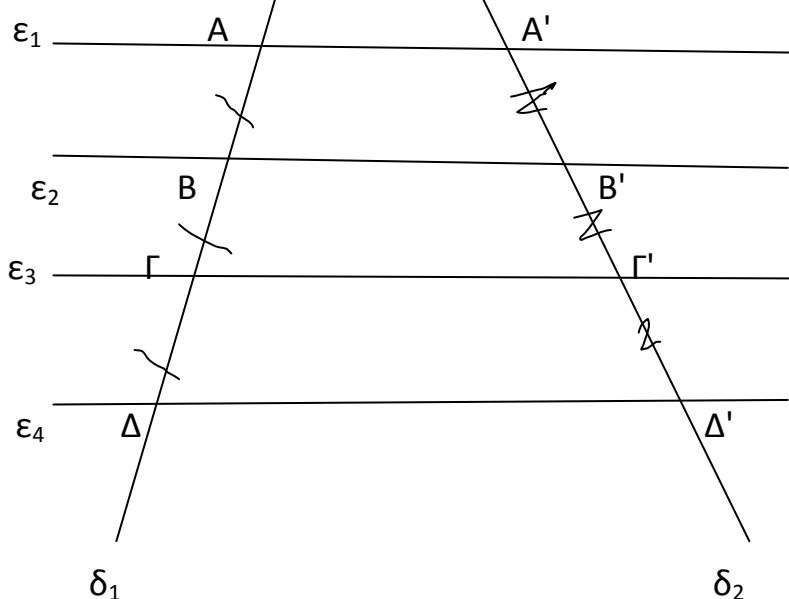


ΠΑΡ. 1.2 - Πηγή: σχ. βιβλίο.

Α. ΙΣΑ ΤΜΗΜΑΤΑ ΜΕΤΑΞΥ ΠΑΡΑΛΛΗΛΩΝ ΕΥΘΕΙΩΝ



ΑΝ τρεις ή περισσότερες παράλληλες ευθείες ($\epsilon_1 // \epsilon_2 // \epsilon_3 // \epsilon_4$) ορίζουν ΙΣΑ τμήματα σε μία ευθεία (δ_1) τότε θα ορίζουν ίσα τμήμα και σε **οποιαδήποτε άλλη ευθεία τις τέμνει. (δ_2)**

Αν $AB=B\Gamma=\Gamma\Delta$ ΤΟΤΕ και $A'B'=B'\Gamma'=\Gamma'\Delta'$ (1)

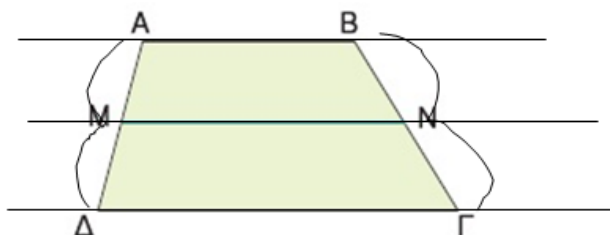
(Η ισότητα (1) αποδεικνύεται από την σύγκριση των τριγώνων $A'\Delta B'$ και $B\Gamma\Delta$ αφού φέρουμε τις $A'\Delta // AB$ και $B'\Gamma // B\Gamma$)

σχήμα σχ. βιβλίου σελ. 198

ΕΦΑΡΜΟΓΗ 1. - ΤΡΑΠΕΖΙΟ

1. Αν M μέσο της AΔ (μη παράλληλη πλευρά) } τότε => **N μέσο της BΓ**
2. MN **//** ΔΓ//AB }

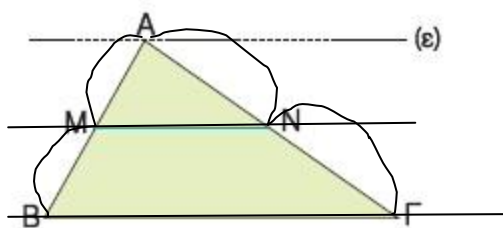
(δηλ. αν από το ένα μέσο φέρω παράλληλη στις βάσεις θα καταλήξω στο "απέναντι" μέσο)



ΕΦΑΡΜΟΓΗ 2. - ΤΡΙΓΩΝΟ

Αν από το μέσο μιας πλευράς ενός τριγώνου φέρουμε ευθεία παράλληλη προς μία άλλη πλευρά του, τότε αυτή διέρχεται από το μέσο της τρίτης πλευράς του.

