

ΘΕΜΑΤΑ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΩΝ
ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ
Β' ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

Ν. ΔΩΔΕΚΑΝΗΣΟΥ-Ν.ΚΥΚΛΑΔΩΝ

2021-2022

Όνομα.....

Επώνυμο.....

ΘΕΩΡΙΑ 1

A) Δίνεται η ευθεία $\psi = \alpha\chi$

- i. Να δικαιολογήσετε ότι διέρχεται από την αρχή των αξόνων.
- ii. Τι λέμε κλίση της ευθείας $\psi = \alpha\chi$;

B) Δίνεται η ευθεία $\psi = \alpha\chi + \beta$, $\beta \neq 0$

- i. Τι λέγεται κλίση της ευθείας $\psi = \alpha\chi + \beta$;
- ii. Σε ποιο σημείο τέμνει η ευθεία $\psi = \alpha\chi + \beta$ τον άξονα ψ ;
- iii. Ποια είναι η σχέση της ευθείας $\psi = \alpha\chi + \beta$ με την ευθεία $\psi = \alpha\chi$;

(μονάδες : 1,333X5=6,66)

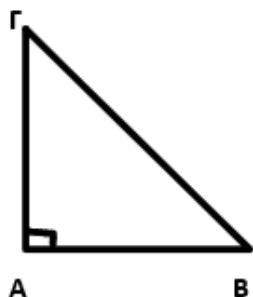
ΘΕΩΡΙΑ 2

A) Να δοθεί ο ορισμός του ημιτόνου οξείας γωνίας ορθογωνίου τριγώνου.

(μονάδες : 1X2=2)

B)

Για το παρακάτω ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$, να συμπληρώσετε τα ακόλουθα κενά:



$$\sin B = \frac{\dots}{\dots}$$

$$\eta\mu\Gamma = \frac{\dots}{\dots}$$

$$\epsilon\phi B = \frac{\dots}{\dots}$$

(μονάδες : 1,553X3=4,66)

ΑΣΚΗΣΗ 1

Δίνονται οι παραστάσεις :

$$A = -3(\chi + 2) - 5\chi \quad \text{και}$$

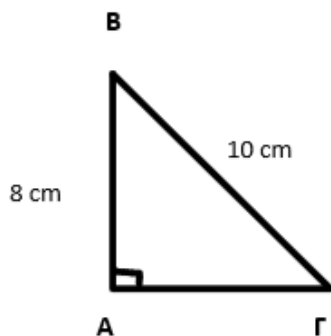
$$B = -5^2 - (\chi - 5)$$

- i. Να απλοποιήσετε τις παραπάνω παραστάσεις A,B
- ii. Να λύσετε την εξίσωση $A = B$.

(μονάδες 4+2,66=6,66)

ΑΣΚΗΣΗ 2

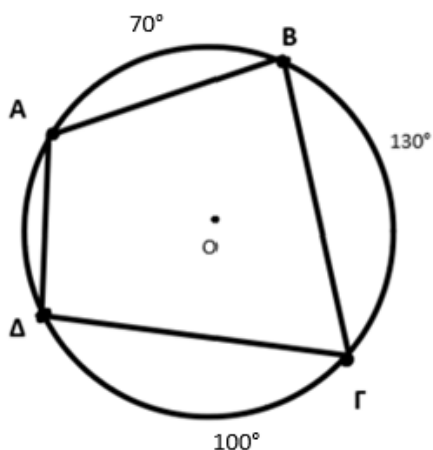
Έστω Ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ ($\hat{A} = 90^\circ$) με ΑΒ = 8 cm και ΒΓ = 10 cm



- i. Να δείξετε ότι ΑΓ = 6 cm
 - ii. Να βρείτε το εμβαδόν του τριγώνου ΑΒΓ
 - iii. Αν αυξήσουμε τις πλευρές του παραπάνω τριγώνου κατά 2 cm, θα προκύψει πάλι ορθογώνιο τρίγωνο; Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.
- (μονάδες $2+2+2,66=6,66$)

ΑΣΚΗΣΗ 3

Στο παρακάτω σχήμα, το τόξο ΒΓ είναι ίσο με 130° , το τόξο ΑΒ ίσο με 70° και το τόξο ΔΓ ίσο με 100° .



Να υπολογίσετε :

- i. Το τόξο ΑΔ
- ii. Τις γωνίες του εγγεγραμμένου τετράπλευρου ΑΒΓΔ

(μονάδες $1,33 \times 5 = 6,66$)

Όλα τα θέματα να απαντηθούν στην κόλλα αναφοράς.

Από τις δύο Θεωρίες να γράψετε τη μία και από τις τρεις Ασκήσεις τις δύο.

ΤΑΞΗ: Β ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 14/06/2022

ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ

ΜΑΘΗΤΗ:.....

ΟΔΗΓΙΕΣ

1. Θα πρέπει να απαντηθεί ΕΝΑ θέμα από την Θεωρία

2. Θα πρέπει να απαντηθούν ΔΥΟ Ασκήσεις

3. Όλα τα θέματα είναι βαθμολογικά ισάξια

ΘΕΜΑΤΑ

A. ΘΕΩΡΙΑ

ΘΕΜΑ 1^ο

A. Τι ονομάζεται τετραγωνική ρίζα ενός θετικού αριθμού;

B. Να συμπληρώσετε τις προτάσεις:

- $\sqrt{0} = \dots\dots$ και $\sqrt{1} = \dots\dots$
- Αν $\sqrt{a} = x$, όπου $a \geq 0$ τότε $x \dots\dots 0$ και $x^2 = \dots$
- Αν $a \geq 0$ τότε $(\sqrt{a})^2 = \dots\dots$

Γ. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στην κόλλα σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη Σωστό, αν η πρόταση είναι σωστή, ή Λάθος, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

- Οι αρνητικοί αριθμοί δεν έχουν τετραγωνική ρίζα.
- Αν ένας αριθμός δεν μπορεί να πάρει τη μορφή $\frac{\mu}{\nu}$, όπου μ, ν είναι ακέραιοι με $\nu \neq 0$, τότε ο αριθμός αυτός είναι άρρητος.
- Για τον τυχαίο πραγματικό αριθμό x ισχύει ότι $\sqrt{x^2} = x$.

ΘΕΜΑ 2^ο

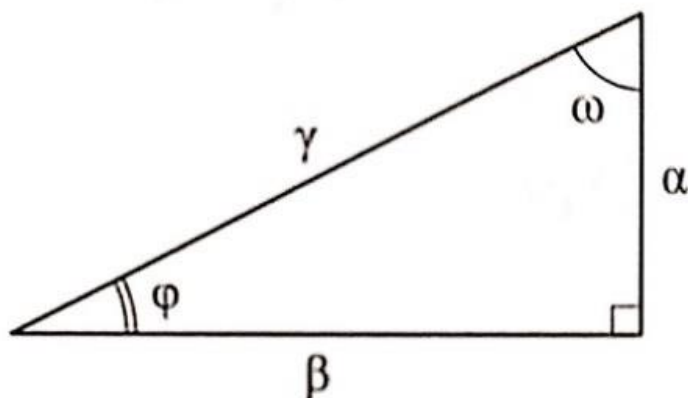
A. Τι ονομάζεται εφαπτόμενη μιας οξείας γωνίας ω ενός ορθογωνίου τριγώνου;

B. Να συμπληρώσετε τα επόμενα κενά με κατάλληλες λέξεις ή σχέσεις, ώστε να προκύψουν αληθείς προτάσεις.

- Ο λόγος που σχηματίζεται, αν διαιρέσουμε την μιας οξείας γωνίας ω ενός ορθογωνίου τριγώνου με την, είναι πάντοτε σταθερός και λέγεται συνημίτονο της γωνίας ω .
- Ο λόγος που σχηματίζεται, αν διαιρέσουμε την μιας οξείας γωνίας ω ενός ορθογωνίου τριγώνου με την, είναι πάντοτε σταθερός και λέγεται ημίτονο της γωνίας ω .
- Οι τιμές του συνημίτονου μιας οξείας γωνίας ω ενός ορθογωνίου τριγώνου είναι πάντα μικρότερες από και μεγαλύτερες από

Γ. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στην κόλλα σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη Σωστό, αν η πρόταση είναι σωστή, ή Λάθος, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

Στο παρακάτω σχήμα είναι:



- i. $\eta\mu\varphi = \frac{\alpha}{\gamma}$
- ii. $\sigma\upsilon\nu\omega = \frac{\alpha}{\gamma}$
- iii. $\epsilon\varphi\varphi = \frac{\beta}{\alpha}$

B. ΑΣΚΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ 1^ο

Να λυθούν οι παρακάτω εξισώσεις:

A. $2(x - 3) - 3(x - 2) = 4(x - 5)$

B. $\frac{3x-2}{2} - \frac{x-2}{3} = \frac{x-2}{4} - \frac{x-14}{6}$

ΘΕΜΑ 2^ο

Δίνεται η ευθεία $y = x + \beta$ η οποία διέρχεται από το σημείο A(1, -3).

