

Γεωμετρία

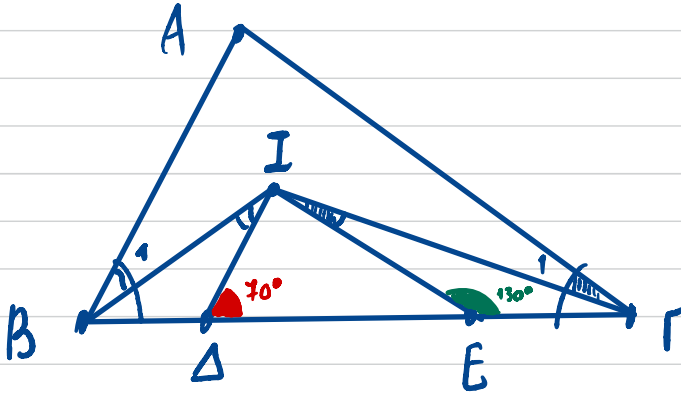
30/10/10

1

3. Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$. Οι διχοτόμοι των γωνιών B και Γ τέμνονται στο σημείο I . Η παράλληλη από το σημείο I προς την πλευρά AB τέμνει την πλευρά $B\Gamma$ στο Δ ενώ η παράλληλη από το σημείο I προς την πλευρά $A\Gamma$ τέμνει την πλευρά $B\Gamma$ στο σημείο E . Αν είναι $\hat{I}\Delta\Gamma = 70^\circ$ και $\hat{I}\hat{E}\Gamma = 130^\circ$, να βρεθούν:

α) η γωνία $\hat{A}$ του τριγώνου $AB\Gamma$.

β) οι γωνίες $\hat{B}\hat{I}\Delta$ και $\hat{E}\hat{I}\Gamma$.



α) $\hat{I}\hat{E}\Gamma + \hat{\Gamma} = 180^\circ$ ως εντός και επί τα αυτά $IE // A\Gamma$ και $E\Gamma$ τέμνουσα
 $\hat{\Gamma} = 180^\circ - 130^\circ$ τότε $\hat{\Gamma} = 50^\circ$

$\hat{I}\hat{\Delta}\Gamma = \hat{B} = 70^\circ$ ως εντός και επί τα αυτά $ID // AB$ και $B\Delta$ τέμνουσα
 $\hat{A} = 180^\circ - (\hat{B} + \hat{\Gamma}) = 180^\circ - (70^\circ + 50^\circ) = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$

β) $\hat{B}\hat{I}\Delta = \hat{B}_1 = \frac{\hat{B}}{2} = \frac{70^\circ}{2} = 35^\circ$ ως εντός εναλλάξ $ID // AB$ και IB τέμνουσα

$\hat{E}\hat{I}\Gamma = \hat{\Gamma}_1 = \frac{\hat{\Gamma}}{2} = \frac{50^\circ}{2} = 25^\circ$ ως εντός εναλλάξ $IE // A\Gamma$ και $I\Gamma$ τέμνουσα

19/11/11

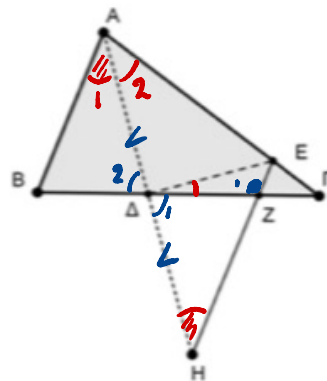
2

Πρόβλημα 4

Δίνεται οξυγώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ με $AB < A\Gamma$ και η διχοτόμος του $A\Delta$. Προεκτείνουμε τη διχοτόμο $A\Delta$ κατά το ευθύγραμμο τμήμα ΔH έτσι ώστε $A\Delta = \Delta H$. Από το σημείο H φέρνουμε ευθεία παράλληλη προς την πλευρά AB που τέμνει την πλευρά $A\Gamma$ στο σημείο E και την πλευρά $B\Gamma$ στο σημείο Z .

1. Να αποδείξετε ότι : $\hat{A}\hat{\Delta}E = 90^\circ$.

2. Να βρείτε τη γωνία $\hat{E}\hat{\Delta}Z$, αν γνωρίζετε ότι : $\hat{B} - \hat{\Gamma} = 20^\circ$.



Κάθε θέμα βαθμολογείται με 5 μονάδες

Διάρκεια διαγωνισμού: 3 ώρες

Καλή επιτυχία!

