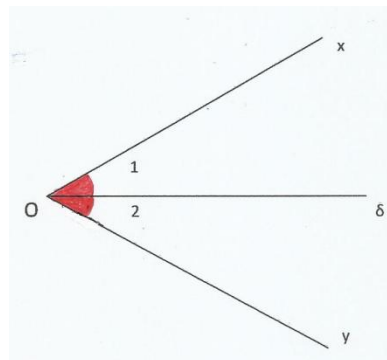


ΔΙΧΟΤΟΜΟΣ ΓΩΝΙΑΣ

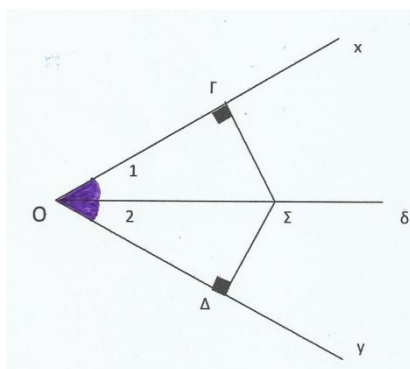
Διχοτόμος της γωνίας $\alpha\beta\gamma$ ονομάζεται η ημιευθεία Οδ που ξεκινά από την κορυφή της Ο και τη χωρίζει σε δύο ίσα μέρη.

$$\text{Οδ διχοτόμος} \Rightarrow \hat{\alpha}_1 = \hat{\alpha}_2 = \frac{\hat{\alpha}}{2}$$

ΙΔΙΟΤΗΤΑ ΔΙΧΟΤΟΜΟΥ

Κάθε σημείο της διχοτόμου μιας γωνίας **ισαπέχει** από τις πλευρές της γωνίας.

απόδειξη



Δεδομένα	Ζητούμενα
Οδ διχοτόμος Σ τυχαίο σημείο της Οδ	$\Sigma\Gamma = \Sigma\Delta$

* $\Sigma\Gamma$: η απόσταση του σημείου Σ από την πλευρά Οx (κάθετο ευθύγραμμο τμήμα)

* $\Sigma\Delta$: η απόσταση του σημείου Σ από την πλευρά Οy (κάθετο ευθύγραμμο τμήμα)

Για να δείξω ότι το σημείο Σ **ισαπέχει** (απέχει την ίδια απόσταση) από τις πλευρές Οx και Οy της γωνίας $\alpha\beta\gamma$, αρκεί να δείξω ότι: $\Sigma\Gamma = \Sigma\Delta$.

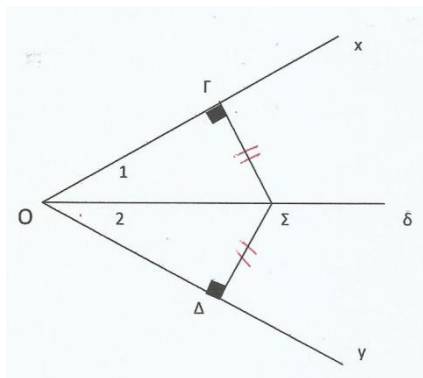
Συγκρίνω τα **ορθογώνια** τρίγωνα ΟΓΣ και ΟΔΣ:

$$\left. \begin{array}{l} 1) \hat{\alpha}_1 = \hat{\alpha}_2 \text{ (Οδ διχοτόμος)} \\ 2) \text{ΟΣ κοινή πλευρά} \end{array} \right\} \Rightarrow \text{ΟΓΣ} = \text{ΟΔΣ} \text{ (1 πλευρά και 1 μία οξεία γωνία αντίστοιχα ίσες).}$$

Άρα $\Sigma\Gamma = \Sigma\Delta$.

ΣΗΜΑΝΤΙΚΗ ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΗ:

Ισχύει και το αντίστροφο της παραπάνω πρότασης, δηλαδή: «Αν ένα σημείο Σ **ισαπέχει** από τις πλευρές της γωνίας $x\hat{O}y$, τότε είναι σημείο της διχοτόμου $O\delta$ της γωνίας.

απόδειξη

Δεδομένα	Ζητούμενα
$\Sigma\Gamma = \Sigma\Delta$ Σ εσωτερικό σημείο της γωνίας $x\hat{O}y$	Οδ διχοτόμος

Έστω Σ εσωτερικό σημείο της γωνίας $x\hat{O}y$, τέτοιο ώστε $\Sigma\Gamma = \Sigma\Delta$ (ισαπέχει από τις πλευρές Ox και Oy).

Συγκρίνω τα **ορθογώνια** τρίγωνα $O\Gamma\Sigma$ και $O\Delta\Sigma$:

$$\left. \begin{array}{l} 1) \Sigma\Gamma = \Sigma\Delta \text{ (Υπόθεση)} \\ 2) O\Sigma \text{ κοινή πλευρά} \end{array} \right\} \Rightarrow O\Gamma\Sigma = O\Delta\Sigma \text{ (2 πλευρές αντίστοιχα ίσες).}$$

Άρα, $\hat{\theta}_1 = \hat{\theta}_2 \Rightarrow O\delta$ διχοτόμος της γωνίας $x\hat{O}y$.

ΣΥΝΟΠΤΙΚΑ ΙΣΧΥΟΥΝ ΤΑ ΕΞΗΣ:

Κάθε σημείο της διχοτόμου μιας γωνίας ισαπέχει από τις πλευρές της γωνίας.

&

Κάθε εσωτερικό σημείο μιας γωνίας που ισαπέχει από τις πλευρές της είναι σημείο της διχοτόμου της γωνίας.