$

(ii)

$$\frac{\pi}{6} < \alpha < \frac{\pi}{2} \iff \eta\mu x \nearrow \left(0, \frac{\pi}{2}\right) \iff \eta\mu \frac{\pi}{6} < \eta\mu \alpha < \eta\mu \frac{\pi}{2} \iff \frac{1}{2} < \eta\mu \alpha < 1 \quad (I)$$

θET

$\Rightarrow \varphi(0) < \eta\mu \alpha < \varphi(1) \Rightarrow$ υπάρχει τουλάχιστον ένα $x_0 \in (0,1)$ ώστε $\varphi(x_0) = \eta\mu \alpha$

B3(ii) αλλιώς ...

$$\varphi(x_0) = \eta\mu \alpha \Leftrightarrow \varphi(x_0) - \eta\mu \alpha = 0$$

Ορίζουμε $g(x) = \varphi(x) - \eta\mu \alpha$ στο $[0,1]$ συνεχής ως πράξεις συνεχών

$$g(0) = \varphi(0) - \eta\mu \alpha = 1 - \eta\mu \alpha > 0 \quad \text{από (I)}$$

$$g(1) = \varphi(1) - \eta\mu \alpha = \frac{1}{2} - \eta\mu \alpha < 0 \quad \text{από (I)}$$

Άρα $g(0)g(1) < 0$ έτσι από θ.Bolzano

υπάρχει τουλάχιστον ένα $x_0 \in (0,1)$ ώστε $g(x_0) = 0 \Leftrightarrow \varphi(x_0) = \eta\mu \alpha$

Θέμα Γ [Σύνολο μονάδων: 25]

Γ1.

[]

Για $x < -1$

$$\left. \begin{array}{l} f'(x) = -2 \\ (-2x)' = -2 \end{array} \right\} \Rightarrow f'(x) = (-2x)' \iff \boxed{f(x) = -2x + c_1, \quad \forall x \leq -1} \quad \text{ΣΘΜΤ}$$

Για $x > -1$

$$\left. \begin{array}{l} f'(x) = 3x^2 - 1 \\ (x^3 - x)' = 3x^2 - 1 \end{array} \right\} \Rightarrow f'(x) = (x^3 - x)' \iff \boxed{f(x) = x^3 - x + c_2, \quad \forall x > -1} \quad \text{ΣΘΜΤ}$$

$$\text{Όμως } O(0,0) \in C_f \Leftrightarrow f(0) = 0 \Leftrightarrow c_2 = 0 \text{ άρα } \boxed{f(x) = x^3 - x, \quad \forall x > -1}$$

Επίσης η f είναι συνεχής στο $\mathbb{R}$, άρα και στο -1 , επομένως

$$\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = f(-1) \Leftrightarrow$$

$$\lim_{x \rightarrow -1^-} (-2x + c_1) = \lim_{x \rightarrow -1^+} (x^3 - x) = f(-1) \Leftrightarrow 2 + c_1 = 0 \Leftrightarrow c_1 = -2$$

Επομένως

$$f(x) = \begin{cases} -2x - 2, & \forall x \leq -1 \\ x^3 - x, & \forall x > -1 \end{cases}$$

Γ2.

Για $x_0 > -1$ η εξίσωση της εφαπτομένης στη γραφική παράσταση της f στο σημείο $A(x_0, f(x_0))$ είναι

$$(\varepsilon) : y - f(x_0) = f'(x_0)(x - x_0)$$

$$(0, -2) \in (\varepsilon) \Leftrightarrow -2 - f(x_0) = f'(x_0)(0 - x_0)$$

$$\Leftrightarrow -2 - (x_0^3 - x_0) = (3x_0^2 - 1)(-x_0)$$

$$\Leftrightarrow -2 - x_0^3 + x_0 = -3x_0^3 + x_0 \Leftrightarrow x_0^3 = 1 \Leftrightarrow x_0 = 1$$