1. **M μέσο μιας πλευράς**
(της AB) και
2. **MN // BΓ** } τότε => **N μέσο της AΓ**

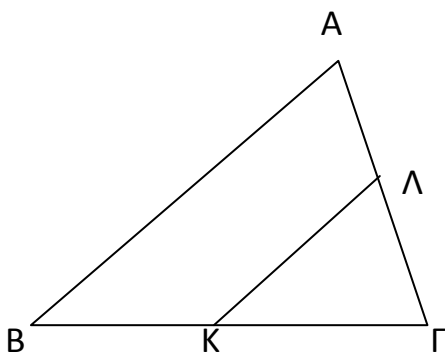


δηλ. οι προϋποθέσεις είναι να έχω :

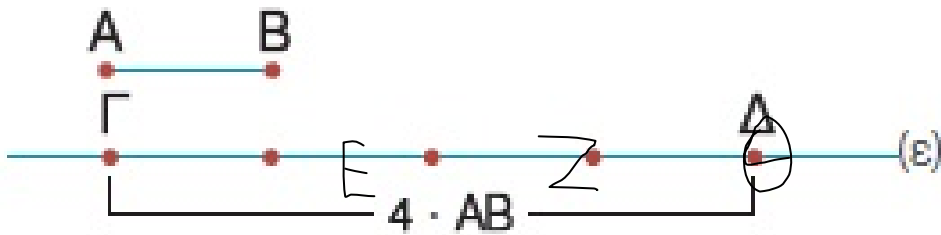
- Μέσον της μιας πλευρά και
- παράλληλη σε άλλη πλευρά

τότε => η παράλληλη καταλήγει στο μέσον της απέναντι πλευράς.

- Αν K μέσον της BΓ και KΛ//AB => τότε Λ μέσον της AΓ



Β. ΛΟΓΟΣ ΔΥΟ ΕΥΘΥΓΡΑΜΜΩΝ ΤΜΗΜΑΤΩΝ



$$AB = 1/4 \text{ του } \Gamma\Delta = 1/4 \cdot \Gamma\Delta = \frac{\Gamma\Delta}{4}$$

$$\text{ή } \Gamma\Delta = 4 \cdot AB$$

ΆΡΑ

$$\frac{\Gamma\Delta}{AB} = \frac{4}{1} \quad \frac{AB}{\Gamma\Delta} = \frac{1}{4}$$

Ο λόγος ενός ευθύγραμμου τμήματος $\Gamma\Delta$ προς το ευθύγραμμο τμήμα AB συμβολίζεται $\frac{\Gamma\Delta}{AB}$ και είναι ο **αριθμός λ** , για τον οποίο ισχύει $\Gamma\Delta = \lambda \cdot AB$.

Αν έχουμε $\Delta E = 120 \text{ cm}$ και $ZH = 1,5 \text{ m}$, τότε

ο λόγος ΔE προς ZH είναι

$$\frac{\Delta E}{ZH} = \frac{120 \text{ cm}}{1,5 \text{ m}} = \frac{120 \text{ cm}}{150 \text{ cm}} = \frac{4}{5}$$

$\Delta E=4$ σημαίνει ότι το $\Delta E=4$ και το $ZH=5$ ΑΛΛΑ ότι το

$$\Delta E = \frac{4}{5} \cdot ZH \quad \text{το } \lambda = 4/5$$

ο λόγος ΖΗ προς ΔΕ είναι $\frac{ZH}{\Delta E} = \frac{5}{4}$

λόγος δύο ευθυγράμμων τμημάτων είναι ένας αριθμός που εκφράζει τη σχέση που συνδέει τα μήκη τους.

Γ. Ανάλογα ευθύγραμμα τμήματα



$$\frac{AB}{\Gamma\Delta} = \frac{9}{3} = 3/1$$

$$\frac{EZ}{H\Theta} = \frac{6}{2} = 3$$

$$\frac{AB}{\Gamma\Delta} = \frac{EZ}{H\Theta} = 3,$$

Στην περίπτωση αυτή λέμε ότι:

τα ευθύγραμμα τμήματα AB, EZ είναι **ανάλογα** προς τα ευθύγραμμα τμήματα ΓΔ, ΗΘ. (έχουν ίσους λόγους)

(τα πάνω ανάλογα των κάτω)

ΟΡΙΣΜΟΣ : Τα ευθύγραμμα τμήματα **α, γ** είναι **ανάλογα**

προς τα ευθύγραμμα τμήματα **β, δ**, όταν ισχύει $\frac{a}{\beta} = \frac{\gamma}{\delta}$.

$$\frac{a}{\beta} = \frac{\gamma}{\delta}$$

$$\frac{a}{\beta} = \frac{\gamma}{\delta}$$

α, δ ονομάζονται **άκροι όροι**, ενώ **β, γ** ονομάζονται **μέσοι όροι** της αναλογίας.