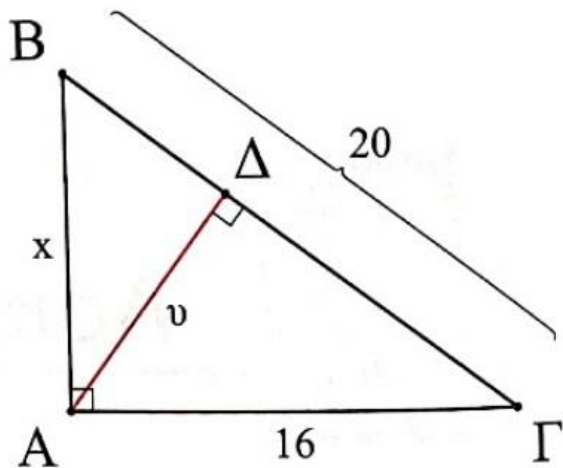
- i. Να βρεθεί η τιμή του β.
- ii. Να συμπληρωθεί ο παρακάτω πίνακας τιμών της συνάρτησης.

x	0		3	
y		-2		1

- iii. Να σχεδιαστεί η γραφική παράσταση της συνάρτησης.

ΘΕΜΑ 3^ο

Στο παρακάτω σχήμα, το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι ορθογώνιο με $B\Gamma = 20$ και $A\Gamma = 16$



- i. Να υπολογιστεί το μήκος x της πλευράς AB .
- ii. Να υπολογιστεί το εμβαδόν του τριγώνου $AB\Gamma$.
- iii. Να υπολογιστεί το ύψος $A\Delta$.

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ!

ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ:	ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ	ΜΑΘΗΜΑ:	ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ
ΤΑΞΗ:	Β' ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ	ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ:	
ΤΜΗΜΑ:		ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ:	02-06-2022

ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ ΜΑΘΗΤΗ:

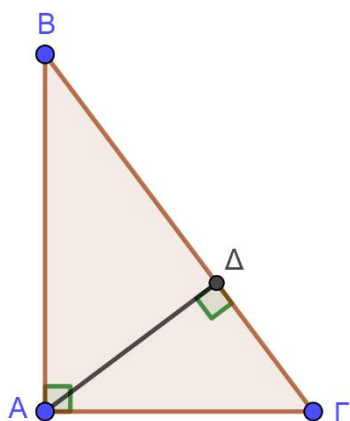
ΘΕΩΡΙΑ

ΘΕΜΑ 1ο

Α) Να διατυπώσετε το Πυθαγόρειο Θεώρημα. (Μονάδες 3)

Β) Στο παρακάτω σχήμα δίνεται το ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ ($\hat{A} = 90^\circ$) και ΑΔ το ύψος προς την υποτείνουσα.

Εφαρμόζοντας το Πυθαγόρειο Θεώρημα, να συμπληρώσετε τις ισότητες:



i) $AD^2 + DB^2 = \dots\dots\dots$

ii) $AC^2 - DC^2 = \dots\dots\dots$

iii) $AB^2 + AC^2 = \dots\dots\dots$

iv) $BC^2 - AB^2 = \dots\dots\dots$

(Μονάδες 3)

Γ) Να γράψετε έναν τύπο, ο οποίος να εκφράζει το εμβαδόν του παραπάνω τριγώνου ΑΒΓ (Μονάδα 1)

ΘΕΜΑ 2ο

Α) Τι ονομάζεται τετραγωνική ρίζα ενός θετικού αριθμού α; (Μονάδες 3)

Β) Να χαρακτηρίσετε με (Σ) αν είναι Σωστές ή με (Λ) αν είναι Λανθασμένες τις παρακάτω ισότητες:

i) $\sqrt{18} = 9$

iv) $\sqrt{25 - 9} = 5 - 3 = 2$

ii) $\sqrt{8} = 64$

v) $\sqrt{16 + 9} = 5$

iii) $\sqrt{4} = 2$

vi) $\sqrt{(-3)^2} = -3$ (Μονάδες 3)

Γ) Να συμπληρώσετε τις ισότητες: $\sqrt{0} = \dots\dots\dots$ και $\sqrt{1} = \dots\dots\dots$ (Μονάδα 1)

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

ΑΣΚΗΣΗ 1

α) Να απλοποιήσετε τις παραστάσεις

$$A = -2x - 3x + 8x - 15 + 9 \quad \text{και} \quad B = -2(3x - 4) + 5(2 - 3x)$$

β) Να λύσετε την εξίσωση $\frac{4-5x}{12} - \frac{3x-3}{2} = 2x - 6$

ΑΣΚΗΣΗ 2

Δίνονται οι παραστάσεις $\alpha = \sqrt{33 + \sqrt{21 - \sqrt{144}}}$, $\beta = \sqrt{\sqrt{25} + \sqrt{81} + 5\sqrt{100}}$

$$\text{και} \quad \gamma = \sqrt{64} + \sqrt{(-2)^2}$$

A) Να δείξετε ότι $\alpha = 6$, $\beta = 8$ και $\gamma = 10$

B) Να εξετάσετε αν το τρίγωνο με πλευρές τα παραπάνω μήκη α , β , γ είναι ορθογώνιο.

Γ) Αν το τρίγωνο με μήκη πλευρών α , β , γ είναι ορθογώνιο, να βρείτε το εμβαδόν του.

ΑΣΚΗΣΗ 3

Στο διπλανό σχήμα η περίμετρος του κύκλου είναι 62,8 cm.

A) Να βρεθεί η ακτίνα ΟΓ του κύκλου και η διάμετρος ΒΓ του κύκλου.

B) Αν $AB = x$ και $AG = x + 4$

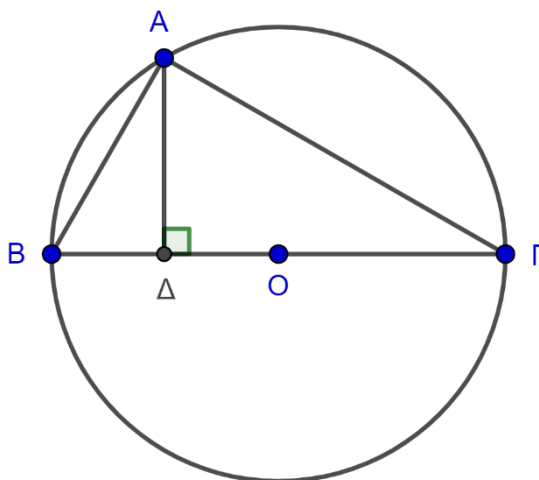
και η περίμετρος του τριγώνου ΑΒΓ είναι 48, να υπολογίσετε:

i) το x

ii) τα μήκη των πλευρών ΑΒ και ΑΓ

Γ) Να δικαιολογήσετε γιατί $\hat{A} = 90^\circ$ και να βρείτε το εμβαδόν του τριγώνου ΑΒΓ

Δ) Να υπολογίσετε το ύψος ΑΔ





ΘΕΜΑΤΑ

ΘΕΩΡΙΑ

ΘΕΩΡΙΑ 1^η

A) Να διατυπωθεί το πυθαγόρειο θεώρημα. Να σχεδιάσετε ένα ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ με γωνία $\Gamma = 90^\circ$ και να γράψετε την σχέση που συνδέει τις πλευρές του, σύμφωνα με το πυθαγόρειο θεώρημα.