Επομένως

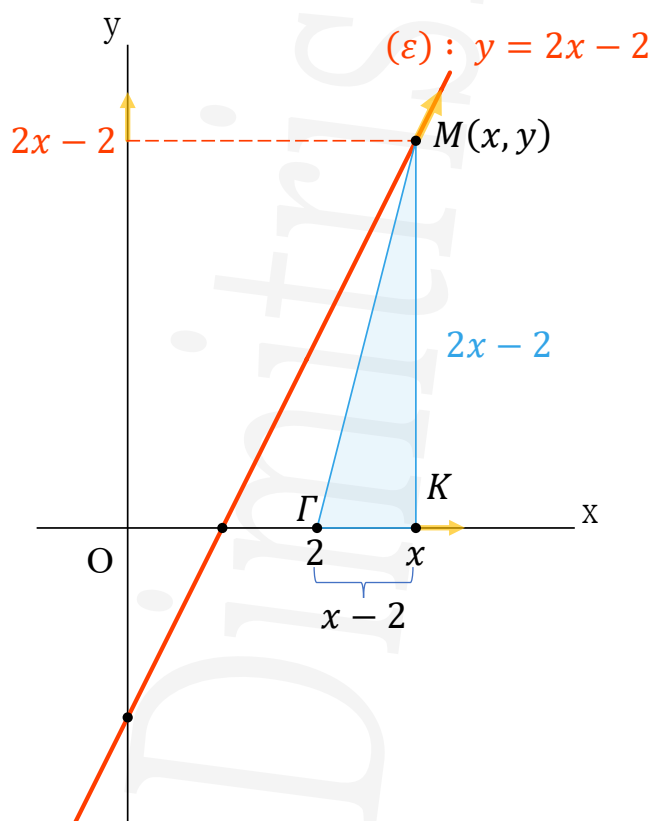
η εξίσωση της εφαπτομένης είναι $y - f(1) = f'(1)(x - 1)$

$$\Leftrightarrow (\varepsilon) : y = 2x - 2$$

Γ3.

Για $x > 2$ έχουμε $M(x, y) \in (\varepsilon) : y = 2x - 2 \Leftrightarrow M(x, 2x - 2)$

Η προβολή του M πάνω στον άξονα $x'x$ είναι το σημείο $K(x, 0)$ και $\Gamma(2, 0)$



Το εμβαδό του τριγώνου MKG είναι

$$E = \frac{\beta v}{2} = \frac{(\Gamma K)(MK)}{2} = \frac{(x-2)(2x-2)}{2} = x^2 - 3x + 2$$

Επομένως

$$\left. \begin{array}{l} \frac{dE}{dt} = \frac{dE}{dx} \frac{dx}{dt} \\ \text{όμως} \\ \frac{dE}{dx} = 2x - 3 \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{dE}{dt} = (2x - 3) \frac{dx}{dt}$$

Στο t_0 είναι $x = 3$ και $\left. \frac{dx}{dt} \right|_{t_0} = 2$

$$\Rightarrow \left. \frac{dE}{dt} \right|_{t_0} = \left((2x - 3) \frac{dx}{dt} \right) \Big|_{t_0} = (2 \cdot 3 - 3) \cdot 2 = 6 \frac{\mu\text{ον}^2}{\text{s}}$$

Γ4.

