

ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΣΤΙΣ ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΙΣ

A. Η ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ : $y = \alpha \cdot x$

1. Δίνεται η ευθεία $y = 3x$.

- α) Να υπολογίσετε την κλίση της ευθείας.
- β) Να κάνετε την γραφική της παράσταση.

2. Μια ευθεία διέρχεται από την αρχή των αξόνων και από το σημείο $A(4,12)$.

- α) Να βρείτε την κλίση της και να γράψετε την εξίσωση της ευθείας.
- β) Να εξετάσετε αν η ευθεία διέρχεται από το σημείο $(25,75)$.
- γ) Να υπολογίσετε την τιμή του κ , αν το σημείο $B(1-2\kappa, -12)$ ανήκει στην ευθεία.

3. Μια ευθεία διέρχεται από την αρχή των αξόνων και από το σημείο $A(5,0)$.
Να βρείτε την κλίση της ευθείας και να γράψετε την εξίσωση της ευθείας.

4. Δίνεται η ευθεία $y = (3\lambda - 1)x$

- α) Να βρείτε τον αριθμό λ , ώστε η ευθεία να διέρχεται από το σημείο $A(30, 150)$.
- β) Να κάνετε την γραφική της παράσταση.
- γ) Να υπολογίσετε την τεταγμένη ενός σημείου της ευθείας αν η τετμημένη του είναι 13.

5. Δίνεται η ευθεία $y = (\frac{\lambda-1}{3} - 1)x$.

- α) Να υπολογίσετε την τιμή του λ , αν η κλίση της ευθείας είναι -2 .
- β) Να υπολογίσετε την απόσταση ενός σημείου A της ευθείας από τον άξονα $x'x$ αν η τετμημένη του είναι 4.
- γ) Να κάνετε την γραφική παράσταση της ευθείας όταν, $-2 \leq x \leq 2$

6. Να βρείτε τον αριθμό λ , αν η ευθεία $y = [2 - \frac{11-3(\lambda-2)}{5}]x$, είναι η διχοτόμος της 1η ς και της 3η ς γωνίας των αξόνων.

7. Να υπολογίσετε την κλίση της ευθείας και να γράψετε την εξίσωσή της.
Να εξετάσετε αν η ευθεία διέρχεται από το σημείο $(10,-40)$.

8. Δίνεται η ευθεία $y = (6-2\lambda) \cdot x$

- α) Να υπολογίσετε την τιμή του λ , αν η γραφική της παράσταση βρίσκεται στο 2° και 4° τεταρτημόριο.
- β) Να υπολογίσετε την τιμή του λ , αν η ευθεία αυτή είναι η διχοτόμος της 2° και της 4° γωνίας των αξόνων.

9. Μια ευθεία διέρχεται από την αρχή των αξόνων και σχηματίζει γωνία 45° με τον άξονα $x'x$.

- α) Να βρείτε την κλίση της ευθείας.
- β) Να γράψετε την εξίσωση της ευθείας.
- γ) Να κάνετε την γραφική της παράσταση.

10. Δίνεται η ευθεία $y = 4x$.

- α) Να εξετάσετε αν η ευθεία διέρχεται από το σημείο $A(8,32)$.
- β) Να υπολογίσετε την τεταγμένη ενός σημείου της ευθείας αν η τεταγμένη του είναι 5.
- γ) Να υπολογίσετε την τεταγμένη ενός σημείου της ευθείας αν η τεταγμένη του είναι -24.
- δ) Να υπολογίσετε την τιμή του λ , αν το σημείο $B(\lambda-2, 12)$ ανήκει στην ευθεία.

11. Να εξετάσετε αν η ευθεία που διέρχεται από την αρχή των αξόνων και από το σημείο $A(2, 12)$ διέρχεται και από το σημείο $B(5,20)$.

12. Να σχεδιάσετε σε ένα ορθογώνιο σύστημα αξόνων την ευθεία η οποία διέρχεται από την αρχή των αξόνων και έχει κλίση -2.

13. Να κάνετε την γραφική παράσταση της συνάρτησης $y = 2x$ όταν, $-1 \leq x \leq 2$

14. Να κάνετε την γραφική παράσταση της συνάρτησης $y = -3x$ όταν, $x \geq -2$

15. Δίνονται οι αριθμοί $\alpha = \sqrt{13 - \sqrt{19 - \sqrt{9}}}$ και $\beta = \sqrt{18 - \sqrt{1 + \sqrt{9}}}$.

- α) Να υπολογίσετε τους αριθμούς α και β .
- β) Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που διέρχεται από το σημείο $A(\alpha, \beta)$.