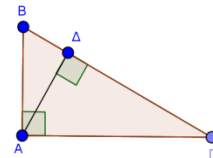
B) Να διατυπώσετε το αντίστροφο του πυθαγορείου θεωρήματος

Γ) Με βάση το διπλανό σχήμα να χαρακτηρίσετε

με Σωστό (**Σ**) ή Λάθος (**Λ**) τις παρακάτω σχέσεις :

1) $AD^2 = AG^2 - DG^2$, 2) $AD^2 = AB^2 + BD^2$

3) $AG^2 + AB^2 = BG^2$



ΘΕΩΡΙΑ 2^η

A) Τι ονομάζουμε τετραγωνική ρίζα ενός θετικού αριθμού α ;

B) Να συμπληρωθεί η ισότητα : Αν $\alpha \geq 0$ τότε $(\sqrt{\alpha})^2 = \dots\dots\dots$

Γ) Να μεταφέρετε στο γραπτό σας τις παρακάτω τρεις ισότητες, γράφοντας δίπλα τους

Σωστό (**Σ**) ή Λάθος (**Λ**): i) $\sqrt{(-6)^2} = 6$ ii) $\sqrt{16} = 8$ iii) $\sqrt{-9} = -3$

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

ΑΣΚΗΣΗ 1^η

A) Να λύσετε τις παρακάτω εξισώσεις :

α) $5y-1=11-y$, β) $\frac{\omega+3}{4} - \omega = \frac{3\omega-1}{2} - \frac{5+\omega}{6}$ και γ) $3 \cdot (x+1) - 2x - 8 = x+3$

B) Αν y και ω είναι οι λύσεις των εξισώσεων (α) και (β) που βρήκατε στο θέμα (A) να υπολογίσετε την τιμή του α στην παρακάτω εξίσωση : $(\omega-y)\alpha=2\omega\alpha-5$

ΑΣΚΗΣΗ 2^η

Στο διπλανό ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ ($A=90^\circ$),

η πλευρά **ΑΒ=8cm** και

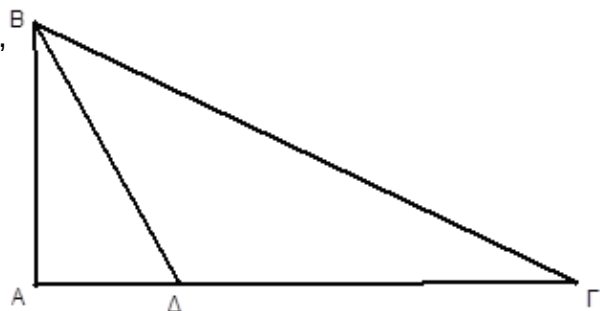
ότι η πλευρά **ΒΔ=10cm** και η **ΑΓ=15cm**

Να υπολογίσετε :

A) Το μήκος της πλευράς **ΑΔ**.

B) Το μήκος της πλευράς **ΒΓ**.

Γ) Το εμβαδόν του τριγώνου **ΒΔΓ**.



ΑΣΚΗΣΗ 3^η

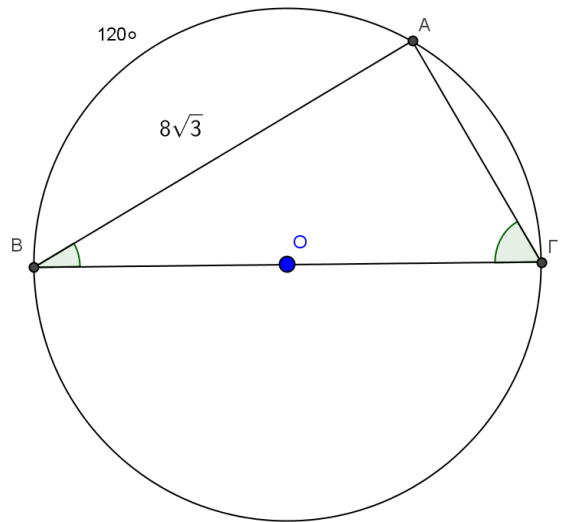
Δίνετε κύκλος (O, ρ) με $B\Gamma$ μια διάμετρος του. Στο τρίγωνο $AB\Gamma$ που είναι εγγεγραμμένο στον κύκλο το μήκος της πλευράς AB είναι, $AB = 8\sqrt{3}\text{cm}$ και το τόξο $\widehat{AB} = 120^\circ$.

A) Να υπολογίσετε το μέτρο των γωνιών $\widehat{A}, \widehat{B}$ και $\widehat{\Gamma}$.

B) Να υπολογίσετε τις πλευρές $AG, B\Gamma$ και το εμβαδό του τριγώνου $AB\Gamma$.

Γ) Να υπολογίσετε:

- 1) Την ακτίνα ρ του κύκλου.
- 2) Το μήκος L του κύκλου.
- 3) Το εμβαδόν E του κυκλικού δίσκου.



$$\text{Δίνονται : } \eta\mu 30^\circ = \frac{1}{2}, \sigma\upsilon\nu 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}, \epsilon\varphi 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$\text{και } \eta\mu 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}, \sigma\upsilon\nu 60^\circ = \frac{1}{2}, \epsilon\varphi 60^\circ = \sqrt{3}.$$

Από τα δύο θέματα θεωρίας να απαντήσετε το ένα και από τις τρεις ασκήσεις τις δύο. Να μεταφέρετε τις απαντήσεις σας στην κόλλα αναφοράς.

Τα θέματα είναι ισοδύναμα.

ΚΑΛΗ ΤΥΧΗ

ΤΑΞΗ Β΄

(Α) ΘΕΩΡΙΑ

ΘΕΜΑ 1: (α) Να χαρακτηρίσεις καθεμία από τις παρακάτω προτάσεις ως «Σωστή» ή «Λάθος» :

1. Μια **αδύνατη** εξίσωση δεν έχει καμία λύση.
2. Η εξίσωση $3x + x = x$ είναι **ταυτότητα**.
3. Μια **ταυτότητα** έχει ως λύση οποιοδήποτε αριθμό.
4. Οι εξισώσεις $6x + 3 = 15$ και $-6x + 15 = 3$ έχουν λύση τον ίδιο αριθμό.
5. Η εξίσωση $0 \cdot x = 18$ είναι **αδύνατη**.

(β) Να σημειώσεις τη σωστή απλοποιημένη μορφή κάθε παράστασης στον παρακάτω πίνακα :

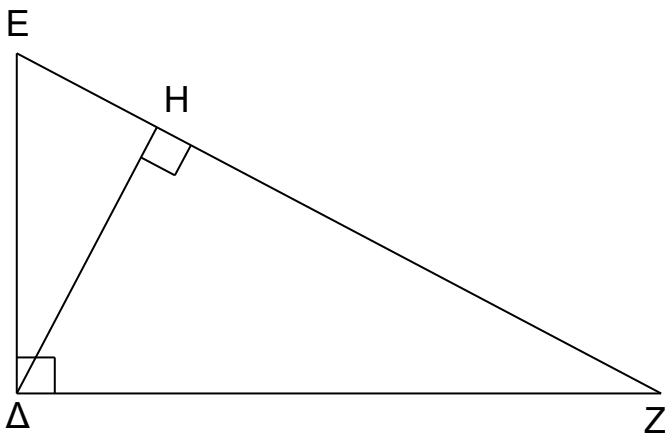
		A	B	Γ
1.	$-3x + 5x + x$	$2x$	$3x$	$-3x$
2.	$4y - 2y + 10y$	$-12y$	$8y$	$12y$
3.	$5x + 2a + 6x - 8a$	$-11x - 6a$	$11x - 6a$	$-11x + 6a$

ΘΕΜΑ 2: (α) Να διατυπωθεί το **Πυθαγόρειο Θεώρημα**.

Να σχεδιαστεί ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\hat{A} = 90^\circ$) και να γραφτεί ο αντίστοιχος τύπος

(β) Δίνεται το παρακάτω σχήμα.

