

ΕΠΙΛΥΣΗ ΔΕΥΤΕΡΟΒΑΘΜΙΑΣ ΕΞΙΣΩΣΗΣ ΜΕ ΤΟΝ ΤΥΠΟ

$$\alpha x^2 + \beta x + \gamma = 0 \quad \alpha \neq 0$$

Πολ/ζω με 4α όλους τους όρους

$$4\alpha \cdot \alpha x^2 + 4\alpha \cdot \beta x + 4\alpha \cdot \gamma = 0$$

πάω στο δεύτερο μέλος το $4\alpha\gamma$

$$4\alpha^2 x^2 + 4\alpha\beta x = -4\alpha\gamma$$

$$(2\alpha x)^2 + 2 \cdot 2\alpha x \cdot \beta = -4\alpha\gamma$$

Για να γίνει ταυτότητα **λείπει ο τρίτος όρος** . προσθέτω και στα δύο μέλη το β^2

$$(2\alpha x)^2 + 2 \cdot 2\alpha x \cdot \beta + \beta^2 = \beta^2 - 4\alpha\gamma$$

$$(2\alpha x + \beta)^2 = \beta^2 - 4\alpha\gamma$$

$$\Delta = \beta^2 - 4\alpha\gamma \quad \text{ΔΙΑΚΡΙΝΟΥΣΑ}$$

$$(2\alpha x + \beta)^2 = \Delta$$

1η περίπτωση $\Delta > 0$

$$(2\alpha x + \beta)^2 - \Delta = 0$$

$$(2\alpha x + \beta)^2 - (\sqrt{\Delta})^2 = 0$$

$$(2\alpha x + \beta - \sqrt{\Delta})(2\alpha x + \beta + \sqrt{\Delta}) = 0$$

$$\text{ή } 2\alpha x + \beta - \sqrt{\Delta} = 0 \rightarrow 2\alpha x = -\beta + \sqrt{\Delta} \rightarrow \boxed{x_1 = \frac{-\beta + \sqrt{\Delta}}{2\alpha}}$$

$$\text{ή } 2\alpha x + \beta + \sqrt{\Delta} = 0 \rightarrow 2\alpha x = -\beta - \sqrt{\Delta} \rightarrow \boxed{x_2 = \frac{-\beta - \sqrt{\Delta}}{2\alpha}}$$

Αρα $\Delta > 0$ δύο άνισες λύσεις. ρ_1, ρ_2

2η περίπτωση $\Delta < 0$

$$(2\alpha x + \beta)^2 = \Delta \quad \text{αδύνατη δηλ.}$$

$$\text{ή } \alpha x^2 + \beta x + \gamma = 0 \quad \text{είναι αδύνατη}$$

ΔΗΛ. Κανένα x δεν την επαληθεύει . δηλ. δεν γίνεται πότε 0 για κανένα x .

Με όποιον αριθμό και αν αντικαταστήσω το x θα βγαίνει αποτέλεσμα $\neq 0$

ΑΡΑ $\alpha x^2 + \beta x + \gamma \neq 0$ για κάθε x πραγματικό αριθμό

Αρα $\Delta < 0$ καμία λύση

3η περίπτωση $\Delta=0$

$$(2\alpha x + \beta)^2 = 0 \rightarrow (2\alpha x + \beta) \cdot (2\alpha x + \beta) = 0$$

$$2\alpha x + \beta = 0 \rightarrow x = \frac{-\beta}{2\alpha} \text{ διπλή λύση (ρίζα)}$$

Αρα $\Delta=0$ μια διπλή λύση

$\Delta = \beta^2 - 4\alpha\gamma$	Πλήθος λύσεων	Λύσεις
$\Delta > 0$	2 άνισες λύσεις	$x_{1,2} = \frac{-\beta \pm \sqrt{\Delta}}{2\alpha}$
$\Delta = 0$	1 διπλή λύση	$x_0 = -\frac{\beta}{2\alpha}$
$\Delta < 0$	Δεν έχει λύσεις	—

ασκηση 2

$$\alpha x^2 + \beta x + \gamma = 0$$

α) $x^2 - x - 2 = 0$

$\alpha=1$

$\beta=-1$

$\gamma=-2$

$$\Delta = \beta^2 - 4\alpha\gamma = (-1)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-2) = 1 + 8 = 9 \text{ δύο άνισες λύσεις}$$

$$x_1 = \frac{-\beta + \sqrt{\Delta}}{2\alpha} = \frac{+1 + \sqrt{9}}{2 \cdot 1} = \frac{+1 + 3}{2 \cdot 1} = 2$$

$$x_2 = \frac{-\beta - \sqrt{\Delta}}{2\alpha} = \frac{+1 - 3}{2} = \frac{-2}{2} = -1$$

$$\beta) 4y^2 + 3y - 1 = 0$$

$$\alpha=4$$

$$\Delta = \beta^2 - 4\alpha\gamma = 9 - 4 \cdot 4 \cdot (-1) =$$

$$\beta=3$$

$$= 9 + 16 = 25$$

$$\gamma=-1$$

$$X_1 = \frac{-\beta + \sqrt{\Delta}}{2\alpha} = \frac{-3 + \sqrt{25}}{2 \cdot 4} = \frac{-3 + 5}{8} = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$$

$$X_2 = \frac{-\beta - \sqrt{\Delta}}{2\alpha} = \frac{-3 - \sqrt{25}}{2 \cdot 4} = \frac{-3 - 5}{8} = -1$$

$$\sigma\tau) 4x^2 - 12x + 9 = 0$$

$$\alpha=4$$

$$\Delta = \beta^2 - 4\alpha\gamma = 144 - 4 \cdot 4 \cdot 9 =$$

$$\beta=-12$$

$$= 144 - 144 = 0$$

$$\gamma=9$$

μια διπλή ρίζα

$$X_{1,2} = \frac{-\beta}{2\alpha} = \frac{12}{8} = \frac{3}{2}$$

η άσκηση στ) μπορεί να λυθεί και με παραγοντοποίηση
 $(2x-3)^2=0$ άρα $2x-3=0$ $x=3/2$

ΓΕΝΙΚΑ ΒΗΜΑΤΑ ΓΙΑ ΛΥΣΗ ΔΕΥΤΕΡΟΒΑΘΜΙΑΣ ΕΞΙΣΩΣΗΣ

1. Απαλοιφή παρονομαστών (αν υπάρχουν)
 2. Επιμεριστικές
 3. Τα φέρνω **όλα** στο πρώτο μέλος * (το βήμα αυτό μπορεί να γίνει και 1ο) - στο 2ο μέλος =0
 4. Αναγωγή ομοίων όρων
 5. Γράφω το πολυώνυμο σε φθίνουσα σειρά εκθετών του x .
- δηλ. στην μορφή $ax^2+bx+c=0$ και επιλέγω τρόπο λύσης
δηλ. παραγοντοποίηση ή τύπο.

16-2-2021