16. Δίνεται η ευθεία $y = \left(\frac{5\lambda-2}{3} - 4 \right) \cdot x$

- α) Να βρείτε το λ , ώστε η ευθεία αυτή να έχει κλίση 2.
- β) Να σχεδιάσετε την παραπάνω ευθεία.

17. Ένα κατάστημα κάνει έκπτωση 30% στις τιμές όλων των προϊόντων του.

- α) Να εκφράσετε την τελική τιμή y ενός προϊόντος, ως συνάρτηση της αρχικής τιμής του x .
- β) Να βρείτε την τιμή που θα πληρώσουμε για ένα προϊόν που έχει αρχική τιμή 50 €.
- γ) Να βρείτε την αρχική τιμή ενός προϊόντος, αν πληρώσαμε για την αγορά του 105 €.

ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΣΤΙΣ ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΙΣ

B. Η ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ : $y = \alpha x + \beta$

1. Να κάνετε την γραφική της παράσταση της συνάρτησης $y = 3x + \kappa$, αν το σημείο $A(3,11)$ ανήκει στην γραφική της παράσταση.
2. Να βρεθεί η τιμή του κ , αν το σημείο $A(\kappa-7,3)$ ανήκει στην ευθεία $y = 3x - 4$.
3. Να βρείτε την εξίσωση μιας ευθείας, αν είναι παράλληλη στην ευθεία $y = 5x$ και διέρχεται από το σημείο $A(-2,-11)$.
4. Να βρείτε την εξίσωση μιας ευθείας, που διέρχεται από το σημείο $A(-1,1)$ και έχει κλίση 3. Να βρείτε το σημείο που η ευθεία αυτή τέμνει τον άξονα $y'y$.
5. Δίνεται η ευθεία (ϵ) : $y = 2x + 6$.
 - α) Να εξετάσετε αν η ευθεία διέρχεται από το σημείο $A(5,16)$.
 - β) Να βρείτε ένα σημείο της ευθείας που η τετμημένη του να είναι -2.
 - γ) Να βρείτε τα σημεία που η ευθεία τέμνει τους άξονες $y'y$ και $x'x$.
 - δ) Να κάνετε την γραφική της παράσταση.
 - ε) Να βρείτε το σημείο τομής της ευθείας (ϵ) με την ευθεία $y = 10$.
 - στ) Να βρείτε το σημείο τομής της ευθείας (ϵ) με την ευθεία $x = 3$.
6. Να βρείτε την εξίσωση μιας ευθείας, αν αυτή τέμνει τον άξονα των τεταγμένων στο σημείο με τεταγμένη -3 και έχει κλίση 4.
Να εξετάσετε αν το σημείο $A(2,5)$ ανήκει στην ευθεία.
7. Να βρείτε το σημείο τομής των ευθειών $y = 3x - 4$ και $y = 8$.
Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας, που διέρχεται από την αρχή των αξόνων και από το παραπάνω σημείο.
8. Να βρείτε την εξίσωση μιας ευθείας, που διέρχεται από τα σημεία $A(0,4)$ και $B(-2,6)$.
9. Να βρείτε το σημείο τομής Α των ευθειών $y = -2$ και $x = -3$.
Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που διέρχεται από το σημείο Α και τέμνει τον άξονα $y'y$ στο σημείο με τεταγμένη 5.
Να βρείτε το σημείο που η ευθεία τέμνει τον άξονα $x'x$.
10. Δίνεται η ευθεία με εξίσωση $4x - 3y = 12$.
 - α) Να βρείτε τα σημεία τομής Α και Β της ευθείας με τους άξονες $x'x$ και $y'y$ αντίστοιχα.
 - β) Να υπολογίσετε την απόσταση ΑΒ.
 - γ) Να υπολογίσετε το εμβαδόν του τριγώνου ΑΟΒ, όπου Ο είναι η αρχή των αξόνων.

11. Δίνεται το σημείο $A(\alpha, \beta)$ όπου $\alpha = \sqrt{22 + \sqrt{2 + \sqrt{49}}}$ και $\beta = \sqrt{15 - 2\sqrt{1 + \sqrt{64}}}$.

Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που διέρχεται από το σημείο A και τέμνει τον άξονα $y'y$ στο σημείο $B(0, -7)$.

12. Δίνεται η ευθεία ε , με εξίσωση $4x - 2y = 6$.

α) Να εξετάσετε αν η ευθεία διέρχεται από το σημείο $A(4, 5)$.

β) Να βρείτε τα σημεία που η ευθεία τέμνει τους άξονες $x'x$ και $y'y$.