Να χαρακτηρίσεις καθεμία από τις παρακάτω προτάσεις ως «Σωστή» ή «Λάθος» :



1	$EH^2 = \Delta H^2 + E\Delta^2$
2	$\Delta Z^2 = \Delta H^2 + HZ^2$
3	$E\Delta^2 = EZ^2 - \Delta Z^2$
4	$HZ^2 = \Delta Z^2 + \Delta H^2$
5	$\Delta H^2 = E\Delta^2 - EH^2$

(B) **ΑΣΚΗΣΕΙΣ**

ΘΕΜΑ 1 : (i) Δίνεται η εξίσωση **Error! = Error! – Error!**

Να λυθεί και να αποδειχθεί ότι $x = 3$.

(ii) Να υπολογιστούν οι παραστάσεις

$$A = \sqrt{(x+4)^2} - \sqrt{(x-5)^2} \quad \text{και} \quad B = \sqrt{6 + \sqrt{7 + \sqrt{x+1}}}$$

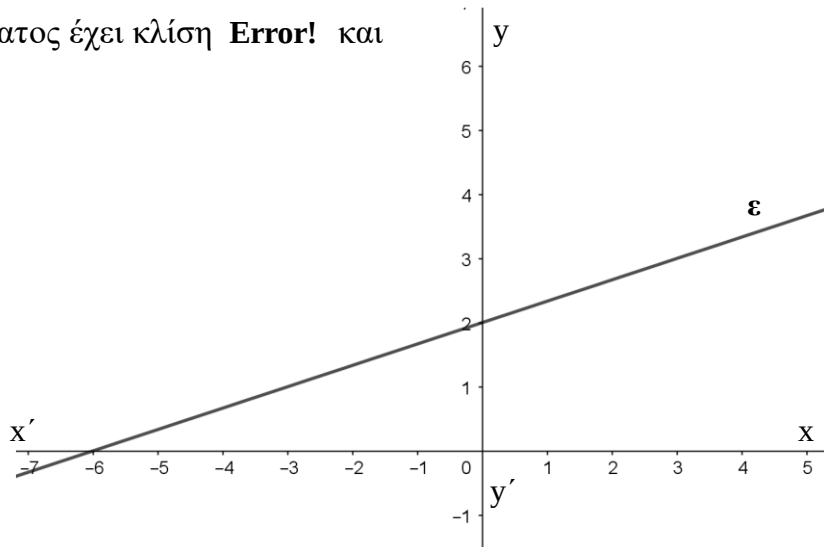
όπου x είναι η λύση της εξίσωσης του ερωτήματος (i).

ΘΕΜΑ 2 : Η ευθεία ε του παρακάτω σχήματος έχει κλίση **Error!** και τέμνει τον άξονα $y'y$ στο σημείο $(0,2)$.

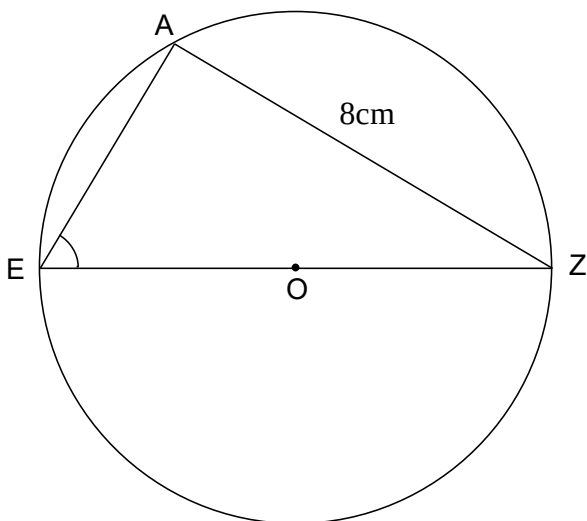
(i) Να βρεθεί η εξίσωση της ευθείας ε .

(ii) Να εξεταστεί αν τα σημεία $A(3, 5)$ και $B(12, 6)$ ανήκουν στην ευθεία ε .

(iii) Να γραφτεί η εξίσωση της ευθείας που είναι **παράλληλη** στην ε και περνάει από την αρχή των αξόνων.



ΘΕΜΑ 3 : Στο παρακάτω σχήμα δίνεται κύκλος (O, ρ) με διάμετρο EZ και η χορδή $AZ = 8 \text{ cm}$. Δίνεται επίσης ότι το $\eta\mu E = \text{Error!}$.



Να υπολογιστούν:

(i) Η γωνία $\widehat{E\hat{A}Z}$ (να δικαιολογηθεί η απάντηση)

(ii) Τα τμήματα EZ και AE

(iii) Το μήκος L του κύκλου

(iv) Το εμβαδόν E του κυκλικού δίσκου

ΑΠΟ ΤΑ ΔΥΟ ΘΕΜΑΤΑ ΘΕΩΡΙΑΣ ΘΑ ΓΡΑΨΕΤΕ ΤΟ ΕΝΑ
ΑΠΟ ΤΙΣ ΤΡΕΙΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΘΑ ΛΥΣΕΤΕ ΤΙΣ ΔΥΟ

≧⟨↓⟩ !



ΘΕΩΡΙΑ

ΘΕΩΡΙΑ 1

A) Να γράψεις στην κόλλα αναφοράς δίπλα σε κάθε αριθμό αυτό που λείπει ώστε να συμπληρωθεί σωστά ο ορισμός της τετραγωνικής ρίζας.

Τετραγωνική ρίζα ενός(1)..... αριθμού α , λέγεται ο(2)..... αριθμός, ο οποίος, όταν υψωθεί στο(3)..... δίνει τον αριθμό ...(4)... Η τετραγωνική ρίζα του α συμβολίζεται με ...(5).....

B) Να χαρακτηρίσεις καθεμιά από τις παρακάτω προτάσεις σωστή ή λανθασμένη γράφοντας στην κόλλα αναφοράς τη λέξη Σωστή ή Λάθος δίπλα στον αριθμό που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση.

i) Ορίζεται η τετραγωνική ρίζα αρνητικού αριθμού.

ii) Ο αριθμός $\sqrt{2}$ είναι ρητός.

iii) Οι πραγματικοί αριθμοί αποτελούνται όχι μόνο από τους ρητούς αλλά και όλους τους άρρητους.

iv) $\sqrt{0} = 0$

v) Αν $\alpha \geq 0$, τότε $(\sqrt{\alpha})^2 = \alpha$

ΘΕΩΡΙΑ 2

A) Να γράψεις στην κόλλα αναφοράς δίπλα σε κάθε αριθμό τη λέξη που λείπει ώστε να συμπληρωθεί σωστά η παρακάτω πρόταση που είναι γνωστή ως το Πυθαγόρειο Θεώρημα.

Σε κάθε(1)..... τρίγωνο το(2)..... των τετραγώνων των δύο(3)..... πλευρών είναι ίσο με το(4)..... της(5).....

B) Με τη βοήθεια του παρακάτω σχήματος, να χαρακτηρίσεις καθεμιά από τις παρακάτω ισότητες σωστή ή λανθασμένη γράφοντας στην κόλλα αναφοράς τη λέξη Σωστή ή Λάθος δίπλα στον αριθμό που αντιστοιχεί στην κάθε μία από αυτές.

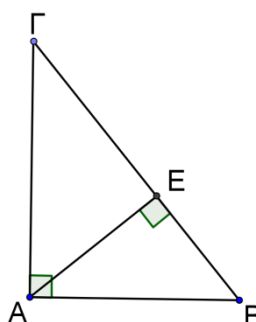
i) $B\Gamma^2 = AB^2 + A\Gamma^2$

ii) $\Gamma E^2 = A\Gamma^2 + AE^2$

iii) $AB^2 = B\Gamma^2 - A\Gamma^2$

iv) $AB^2 = AE^2 + EB^2$

v) $A\Gamma^2 = AE^2 - E\Gamma^2$



ΑΣΚΗΣΕΙΣ

ΑΣΚΗΣΗ 1

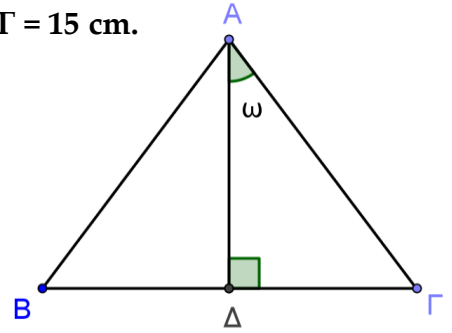
Δίνονται οι παραστάσεις: $A = \sqrt{(-3)^2}$ και $B = \sqrt{33 + \sqrt{4 + \sqrt{25}}}$

- i) Να αποδείξεις ότι: $A = 3$.
- ii) Να αποδείξεις ότι: $B = 6$.
- iii) Να λύσεις την εξίσωση: $\frac{2x-1}{A} - \frac{x+3}{4} = \frac{3x-2}{B}$
(όπου A,B είναι οι αριθμοί των ερωτημάτων i) και ii))

ΑΣΚΗΣΗ 2

Δίνεται ένα ισοσκελές τρίγωνο ABΓ με βάση ΒΓ = 18 cm και AB = ΑΓ = 15 cm.