1. $\hat{H} = \hat{A}_1$ ως εντός εναλλάξ $AB // HE$ και AH τέμνουσα

$\hat{A}_1 = \hat{A}_2$ γιατί $A\Delta$ διχοτόμος. Επιπλέονως $A\hat{E}H$ ισοσκελές αφού $\hat{A}_2 = \hat{H}$. Στο ισοσκελές η ED διάμετρος τότε $\hat{A}\hat{\Delta}E = 90^\circ$

2. $\hat{E}\hat{\Delta}Z = 180^\circ - \hat{E}_1 - \hat{Z}_1 = 180^\circ - \hat{Z}_1 - \frac{\hat{A}\hat{E}H}{2} = \hat{B} - \frac{180^\circ - \hat{A}}{2} = \hat{B} - \frac{\hat{B} + \hat{\Gamma}}{2} = \frac{2\hat{B} - \hat{B} - \hat{\Gamma}}{2} = \frac{\hat{B} - \hat{\Gamma}}{2} = \frac{20^\circ}{2} = 10^\circ$

$\hat{E}\hat{\Delta}Z = 90^\circ - \hat{\Delta}_1 = 90^\circ - \hat{\Delta}_2 = 90^\circ - \hat{A}_2 - \hat{\Gamma} = \frac{180^\circ - \hat{A}}{2} - \hat{\Gamma} = \frac{\hat{B} + \hat{\Gamma}}{2} - \hat{\Gamma} = \frac{\hat{B} - \hat{\Gamma}}{2} = \frac{20^\circ}{2} = 10^\circ$

20/10/12

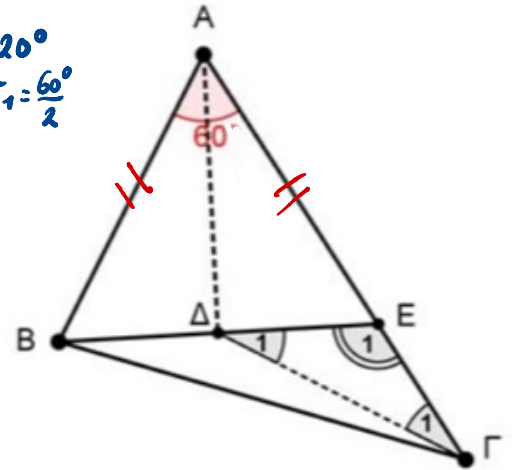
3

Πρόβλημα 4

Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ με $\hat{A} = 60^\circ$ και $A\Gamma = \frac{3}{2} \cdot AB$. Παίρνουμε σημείο E πάνω στην πλευρά $A\Gamma$ τέτοιο ώστε $AE = AB$. Αν η διχοτόμος της γωνίας $\hat{A}$ τέμνει το ευθύγραμμο τμήμα BE στο σημείο Δ , να βρείτε τις γωνίες του τριγώνου $\Delta E\Gamma$.

$$\hat{A} = 60^\circ \text{ και } AB = AE \text{ τότε } \hat{B} = \hat{E} = 60^\circ. \text{ Τότε } \Delta E\Gamma = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$$

$$E\Gamma = \frac{AE}{2} = \frac{AB}{2} = \frac{BE}{2} = \Delta E. \text{ Τότε } \Delta E\Gamma \text{ ισοσκελές, άρα } \hat{\Delta}_1 = \hat{\Gamma}_1 = \frac{60^\circ}{2} = 30^\circ$$



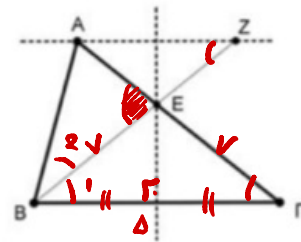
19/10/13

4

Πρόβλημα 3

Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ στο οποίο η γωνία $\hat{B}$ είναι διπλάσια της γωνίας $\hat{\Gamma}$. Η μεσοκάθετη της πλευράς $B\Gamma$ τέμνει την πλευρά $A\Gamma$ στο σημείο E και η ευθεία BE τέμνει την ευθεία ε , που περνάει από το σημείο A και είναι παράλληλη προς την πλευρά $B\Gamma$, στο σημείο Z . Να αποδείξετε ότι:

- (α) $AZ = AB$, (β) $\hat{AEB} = \hat{B}$.



- α) ΕΔ μεσοκάθετη της BΓ τότε $BE = E\Gamma$ δηλ $\hat{B}_1 = \hat{\Gamma}$. Αλλά $\hat{B} = 2\hat{\Gamma}$ τότε $\hat{B}_1 = \hat{B}_2 = \hat{\Gamma}$
 $\hat{B}_1 = \hat{Z}$ ως ως εναλλάξ $AZ \parallel B\Gamma$ και BZ τέμνων. Τότε $\hat{ABZ}$ ισοσκελές δηλ $AB = AZ$
 β) $\hat{AEB}$ εξωτερική στο $\hat{B}_1E\Gamma$, $\hat{AEB} = \hat{B}_1 + \hat{\Gamma} = 2\hat{\Gamma} = \hat{B}$

1/11/14

5

Πρόβλημα 4

Στο παρακάτω σχήμα το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι ορθογώνιο ισοσκελές με $\hat{A} = 90^\circ$ και $AB = A\Gamma$. Το τρίγωνο $A\Gamma\Delta$ είναι ισόπλευρο και το σημείο E είναι το μέσο της πλευράς $B\Gamma$.

- (α) Να αποδείξετε ότι η ευθεία ΔE είναι μεσοκάθετη του ευθύγραμμου τμήματος $A\Gamma$.
 (β) Βρείτε πόσων μοιρών είναι η γωνία $\hat{B\Delta E}$.