γ) Να βρείτε την κλίση της ευθείας.

δ) Να βρείτε το σημείο τομής της ευθείας ε με την ευθεία $y = 7$.

13. Δίνεται η ευθεία (ε) με εξίσωση $y = (3\lambda - 1)x + \mu - 1$.

α) Να βρείτε τους αριθμούς λ και μ , αν η ευθεία ε είναι παράλληλη με την ευθεία $y = 5x$ και τέμνει τον άξονα των τεταγμένων στο σημείο $(0, 4)$.

14. Ένα κατάστημα ενοικίασης μοτοποδηλάτων ενοικιάζει τις μηχανές 50€ την εβδομάδα και επιπλέον 2€ για κάθε χιλιόμετρο διαδρομής.

α) Να γράψετε το ποσό y που θα πληρώσουμε για μια εβδομάδα, ως συνάρτηση των χιλιομέτρων x που θα διανύσουμε.

β) Πόσα χρήματα θα πληρώσουμε αν σε μια εβδομάδα διανύσουμε 40 χιλιόμετρα;

γ) Αν πληρώσουμε για μία εβδομάδα 200€, πόσα χιλιόμετρα θα διανύσουμε;

δ) Να κάνετε την γραφική παράσταση της συνάρτησης αυτής.

15. Η ευθεία $y = ax + b$ είναι παράλληλη με την ευθεία $2y + x = 0$ και διέρχεται από το σημείο $(6, -1)$.

α) Να υπολογίσετε τα a και b .

β) Να βρείτε τα σημεία τομής A και B της ευθείας με τους άξονες $x'x$ και $y'y$ αντίστοιχα.

γ) Να υπολογίσετε τις γωνίες του τριγώνου AOB , όπου O είναι η αρχή των αξόνων.

16. Να κάνετε την γραφική παράσταση της συνάρτησης $x + y = 1$, όταν $-3 \leq x \leq 3$.

17. Να δείξετε ότι οι ευθείες $6x - 4y = 12$ και $3x - 2y = 0$ είναι παράλληλες.

18. Δίνεται η ευθεία (ε) με εξίσωση $y = \left(1 - \frac{\lambda - 1}{3}\right)x + 3\mu - \frac{1}{2}$.

Να βρείτε τους αριθμούς λ και μ , αν η ευθεία ε είναι παράλληλη με την ευθεία $6x - y = 0$ και διέρχεται από το σημείο $A(0, 9)$.

19. Να υπολογίσετε την τιμή του λ , ώστε οι ευθείες να είναι $y = \left(\frac{\lambda}{2} - 1\right)x + 3$ και $y = (3\lambda + 4)x - 5$ να είναι παράλληλες.

20. Οι ευθείες $y = -2x$ και $y = (\lambda + 1)x + 2$ είναι παράλληλες.

α) Να βρείτε τον αριθμό λ .

β) Να σχεδιάσετε τις παραπάνω ευθείες στο ίδιο σύστημα αξόνων.

21. Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας $ax + by = 10$ αν διέρχεται από τα σημεία $A(0, -2)$ και $B(10, 2)$.