- i) Να δείξεις ότι το ύψος ΑΔ του τριγώνου ABΓ είναι ίσο με 12 cm.
- ii) Να υπολογίσεις τους τριγωνομετρικούς αριθμούς της γωνίας ω.
- iii) Να υπολογίσεις το εμβαδόν του τριγώνου ABΓ.

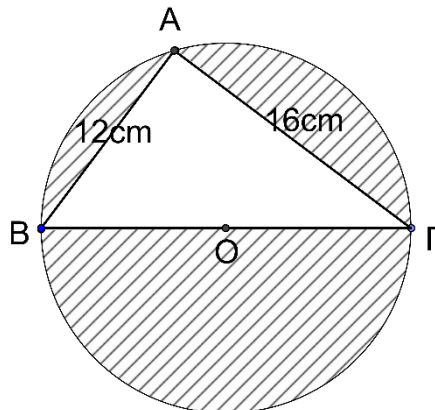


ΑΣΚΗΣΗ 3

Στο παρακάτω σχήμα, η ΒΓ είναι διάμετρος του κύκλου και AB = 12 cm, ΑΓ = 16 cm.

- i) Να υπολογίσεις την εγγεγραμμένη γωνία ΒΑΓ δικαιολογώντας την απάντησή σου.
- ii) Να υπολογίσεις την ακτίνα του κύκλου και να δείξεις ότι είναι: $r = OB = OG = 10$ cm.
- iii) Να υπολογίσεις το εμβαδόν της γραμμοσκιασμένης επιφάνειας.

(δίνεται ότι: $\pi \approx 3,14$)



Από τα δύο θέματα θεωρίας απαντάτε το ένα και από τις τρεις ασκήσεις λύνετε τις δύο. Τα θέματα είναι βαθμολογικώς ισοδύναμα. Όλες οι απαντήσεις να δοθούν στην κόλλα αναφοράς.

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ 12

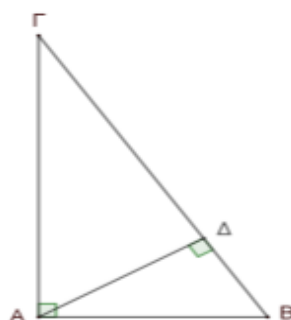
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ : ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ.....

ΘΕΩΡΙΑ 1^η

1. Να διατυπώσετε το αντίστροφο του Πυθαγορείου Θεωρήματος.
2. Στο παρακάτω ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ με $\hat{A}=90^\circ$ φέρνουμε το ύψος ΑΔ και σχηματίζονται τα ορθογώνια τρίγωνα ΑΒΔ και ΑΓΔ.
Να χαρακτηρίσετε ως σωστές (Σ) ή λανθασμένες (Λ) τις παρακάτω προτάσεις:

- α. $B\Delta^2 + A\Delta^2 = AB^2$
- β. $A\Gamma^2 + A\Delta^2 = \Delta\Gamma^2$
- γ. $B\Gamma^2 - AB^2 = A\Gamma^2$
- δ. $B\Delta^2 + \Delta\Gamma^2 = A\Gamma^2$



ΘΕΩΡΙΑ 2^η

1. α) Τι γνωρίζετε για την γραφική παράσταση της συνάρτησης $y=ax$;
β) Τι γνωρίζετε για την γραφική παράσταση τη συνάρτησης $y=ax+\beta$, $\beta \neq 0$.
2. Να χαρακτηρίσετε ως σωστές (Σ) ή λανθασμένες (Λ) τις παρακάτω προτάσεις:
 - α. Η ευθεία $y=5x+2022$ έχει κλίση 2022.
 - β. Η γραφική παράσταση της $y=-2x$ περνά από την αρχή των αξόνων.
 - γ. Στη συνάρτηση $y=10x$ τα x και y είναι ποσά ανάλογα.

ΑΣΚΗΣΗ 1^η

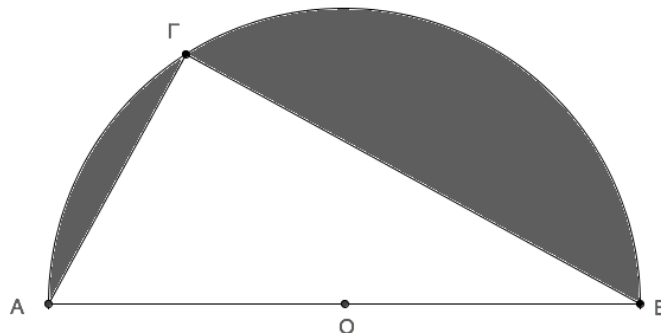
α. Να λυθεί η εξίσωση $2(x - 3) - 8 = \frac{x-5}{2} - \frac{1+3x}{4}$

β. Να αντιστοιχίσεις κάθε εξίσωση της στήλης Α με το πλήθος των λύσεων της από τη στήλη Β.

Στήλη Α	Στήλη Β
1. $2x = -5$	α. Α. Μοναδική λύση
2. $0x = 6 - 6$	β. Β. Ταυτότητα
3. $5x = 5 - 5$	γ. Γ. Αδύνατη
4. $2x = x+x+1$	

ΑΣΚΗΣΗ 2"

Στο παρακάτω σχήμα έχουμε ένα ημικύκλιο ακτίνας $OA=5\text{cm}$ και ένα σημείο Γ του κύκλου τέτοιο ώστε $A\Gamma=6\text{cm}$.

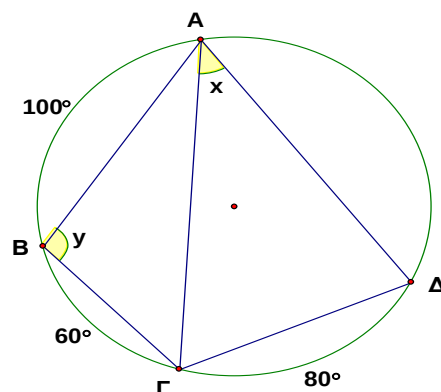


- Δικαιολογείστε ότι η γωνία $\Gamma=90^\circ$ και υπολογίστε το μήκος της πλευράς $B\Gamma$.
- Υπολογίστε το εμβαδόν του τριγώνου $AB\Gamma$.
- Υπολογίστε το μήκος του ημικυκλίου του παραπάνω σχήματος.

ΑΣΚΗΣΗ 3"

Στο διπλανό σχήμα να υπολογιστούν:

- Το μέτρο της γωνίας x και να αιτιολογήσετε.
- Το τόξο $A\Delta$ σε μοίρες και να αιτιολογήσετε.
- Το μέτρο της γωνίας y και να αιτιολογήσετε.



ΠΡΟΣΟΧΗ: Να απαντήσετε σε 1 θέμα θεωρίας και σε 2 θέματα ασκήσεων.

ΟΔΗΓΙΕΣ: Δεν θα γράψετε καμία απάντηση στην κόλλα των θεμάτων.

Όλα τα θέματα είναι ισοδύναμα.

Απαγορεύετε η χρήση διορθωτικού υγρού (blanko) και υπολογιστών τσέπης.

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ 11

Β ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1^ο:

- α) Τι λέγεται τετραγωνική ρίζα ενός θετικού αριθμού α ;
- β) Ορίζεται η τετραγωνική ρίζα ενός αρνητικού αριθμού; (να δικαιολογήσετε την απάντησή σας).