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{\eta\mu f(x)}{f(x)} \right) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{1}{f(x)} \eta\mu f(x) \right) \stackrel{\substack{u = \frac{1}{f(x)} \\ x \rightarrow -\infty \\ u \rightarrow 0}}{=} \lim_{u \rightarrow 0} \left(u \eta\mu \frac{1}{u} \right) \stackrel{\substack{\text{εφαρμ.} \\ \text{σε λ. 52}}}{=} 0$$

$$(*) \quad u = \frac{1}{-2x - 2} \xrightarrow{x \rightarrow -\infty} 0$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(-x)}{1 - x^3} \stackrel{\substack{u = -x \\ x \rightarrow -\infty \\ u \rightarrow +\infty}}{=} \lim_{u \rightarrow +\infty} \frac{f(u)}{1 + u^3} = \lim_{u \rightarrow +\infty} \frac{u^3 - u}{u^3 + 1} = \lim_{u \rightarrow +\infty} \frac{u^3}{u^3} = 1$$

Επομένως

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{\eta\mu f(x)}{f(x)} + \frac{f(-x)}{1 - x^3} \right) = 0 + 1 = 1$$

Θέμα Δ [Σύνολο μονάδων: 25]

Δ1.

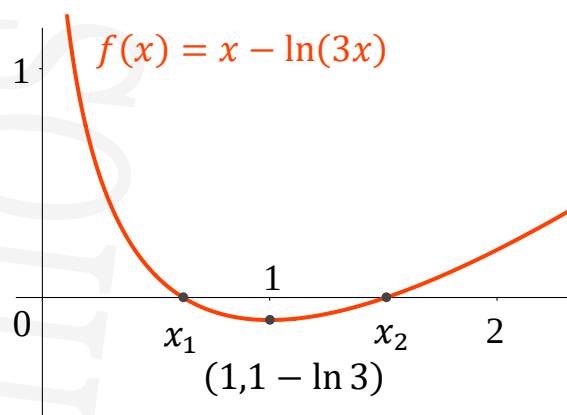
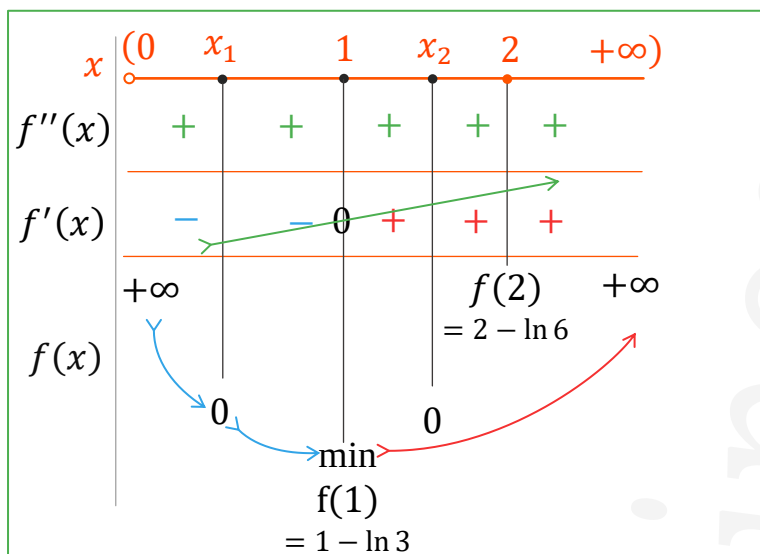
[]

(i) Η f είναι παραγωγίσιμη στο $(0, +\infty)$ ως πράξεις παραγωγίσιμων συναρτήσεων με παράγωγο

$$f'(x) = 1 - \frac{3}{3x} = 1 - \frac{1}{x} = \frac{x-1}{x}$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{x-1}{x} = 0 \Leftrightarrow x = 1$$

$$f'(x) > 0 \Leftrightarrow \frac{x-1}{x} > 0 \stackrel{x > 0}{\Leftrightarrow} x - 1 > 0 \Leftrightarrow x > 1$$



$$f(1) = 1 - \ln 3 < 0, \text{ αφού } e < 3 \Rightarrow \ln e < \ln 3$$

$$A_1 = (0, 1], \quad A_2 = (1, +\infty)$$

$$f(A_1) \stackrel{f \searrow}{=} \left[f(1), \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) \right) = [1 - \ln 3, +\infty)$$

