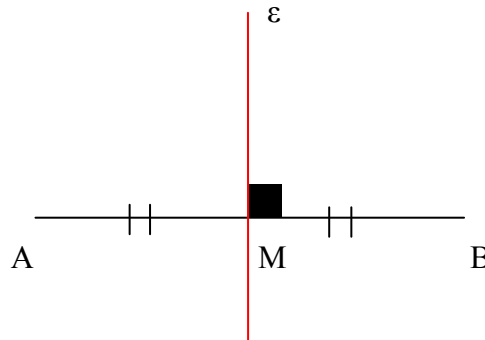


## ΜΕΣΟΚΑΘΕΤΟΣ ΕΥΘΥΓΡΑΜΜΟΥ ΤΜΗΜΑΤΟΣ

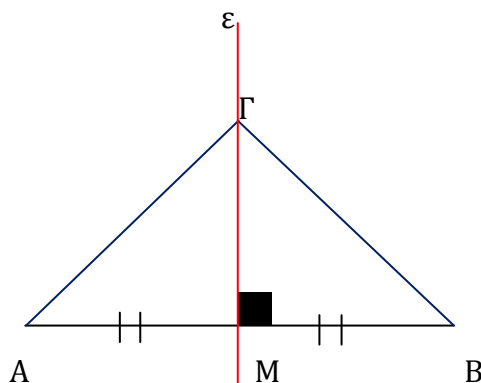
**Μεσοκάθετος** ενός ευθυγράμμου τμήματος **AB** ονομάζεται η ευθεία **ε** που διέρχεται από το μέσον του **M** και το τέμνει κάθετα.



$$\text{ευθεία } \varepsilon \text{ μεσοκάθετος του } AB \Rightarrow \begin{cases} M \text{ μέσο του } AB \Rightarrow AM = MB = \frac{AB}{2} \\ AB \perp \varepsilon \Rightarrow \hat{M} = 90^\circ \end{cases}$$

### ΙΔΙΟΤΗΤΑ ΜΕΣΟΚΑΘΕΤΟΥ

**Κάθε σημείο** της μεσοκαθέτου ενός ευθυγράμμου τμήματος **ισαπέχει** από τα άκρα του.



απόδειξη

| Δεδομένα                               | Ζητούμενα |
|----------------------------------------|-----------|
| ε μεσοκάθετος<br>Γ τυχαίο σημείο της ε | ΓΑ = ΓΒ   |

Για να δείξω ότι το σημείο Γ **ισαπέχει** (απέχει την ίδια απόσταση) από τα σημεία Α και Β, αρκεί να δείξω ότι: ΓΑ = ΓΒ.

$$\varepsilon \text{ μεσοκάθετος του } AB \Rightarrow \begin{cases} M \text{ μέσο του } AB \Rightarrow AM = MB \\ AB \perp \varepsilon \Rightarrow \hat{BMG} = \hat{AMG} = 90^\circ \end{cases}$$

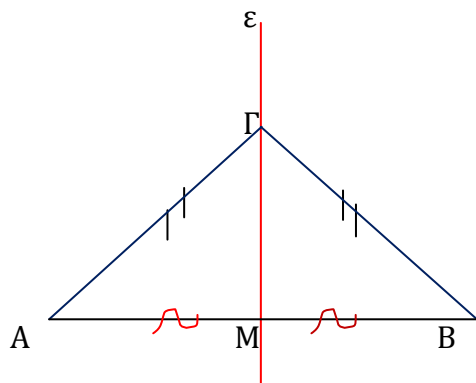
Συγκρίνω τα **ορθογώνια** τρίγωνα ΑΜΓ και ΒΜΓ:

$$\left. \begin{array}{l} 1) AM = MB \\ 2) MG \text{ κοινή πλευρά} \end{array} \right\} \Rightarrow \hat{AMG} = \hat{BMG} \text{ (2 αντίστοιχες πλευρές ίσες)} \\ \Rightarrow GA = GB$$

**ΣΗΜΑΝΤΙΚΗ ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΗ:**

Ισχύει και το αντίστροφο της παραπάνω πρότασης, δηλαδή: «Αν ένα σημείο  $\Gamma$  **ισαπέχει** από τα άκρα ενός ευθυγράμμου τμήματος  $AB$ , τότε είναι σημείο της μεσοκάθετου  $\varepsilon$  του ευθυγράμμου τμήματος  $AB$ ».

απόδειξη



| Δεδομένα              | Ζητούμενα                 |
|-----------------------|---------------------------|
| $\Gamma A = \Gamma B$ | $\varepsilon$ μεσοκάθετος |



Έστω  $M$  το μέσο του ευθυγράμμου τμήματος  $AB \Rightarrow \Gamma M$  διάμεσος του  $AB\Gamma$ .  
 $AB\Gamma$  ισοσκελές τρίγωνο, γιατί  $\Gamma A = \Gamma B$  (Υ).

|                                             |                                                                                                                                |
|---------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| $AB\Gamma$ ισοσκελές<br>$\Gamma M$ διάμεσος | $\left. \begin{array}{l} \text{ } \end{array} \right\} \Rightarrow \Gamma M$ ύψος και διχοτόμος (ιδιότητα ισοσκελούς τριγώνου) |
|---------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

Άρα,  $\Gamma M$  ύψος ( $\Gamma M \perp AB$ ) και διάμεσος ( $AM=MB$ )  $\Rightarrow \Gamma M$  μεσοκάθετος του ευθυγράμμου τμήματος  $AB$ . Άρα η ευθεία  $\varepsilon$  είναι μεσοκάθετος του ευθυγράμμου τμήματος  $AB$ .

**ΣΥΝΟΠΤΙΚΑ ΙΣΧΥΟΥΝ ΤΑ ΕΞΗΣ:**

Κάθε σημείο της μεσοκάθετου ενός ευθυγράμμου τμήματος ισαπέχει από τα άκρα του.

&

Κάθε σημείο που ισαπέχει από τα άκρα ενός ευθυγράμμου τμήματος είναι σημείο της μεσοκάθετου του ευθυγράμμου τμήματος.