Θέμα 2^ο:

- α) Να διατυπώσετε το Πυθαγόρειο Θεώρημα.
- β) Σε ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\hat{A} = 90^\circ$), να γράψετε την ισότητα που προκύπτει από το Πυθαγόρειο Θεώρημα.
- γ) Να διατυπώσετε το αντίστροφο του Πυθαγορείου Θεωρήματος .

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1^η:

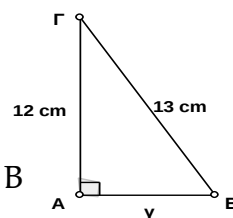
α) Να λυθεί η εξίσωση : $\frac{3x-3}{2} - \frac{5x-3}{4} = \frac{x}{2} - 1$

β) Για $x=100$, να υπολογίσετε την παράσταση: $A = \sqrt{21 + \sqrt{6 + \sqrt{x}}}$.

Άσκηση 2^η : α) Να υπολογίσετε την πλευρά γ του τριγώνου.

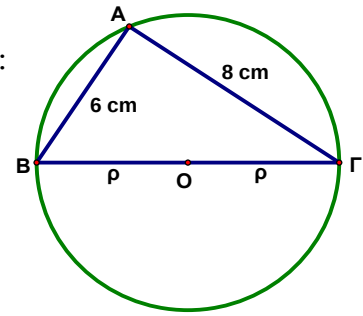
β) Να βρείτε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς των γωνιών B και Γ .

γ) Να βρείτε το εμβαδόν του τριγώνου $AB\Gamma$.



Άσκηση 3^η: Στο διπλανό σχήμα να υπολογίσετε :

- α) Το είδος της γωνίας $\widehat{B\hat{A}\Gamma}$.
- β) Το εμβαδόν του τριγώνου $AB\Gamma$.
- γ) Την ακτίνα του κύκλου (O, ρ).
- δ) Το μήκος του κύκλου.
- ε) Το εμβαδόν του κυκλικού δίσκου.



ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ 9

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΠΕΡΙΟΔΟΥ ΙΟΥΝΙΟΥ 2022

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Β' ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

ΘΕΩΡΙΑ (από τα 2 θέματα απαντήστε σε 1)

ΘΕΜΑ 1^ο

- α)** Να μεταφέρετε στην κόλλα σας τις παρακάτω προτάσεις συμπληρώνοντας τα κενά που υπάρχουν:
1. Ανάλογα λέγονται δύο ποσά x και y , όταν πολλαπλασιάζοντας τις τιμές του ενός με έναν αριθμό _____ και οι αντίστοιχες τιμές του άλλου με τον ίδιο αριθμό.
 2. Η γραφική παράσταση της συνάρτησης $y=ax$ είναι _____ που διέρχεται από την αρχή των αξόνων $O(0,0)$.
 3. Ο αριθμός a λέγεται _____ της ευθείας $y=ax$.
- β)** Να χαρακτηρίσετε κάθε μια από τις παρακάτω προτάσεις ως «Σωστή» ή «Λάθος».
1. Οι ευθείες $y=3x$ και $y=-3x+2$ είναι παράλληλες.
 2. Η ευθεία $y=2x+1$ διέρχεται από την αρχή των αξόνων.
 3. Η κλίση της ευθείας $y=5x$ είναι ο αριθμός 5.

ΘΕΜΑ 2^ο

- α)**
1. Ένα πολύγωνο ονομάζεται κανονικό όταν έχει όλες τις πλευρές του _____ και όλες τις γωνίες του _____.
 2. Σε κύκλο (O, ρ) κάθε εγγεγραμμένη γωνία που βαίνει σε ημικύκλιο είναι _____.
- β)** Να χαρακτηρίσετε κάθε μια από τις παρακάτω προτάσεις ως «Σωστή» ή «Λάθος».
1. Σε κύκλο (O, ρ) η επίκεντρη και η εγγεγραμμένη γωνία που βαίνουν στο ίδιο τόξο είναι ίσες.

2. Σε κανονικό πολύγωνο, αν ω είναι η κεντρική γωνία, ισχύει ότι $\omega = \frac{180^\circ}{n}$.

3. Σε έναν κύκλο, οι εγγεγραμμένες γωνίες του που βαίνουν σε ίσα τόξα είναι μεταξύ τους ίσες.

ΑΣΚΗΣΕΙΣ (από τις 3 ασκήσεις απαντήστε σε 2)

ΑΣΚΗΣΗ 1^η

α) Να υπολογιστεί η παράσταση $A = \sqrt{7 + 6\sqrt{1 + 2\sqrt{16}}}$

β) Αν $A = 5$ να λυθεί η εξίσωση:

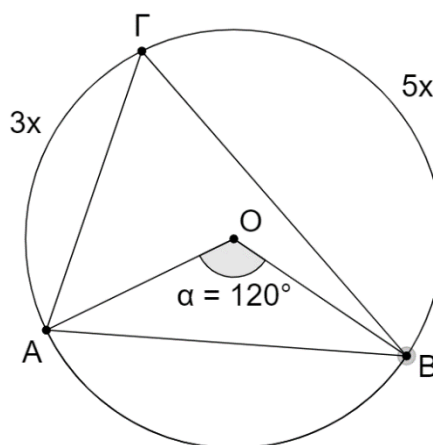
$$\frac{x - A}{3} + \frac{3x - 2}{2} = A - \frac{x - 12}{6}$$

ΑΣΚΗΣΗ 2^η

Στο διπλανό σχήμα δίνεται κύκλος (O, ρ) , η επίκεντρη γωνία $\hat{\alpha} = 120^\circ$ και τα τόξα $\widehat{A\Gamma} = 3x$ και $\widehat{\Gamma B} = 5x$.

α) Να υπολογίσετε το τόξο $\widehat{AB}$ και να δείξετε ότι $x = 30^\circ$.

β) Να υπολογίσετε τις γωνίες $\hat{A}$, $\hat{B}$ και $\hat{\Gamma}$ του τριγώνου $AB\Gamma$.

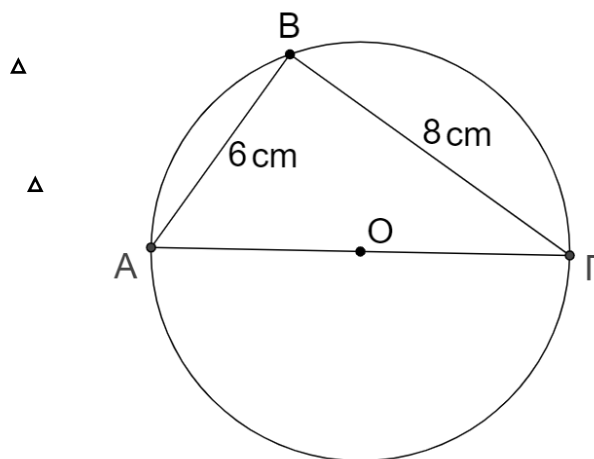


ΑΣΚΗΣΗ 3^η

Στο διπλανό σχήμα δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ εγγεγραμμένο σε κύκλο με **διάμετρο** $A\Gamma$. Επίσης $AB = 6 \text{ cm}$ και $B\Gamma = 8 \text{ cm}$:

α) Να εξηγήσετε γιατί το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι **ορθογώνιο** και να υπολογίσετε την πλευρά $A\Gamma$.

β) Να υπολογίσετε την **ακτίνα** ρ του κύκλου, το **μήκος** L του κύκλου και το **εμβαδόν** E του κυκλικού δίσκου.



ΘΕΜΑΤΑ Β' ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

ΘΕΩΡΙΑ

Από τα 2 θέματα Θεωρίας να επιλέξετε 1 θέμα

ΘΕΜΑ 1^ο

1. Τι ονομάζουμε τετραγωνική ρίζα ενός θετικού αριθμού α και πώς συμβολίζεται;
Μονάδες 2,2
2. Να αντιστοιχίσετε τις τετραγωνικές ρίζες της στήλης Α με τα αποτελέσματά τους από τη στήλη Β και να μεταφέρετε τις απαντήσεις σας στο φύλλο των απαντήσεών σας.