Αφού

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} (x - \ln(3x)) = 0 - (-\infty) = +\infty$$

$$f(A_1) \stackrel{f \nearrow}{=} \left[f(1), \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) \right) = [1 - \ln 3, +\infty)$$

Αφού

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) &= \lim_{x \rightarrow +\infty} (x - \ln(3x)) \stackrel{+\infty - \infty}{=} \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(x \left(1 - \frac{\ln 3x}{x} \right) \right) \\ &= \lim_{x \rightarrow +\infty} (x) \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 - \frac{\ln 3x}{x} \right) \stackrel{(\alpha)}{=} +\infty(1 - 0) = +\infty \end{aligned}$$

(α)

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{\ln 3x}{x} \right) \stackrel{\frac{+\infty}{+\infty}}{=} \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{\frac{3}{3x}}{1} \right) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{1}{x} \right) = 0$$

Αφού

$$\left. \begin{array}{l} 0 \in f(A_1) \\ \text{και} \\ f \searrow \end{array} \right\} \Rightarrow \text{υπάρχει μοναδικό } x_1 \in (0, 1) : \boxed{f(x_1) = 0}$$

$$\left. \begin{array}{l} 0 \in f(A_2) \\ \text{και} \\ f \nearrow \end{array} \right\} \Rightarrow \text{υπάρχει μοναδικό } x_2 \in (1, +\infty) : \boxed{f(x_2) = 0}$$

$\therefore$ Η f έχει ακριβώς δύο ρίζες $x_1, x_2 : 0 < x_1 < 1 < x_2$

Επίσης έχουμε $f\left(\frac{1}{3}\right) = \frac{1}{3} - \ln 1 > 0$, $f(1) < 0$ και $f(2) = 2 - \ln 6 > 0$, γιατί $e > 2,5 \Rightarrow e^2 > 2,5^2 \Rightarrow e^2 > 6 \Rightarrow 2 > \ln 6$.

Οπότε για τις ρίζες ισχύει: $\frac{1}{3} < x_1 < 1 < x_2 < 2$, Bolzano κλπ

(ii) f' παραγωγίσιμη στο $(0, +\infty)$, με

$$f''(x) = \left(1 - \frac{1}{x}\right)' = \frac{1}{x^2} > 0 \Rightarrow f \text{ κυρτή και } f' \nearrow$$

Δ2.

[]

Η f στο (x_1, x_2) δεν έχει άλλη ρίζα $\Rightarrow f(x) \neq 0, \forall x \in (x_1, x_2)$

Επομένως η f διατηρεί πρόσημο στο (x_1, x_2) και αφού $f(1) = 1 - \ln 3 < 0$
 $\Rightarrow f(x) < 0, \forall x \in (x_1, x_2)$

$$\begin{aligned} E &= \int_{x_1}^{x_2} |f(x)| dx = \int_{x_1}^{x_2} -f(x) dx \\ &= \int_{x_2}^{x_1} f(x) dx = \int_{x_2}^{x_1} (x)' f(x) dx \\ &= \left[x f(x) \right]_{x_2}^{x_1} - \int_{x_2}^{x_1} x f'(x) dx \\ &= x_1 f(x_1) - x_2 f(x_2) - \int_{x_2}^{x_1} x \left(1 - \frac{1}{x}\right) dx \\ &= x_1 \cdot 0 - x_2 \cdot 0 + \int_{x_1}^{x_2} (x - 1) dx \\ &= \left[\frac{x^2}{2} - x \right]_{x_1}^{x_2} = \frac{x_2^2}{2} - \frac{2x_2}{2} + \frac{1}{2} - \frac{x_1^2}{2} + \frac{2x_1}{2} - \frac{1}{2} \\ &= \frac{1}{2} \left((x_2 - 1)^2 - (x_1 - 1)^2 \right) \\ &= \frac{1}{2} (x_2 - x_1)(x_1 + x_2 - 2) \end{aligned}$$