22. Ένας εμπορικός αντιπρόσωπος έχει μηνιαίο μισθό 800€ και 5% επί των πωλήσεων που πραγματοποιεί.
- Να εκφράσετε τις μηνιαίες αποδοχές y του αντιπροσώπου ως συνάρτηση των πωλήσεων x που πραγματοποιεί.
 - Να βρείτε τις μηνιαίες αποδοχές του, αν πραγματοποιήσει πωλήσεις εμπορευμάτων αξίας 12.000€.
 - Ποια είναι η αξία των εμπορευμάτων που πρέπει να πουλήσει, ώστε οι μηνιαίες αποδοχές του να φθάσουν τα 1000€;
23. Ένα ορθογώνιο έχει διαστάσεις $2x-3$ και $x+2$.
- Να βρεθεί η περίμετρός του p ως συνάρτηση του x
 - Για ποια τιμή του x , η περίμετρος του ορθογωνίου είναι 28cm;
 - Να κάνετε την γραφική της παράσταση.
24. Ένα λεωφορείο 50 θέσεων κάνει την διαδρομή Θήβα - Αθήνα και έχει έξοδα 200€.
- Αν το εισιτήριο της διαδρομής είναι 8€, να γράψετε το κέρδος y που θα έχει σε κάθε διαδρομή ως συνάρτηση του αριθμού x των επιβατών.
 - Πόσο θα είναι το κέρδος αν το λεωφορείο έχει 50 επιβάτες;
 - Να κάνετε την γραφική της παράσταση.
25. Να βρείτε τους αριθμούς α και β της ευθείας $y = \alpha x + \beta$ αν γνωρίζετε ότι :
- είναι παράλληλη με την ευθεία $y = \frac{1}{55}x + 4$ και τέμνει τον άξονα $y'y$ στο σημείο με τεταγμένη 6.
 - είναι παράλληλη στην ευθεία $y = -10x$ και διέρχεται από το σημείο $A(4, 35)$
 - είναι παράλληλη με την ευθεία $3y+2x = 6$ και τέμνει τον άξονα $x'x$ στο σημείο με τεταγμένη 9.
26. Δίνετε η ευθεία $y = (\alpha-2)x + 3$.
- Να σχεδιάσετε την γραφική της παράσταση, εάν διέρχεται από το σημείο $A(-2,-1)$.
 - Να εξετάσετε αν είναι παράλληλη με την ευθεία $6x + 3y = 12$.
27. Δίνεται η εξίσωση της ευθείας ϵ : $\alpha x + \beta y = 8$.
- Να βρείτε τους αριθμούς α και β , αν η ευθεία τέμνει τον άξονα των τεταγμένων στο σημείο με τεταγμένη -4 και έχει κλίση 3.
 - Να βρείτε το σημείο τομής της ευθείας ϵ με την ευθεία $x = 3$.
 - Να βρείτε το σημείο που η ευθεία ϵ τέμνει τον άξονες των τεταγμένων.
28. Να βρεθούν οι συντεταγμένες του σημείου τομής των ευθειών $y = 2x + 5$ και $y = x + 3$.
29. Η γραφική παράσταση μιας συνάρτησης περνάει από την αρχή των αξόνων και από το σημείο $A(4,2)$. Να βρεθεί ο τύπος της και οι συντεταγμένες του σημείου τομής της με την ευθεία $y = -x + 3$.

ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΣΤΙΣ ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΙΣ

Γ. Η ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ : $y = \frac{\alpha}{x}$, $x \neq 0$

1. Αν τα ποσά x και y του παρακάτω πίνακα είναι αντιστρόφως ανάλογα, να βρείτε την σχέση που συνδέει τα ποσά αυτά και να συμπληρώσετε τον πίνακα.

x	2	3	
y		10	6

2. Να βρείτε τον τύπο της υπερβολής αν διέρχεται από το σημείο $A(2,3)$.

Σε ποια τεταρτημόρια βρίσκονται οι κλάδοι της υπερβολής;

Να εξετάσετε αν το σημείο $A(\frac{3}{2}, 5)$ ανήκει στην υπερβολή.

3. Δίνεται η υπερβολή $y = -\frac{\lambda-4}{x}$, $x \neq 0$.

α) Να υπολογίσετε την τιμή του λ , ώστε η υπερβολή να διέρχεται από το σημείο $A(3, 5)$.

β) Να υπολογίσετε τις τιμές του λ , ώστε οι κλάδοι της υπερβολής να βρίσκονται στο 1° και 3° τεταρτημόριο.

4. Να υπολογίσετε τις τιμές του λ , αν το σημείο $A(4, \lambda-2)$ ανήκει στην υπερβολή $y = \frac{8}{x}$.

Να κάνετε την γραφική παράσταση, όταν $1 \leq x \leq 8$.

5. Δίνεται η υπερβολή $y = -\frac{10}{x}$.

α) Σε ποια τεταρτημόρια βρίσκονται οι κλάδοι της υπερβολής;

β) Να βρείτε το σημείο τομής A της υπερβολής με την ευθεία $x = 2$.

γ) Να βρείτε το σημείο τομής B της υπερβολής με την ευθεία $y = -5$.

6. Ένα τρίγωνο έχει εμβαδόν 6cm^2 .

α) Να εκφράσετε το ύψος του u , ως συνάρτηση της αντίστοιχης βάσης του β .

β) Αν η βάση του είναι 6cm , να υπολογίσετε το αντίστοιχο ύψος του.

7. Να βρείτε την εξίσωση μιας ευθείας που διέρχεται από την αρχή των αξόνων και από το σημείο τομής της υπερβολής $y = \frac{8}{x}$ και της ευθείας $x = -2$.

8. Δίνεται η υπερβολή $y = \frac{3-2\mu}{x}$, $x \neq 0$.

α) Να υπολογίσετε την τιμή του μ , ώστε η υπερβολή να διέρχεται από το σημείο $A(3, 5)$.

β) Να υπολογίσετε τις τιμές του μ , ώστε οι κλάδοι της υπερβολής να βρίσκονται στο 2° και 4° τεταρτημόριο.