Στήλη Α	Στήλη Β
1. $-\sqrt{144}$	1. 12
2. $\sqrt{144}$	2. -12
3. $\sqrt{(-12)^2}$	3. Δεν ορίζεται
4. $\sqrt{-144}$	
5. $\sqrt{12^2}$	
6. $\sqrt{-12^2}$	

Μονάδες 2,4

3. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο φύλλο των απαντήσεών σας τη λέξη **Σωστό** ή **Λάθος**, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση.

1. $\sqrt{(-4)^2} = 4$

2. $\sqrt{-225} = -25$

3. $\sqrt{\frac{324}{256}} = \frac{9}{8}$

4. Αν $\alpha \geq 0$, τότε $(\sqrt{\alpha})^2 = \alpha$

5. Αν για τους αριθμούς x και y , ισχύει ότι $y = \sqrt{x}$, τότε ο αριθμός x είναι οποιοσδήποτε αριθμός.

Μονάδες 2

ΘΕΜΑ 2^ο

1.

A1. Να διατυπώσετε το πυθαγόρειο θεώρημα.

Μονάδες 2

A2. Στη συνέχεια, να σχεδιάσετε ένα ορθογώνιο τρίγωνο ΚΛΜ με $\widehat{\Lambda} = 90^\circ$ και να γράψετε τη σχέση που

συνδέει τις πλευρές του, σύμφωνα με το πυθαγόρειο θεώρημα.

Μονάδα 1

2. Να αντιγράψετε στο φύλλο των απαντήσεών σας την παρακάτω πρόταση και να συμπληρώσετε την κατάλληλη λέξη στα επόμενα κενά, ώστε η πρόταση να είναι αληθής.

Αν σε ένα τρίγωνο το τετράγωνο της _____ είναι ίσο με

το άθροισμα των _____ των δύο άλλων πλευρών, τότε η γωνία που βρίσκεται

απέναντι από τη μεγαλύτερη πλευρά είναι _____.

Μονάδες 2

3. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο φύλλο των απαντήσεών σας τη λέξη **Σωστό** ή **Λάθος**, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση.

α. $ΑΓ^2 = ΑΒ^2 + ΒΓ^2$

β. $ΓΑ^2 = ΓΔ^2 + ΑΔ^2$

γ. $ΒΔ^2 = ΑΒ^2 - ΑΔ^2$

δ. $ΔΓ^2 = ΑΔ^2 - ΑΓ^2$



Μονάδες 1,6

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Από τις 3 Ασκήσεις να επιλέξετε 2 Ασκήσεις

ΑΣΚΗΣΗ 1^η

1. Στις παρακάτω εξισώσεις να υπολογίσετε τις τιμές κ και λ :

$$2(3\kappa - 1) - (\kappa + 2) = 4\kappa - 3 \text{ και } \frac{4\lambda - 5}{3} - 2\lambda = \frac{\lambda - 1}{6} - \frac{2}{3}$$

Μονάδες 2,4

Β. Αν $\kappa = 1$ και $\lambda = -1$, να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που διέρχεται από το σημείο $M(\kappa, \lambda)$ και είναι παράλληλη στην ευθεία $y = -3x$.

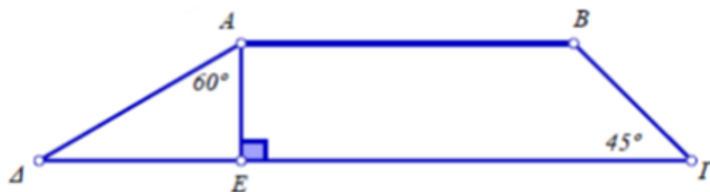
Μονάδα 1,8

Γ. Να εξετάσετε αν το σημείο $\Lambda(x, y)$, όπου $x = \sqrt{11 + \sqrt{15 + \sqrt{100}}}$ και $y = \sqrt{2\sqrt{25} + 3\sqrt{16} + 7\sqrt{4}}$, ανήκει στην ευθεία $y = -3x + 2$.

Μονάδα 2,4

ΑΣΚΗΣΗ 2^η

Στο παρακάτω σχήμα, το $AB\Gamma\Delta$ είναι τραπέζιο. Αν γνωρίζετε ότι $AE \perp \Delta\Gamma$, $AB = 10 \text{ cm}$, $\Delta\Gamma = 20,9 \text{ cm}$, $A\Delta = 8 \text{ cm}$, $\hat{\Gamma} = 45^\circ$ και $\hat{\Delta\hat{A}E} = 60^\circ$.



Α. Να υπολογίσετε το ύψος AE .

Μονάδες 1,4

Β. Να υπολογίσετε την πλευρά $B\Gamma$.

Μονάδες 1,4

Γ. Αν γνωρίζετε ότι η πλευρά $B\Gamma$ είναι ίση με $4\sqrt{2} \text{ cm}$, να υπολογίσετε το εμβαδόν τετραγώνου με πλευρά $B\Gamma$.

Μονάδες 2,4

Δ. Να υπολογίσετε το εμβαδόν του $AB\Gamma\Delta$.

Μονάδες 1,4

Δίνονται:

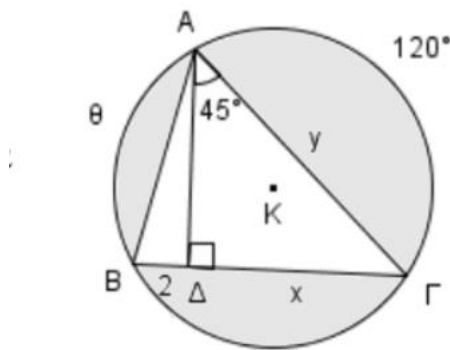
$$\eta\mu 60^{\circ} = \frac{\sqrt{3}}{2}, \sigma\upsilon\nu 60^{\circ} = 0,5, \epsilon\phi 60^{\circ} = \sqrt{3},$$

$$\epsilon\phi 45^{\circ} = 1, \eta\mu 45^{\circ} = \frac{\sqrt{2}}{2}, \sigma\upsilon\nu 45^{\circ} = \frac{\sqrt{2}}{2},$$

$$\eta\mu 30^{\circ} = 0,5, \sigma\upsilon\nu 30^{\circ} = \frac{\sqrt{3}}{2} \text{ και } \epsilon\phi 30^{\circ} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

ΑΣΚΗΣΗ 3^η

Στο παρακάτω σχήμα, δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ εγγεγραμμένο σε κύκλο κέντρου Ο και ακτίνας ρ. Αν γνωρίζετε ότι το ύψος του τριγώνου είναι το ΑΔ, η γωνία ΔΑΓ = 45°, το τόξο ΑΓ = 120°, ΒΔ = 2cm και το μήκος του κύκλου είναι L = 12,56cm. Να υπολογίσετε, αιτιολογώντας τις απαντήσεις σας:



1. Τις γωνίες Β̂ και Γ̂ και τα τόξα ΑΒ και ΒΓ.

Μονάδες 1,4

2. Τις πλευρές ΑΔ, ΔΓ και ΑΓ του τριγώνου ΑΔΓ.

Μονάδες 2,1

3. Την ακτίνα ρ και το εμβαδόν του κυκλικού δίσκου.

Μονάδες 1,4

4. Το εμβαδόν του γραμμοσκιασμένου χωρίου.

Μονάδες 1,7

Δίνονται:

$$\eta\mu 60^0 = \frac{\sqrt{3}}{2}, \sigma\upsilon\nu 60^0 = 0,5, \epsilon\phi 60^0 = \sqrt{3},$$

$$\epsilon\phi 45^0 = 1, \eta\mu 45^0 = \frac{\sqrt{2}}{2}, \sigma\upsilon\nu 45^0 = \frac{\sqrt{2}}{2},$$

$$\eta\mu 30^0 = 0,5, \sigma\upsilon\nu 30^0 = \frac{\sqrt{3}}{2} \text{ και } \epsilon\phi 30^0 = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

**ΓΡΑΠΤΕΣ ΑΝΑΚΕΦΑΛΑΙΩΤΙΚΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ
ΠΕΡΙΟΔΟΥ ΙΟΥΝΙΟΥ 2022**

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: Μαθηματικά

Διάρκεια εξέτασης: Δύο (2) ώρες-Δυνατή αποχώρηση: 45' μετά τη διανομή των θεμάτων

ΝΑ ΑΠΑΝΤΗΣΕΤΕ ΣΤΗΝ ΚΟΛΛΑ ΑΝΑΦΟΡΑΣ ΚΑΙ ΟΧΙ ΣΤΟ ΠΑΡΟΝ ΦΥΛΛΑΔΙΟ!