Λύση αλλιώς ...

$$\begin{aligned} E &= \int_{x_1}^{x_2} |f(x)| dx = \int_{x_1}^{x_2} -f(x) dx \\ &= \int_{x_1}^{x_2} (\ln(3x) - x) dx = \left[x \ln(3x) - x - \frac{x^2}{2} \right]_{x_1}^{x_2} \\ &= x_2 \ln(3x_2) - x_2 - \frac{(x_2)^2}{2} - x_1 \ln(3x_1) + x_1 + \frac{(x_1)^2}{2} \end{aligned}$$

Αλλά

$$f(x_1) = 0 \Leftrightarrow x_1 = \ln(3x_1)$$

$$f(x_2) = 0 \Leftrightarrow x_2 = \ln(3x_2)$$

έτσι

$$\begin{aligned} E &= \frac{2x_2^2}{2} - x_2 - \frac{x_2^2}{2} - \frac{2x_1^2}{2} + x_1 + \frac{x_1^2}{2} \\ &= \frac{x_2^2}{2} - \frac{x_1^2}{2} - \frac{2(x_2 - x_1)}{2} \\ &= \frac{(x_2 - x_1)(x_2 + x_1) - 2(x_2 - x_1)}{2} \\ &= \frac{1}{2}(x_2 - x_1)(x_1 + x_2 - 2) \end{aligned}$$

Δ3.

[]

Θέλουμε να αποδείξουμε:

$$f(2 - x_1) < 0 \Leftrightarrow f(2 - x_1) < f(x_1), \text{ αφού } f(x_1) = 0$$

Επομένως αρκεί να αποδείξουμε:

$$\boxed{f(2 - x_1) - f(x_1) < 0}$$

Έτσι λοιπόν θέτουμε

$$g(x) = f(2 - x) - f(x) \text{ με } D_g = (0, 2)$$

$$\text{γιατί: } x \text{ και } (2 - x) \in D_f = (0, +\infty) \Leftrightarrow 2 - x > 0 \Leftrightarrow x < 2$$

οπότε έχουμε:

$$\begin{aligned} g'(x) &= f'(2 - x) \cdot (2 - x)' - f'(x) \\ &= -f'(2 - x) - f'(x) \\ &= -\frac{(2 - x) - 1}{2 - x} - \frac{x - 1}{x} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{x-1}{2-x} - \frac{x-1}{x} \\
&= \frac{(x-1)x - (x-1)(2-x)}{(2-x)x} \\
&= \frac{(x-1)(2x-2)}{(2-x)x} \\
&= \frac{2(x-1)^2}{x(2-x)}
\end{aligned}$$

$$\Rightarrow g'(x) > 0, \forall x \in (0,2) - \{1\} \Rightarrow g \nearrow (0,2). \text{ (θεώρημα σελ 144 iii)}$$

επομένως

$$\begin{aligned}
x_1 < 1 &\Rightarrow g(x_1) < g(1) \\
&\Rightarrow f(2-x_1) - f(x_1) < f(2-1) - f(1) \\
&\Rightarrow \boxed{f(2-x_1) < f(x_1)} \\
&\Rightarrow f(2-x_1) < 0
\end{aligned}$$

Λύση Δ3 από Δ2 ...

$$E > 0 \Rightarrow (x_1 + x_2 - 2) > 0 \Rightarrow 2 - x_1 < x_2$$

$$x_1 < 1 \Rightarrow -x_1 > -1 \Rightarrow 2 - x_1 > 1$$

Άρα

$$\left. \begin{array}{l} 1 < 2 - x_1 < x_2 \\ \text{και} \\ f \nearrow (1, +\infty) \end{array} \right\} \Rightarrow f(1) < f(2-x_1) < f(x_2) \Rightarrow 1 - \ln 3 < f(2-x_1) < 0$$

$$2f(x) + \ln 3 = 1 + f'(x_2)(x - x_2) \quad (I)$$

• Για $x = x_2$

$$(I) \Rightarrow 2f(x_2) + \ln 3 = 1 + f'(x_2)(x_2 - x_2) \Rightarrow \ln 3 = 1 \text{ αδύνατη}$$