ΙΔΙΟΤΗΤΕΣ ΑΝΑΛΟΓΙΩΝ - χρήσιμες στις ασκήσεις.

1. $\text{Αν } \frac{a}{\beta} = \frac{\gamma}{\delta} \text{ τότε } a\delta = \beta\gamma$ τα χιαστί γινόμενα
είναι ίσα

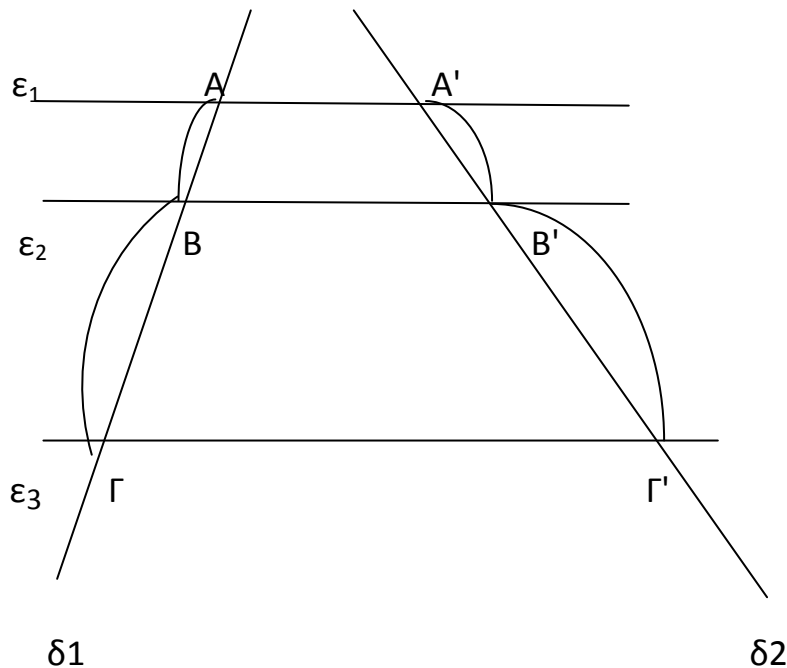
2. $\text{Αν } \frac{a}{\beta} = \frac{\gamma}{\delta} \text{ τότε } \frac{a}{\gamma} = \frac{\beta}{\delta} \text{ ή } \frac{\delta}{\beta} = \frac{\gamma}{a}$ μπορώ να εναλλάξω τους
μέσους ή τους άκρους όρου

3. $\text{Αν } \frac{a}{\beta} = \frac{\gamma}{\delta} \text{ τότε } \frac{a}{\beta} = \frac{\gamma}{\delta} = \frac{a+\gamma}{\beta+\delta}$ λόγοι ίσοι μεταξύ τους είναι ΚΑΙ
ίσοι με το λόγο που έχει
αριθμητή το άθροισμα των
αριθμητών και παρονομαστή το
άθροισμα των παρονομαστών.

1.3 ΘΕΩΡΗΜΑ ΘΑΛΗ

Αν τρεις ή περισσότερες παράλληλες ευθείες τέμνουν δύο άλλες ευθείες, τότε τα τμήματα που ορίζονται στη μία είναι ανάλογα προς τα αντίστοιχα τμήματα που ορίζονται στην άλλη. Δηλαδή:

$$\text{αν } \varepsilon_1 // \varepsilon_2 // \varepsilon_3 \text{ τότε } \frac{AB}{A'B'} = \frac{B\Gamma}{B'\Gamma'} = \frac{A\Gamma}{A'\Gamma'}$$



Αν αλλάξουμε τις θέσεις άκρων- μέσων προκύπτει η ισότητα

$$\frac{AB}{B\Gamma} = \frac{A'B'}{B'\Gamma'} \quad \text{ή} \quad \frac{AB}{A\Gamma} = \frac{A'B'}{A'\Gamma'} \quad \text{ή} \quad \frac{A\Gamma}{B\Gamma} = \frac{A'\Gamma'}{B'\Gamma'}$$