• Για $x \neq x_2$ η εξίσωση γίνεται

$$\begin{aligned} f(x) + f(x) - f(1) - f'(x_2)(x - x_2) &= 0 \\ \Leftrightarrow \frac{f(x) - f(x_2)}{x - x_2} + \frac{f(x) - f(1)}{x - x_2} - f'(x_2) &= 0 \end{aligned} \quad (II)$$

► Για $x > x_2$

στο $[x_2, x]$ ισχύουν οι προϋποθ. ΘΜΤ

$$\Rightarrow \exists \xi \in (x_2, x) : \boxed{f'(\xi) = \frac{f(x) - f(x_2)}{x - x_2}} \quad (III)$$

$$(II) \stackrel{(III)}{\Leftrightarrow} f'(\xi) - f'(x_2) + \frac{f(x) - f(1)}{x - x_2} = 0$$

αδύνατη γιατί:

$\frac{f(x) - f(1)}{x - x_2} \geq 0$	$f'(\xi) - f'(x_2) > 0$
$f(1) \text{ minimum} \Leftrightarrow f(x) \geq f(1)$ και $x > x_2$	$f'' > 0 \Rightarrow f' \nearrow$ και $\xi \in (x_2, x)$ άρα $\xi > x_2 \Leftrightarrow f'(\xi) > f'(x_2)$

► Για $x < x_2$ η εξίσωση ομοίως η (I) γίνεται **αδύνατη**.

Επομένως η αρχική εξίσωση δεν έχει λύση.

Δ4 αλλιώς ...

Η εξίσωση γίνεται:

$$2f(x) + \ln 3 = 1 + f'(x_2)(x - x_2)$$

$$2f(x) - f(1) = f'(x_2)(x - x_2) \quad (1)$$

Η f είναι κυρτή, άρα η εφαπτομένη της γραφικής παράστασης της f σε κάθε σημείο του D_f βρίσκεται "κάτω" από τη γραφική της παράσταση, με εξαίρεση το σημείο επαφής τους.

Έστω (ε_2) η εφαπτομένη ευθεία στο $P(x_2, f(x_2) = 0)$ της C_f , τότε :

$$(\varepsilon_2) : y - f(x_2) = f'(x_2)(x - x_2) \Leftrightarrow \boxed{y = f'(x_2)(x - x_2)} \quad (2)$$

επομένως η (ε_2) βρίσκεται "κάτω" από τη C_f

$$\Rightarrow f'(x_2)(x - x_2) \leq f(x) \quad (2), \text{ η ισότητα ισχύει μόνο για } x = x_2$$

Έτσι

$$(1) \stackrel{(2)}{\Rightarrow} 2f(x) - f(1) \leq f(x) \Leftrightarrow \boxed{f(x) \leq f(1)} \quad (3), \text{ η ισότητα ισχύει μόνο για } x = x_2$$

Οπότε :

- Για $x \neq x_2 \Rightarrow$

$$(3) \Rightarrow f(x) < f(1) \text{ αδύνατη, γιατί το } f(1) \text{ minimum άρα } f(x) \geq f(1)$$

- Για $x = x_2 \Rightarrow$

$$(3) \Rightarrow f(x_2) = f(1) \Leftrightarrow 0 = 1 - \ln 3 \text{ αδύνατη, ή γιατί}$$

$$\left. \begin{array}{l} x_2 > 1 \\ \text{και} \\ f \nearrow (1, +\infty) \end{array} \right\} \Rightarrow f(x_2) > f(1)$$

Επομένως η αρχική εξίσωση δεν έχει λύση.