ΘΕΩΡΙΑ(ΠΡΟΣΟΧΗ! Από τα δύο θέματα θεωρίας **απαντάτε μόνο σε ένα**)

ΘΕΩΡΙΑ 1(6,6 μ.)

A. Τι ονομάζω εξίσωση;

(2,1 μ.)

B. Να γράψετε στην σελίδα σας τις λέξεις που συμπληρώνουν τις προτάσεις:

- ... (1) ... μιας εξίσωσης ονομάζεται κάθε αριθμός που την επαληθεύει.
- Μια εξίσωση που έχει λύσεις όλους τους αριθμούς ονομάζεται ... (2) ...
- Στην εξίσωση $5x = 17$, ο αριθμός 5 είναι ο ... (3) ... του αγνώστου και το 17 είναι ... (4) ... όρος της.
- Μια εξίσωση που δεν έχει λύση ονομάζεται ... (5) ...

(2,5 μ.)

Γ. Να χαρακτηρίσετε την κάθε πρόταση ή σχέση ως Σωστή ή Λάθος:

- 1) Αν $2x - 3 = 5$ τότε $2x = 5 + 3$
- 2) Λύση της εξίσωσης $3x = 12$ είναι ο αριθμός $x = 4$
- 3) Η εξίσωση $0x = 2022$ δεν έχει λύσεις
- 4) Η εξίσωση $0x = 0$ δεν έχει λύσεις

(2 μ.)

ΘΕΩΡΙΑ 2(6,6 μ.)

A. Να διατυπώσετε το Πυθαγόρειο θεώρημα. (2,1 μ.)

B. Να γράψετε στην σελίδα σας τις λέξεις που συμπληρώνουν αντίστροφο του Πυθαγορείου θεωρήματος:

«Αν σε ένα τρίγωνο, το ... (1) ... της μεγαλύτερης πλευράς είναι ... (2) ... με το ... (3) ...

των τετραγώνων των δύο άλλων πλευρών, τότε η γωνία που βρίσκεται ... (4) ... από

την μεγαλύτερη πλευρά είναι ... (5) ...»

(2,5 μ.)

Γ. Για το διπλανό σχήμα να χαρακτηρίσετε την κάθε σχέση ως Σωστή ή Λάθος:

- 1) $B\Gamma^2 = AB^2 + A\Gamma^2$
- 2) $\Gamma\Delta^2 = A\Gamma^2 - A\Delta^2$
- 3) $A\Gamma^2 = AB^2 - B\Gamma^2$
- 4) $A\Delta^2 = AB^2 + \Delta B^2$ (2 μ.)

ΑΣΚΗΣΕΙΣ(ΠΡΟΣΟΧΗ! Από τα τρία θέματα ασκήσεων **απαντάτε μόνο στα δύο**

ΑΣΚΗΣΗ1(6,7 μ.)

A. Να λύσετε τις εξισώσεις:

i) $5\omega - 6 = 3\omega + 20$ (1 μ.)

ii) $2(y - 8) = 12 - 2(y - 10)$ (1,5 μ.)

iii) $\frac{x+10}{3} - \frac{x}{5} = 2 + \frac{x+1}{3}$ και να αποδείξετε ότι $\omega=13$, $y=12$ και $x=5$ (2 μ.)

B. Να εξετάσετε αν το τρίγωνο με μήκη πλευρών τα x , y και ω , που βρήκατε στο Α ερώτημα, είναι ορθογώνιο.
(2,2 μ.)

ΑΣΚΗΣΗ2(6,7 μ.)

Δίνονται οι παραστάσεις

$$\alpha = \sqrt{14 - \sqrt{95 + \sqrt{25}}} \quad \text{και} \quad \beta = \sqrt{(\sqrt{42})^2 - 2 \cdot \sqrt{9}} \quad (2 \mu.)$$

A. Να αποδείξετε ότι $\alpha=2$ και $\beta=6$

B. Να μεταφέρετε στην σελίδα σας και να συμπληρώσετε τους πίνακες τιμών των συναρτήσεων $y=3x(1)$ και

$$y = \frac{12}{x}(2) \quad (2,5 \mu.)$$

x	2	0		4
y			3	

(1).

(2)

x	1		3	4		12
y		6			2	

Γ.i) Να σχεδιάσετε τις γραφικές παραστάσεις των παραπάνω συναρτήσεων στο ορθοκανονικό σύστημα αξόνων που σας δίνεται.
(1,5 μ.)

ii) Να εξετάσετε αν το σημείο $M(a, \beta)$, όπου a και β αυτά του ερωτήματος Α, ανήκει στην ευθεία $y = 3x$ ή στην

υπερβολή $y = \frac{12}{x}$. (0,7 μ.)

ΑΣΚΗΣΗ 3(6,7 μ.)

Στον διπλανό κύκλο, με κέντρο O και διάμετρο $B\Gamma$, δίνονται οι χορδές $AB = 8\text{cm}$ και $A\Gamma = 6\text{cm}$.

A.i) Να εξηγήσετε γιατί το τρίγωνο $BA\Gamma$ είναι ορθογώνιο. **(1 μ.)**

ii) Να αποδείξετε ότι $B\Gamma = 10\text{cm}$. (2 μ.)

B. Να υπολογίσετε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς της γωνίας B . **(1,5 μ.)**

Γ. Να υπολογίσετε τα εμβαδά του τριγώνου $AB\Gamma$ και του κυκλικού δίσκου. **(2,2 μ.)**(δίνεται ότι $\pi = 3,14$)

ΟΝΟΜ/ΜΟ.....

ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα Α :

(α1) Να χαρακτηρίσετε με σωστό ή λάθος τις παρακάτω προτάσεις :

1) Η γραφική παράσταση της συνάρτησης $\psi = -\frac{4}{x}$, βρίσκεται στο **2ο** και στο **4ο** τεταρτημόριο των αξόνων (Σ Λ)

2) Οι ευθείες $\psi = -\frac{5}{2}x$ και $\psi = -2,5x + 8$ είναι μεταξύ τους παράλληλες (Σ Λ)

3) Η ευθεία $\psi = 5x + 5$ διέρχεται από την αρχή των αξόνων (Σ Λ)

4) Ο άξονας $x'x$ είναι η ευθεία με εξίσωση $\psi = 1$ (Σ Λ)

(α2) Να αντιστοιχίσετε κάθε σημείο από την στήλη **1** , με την ευθεία στην οποία ανήκει από την στήλη **2** .

ΣΤΗΛΗ 1

- (1) Α(2 , -8)
- (2) Β(0 , -1)
- (3) Γ(3 , -18)

ΣΤΗΛΗ 2

- (α) $\psi = 2x - 1$
- (β) $\psi = -6x$
- (γ) $\psi = 3x$
- (δ) $\psi = -5x + 2$

Θέμα Β:

(β1) Να διατυπώσετε το Πυθαγόρειο Θεώρημα .

(β2) Να χαρακτηρίσετε με σωστό ή λάθος τις παρακάτω προτάσεις :

1) Το εμβαδόν ενός παραλληλογράμμου με πλευρές **α** και **β** , ισούται με **α • β** (Σ Λ)

2) Το εμβαδόν ενός ορθογωνίου τριγώνου είναι ίσο με το γινόμενο των δύο κάθετων πλευρών του . (Σ Λ)

3) Το εμβαδόν ενός τετραγώνου , πλευράς 14 cm , είναι 186 cm² (Σ Λ)

4) Το εμβαδόν ενός τραπεζίου είναι ίσο με το γινόμενο του ημιαθροίσματος των βάσεων του με το ύψος του . (Σ Λ)

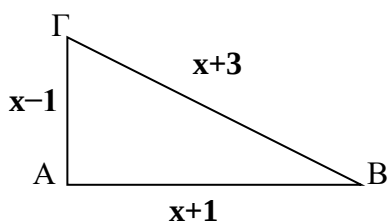
ΑΣΚΗΣΕΙΣ

ΑΣΚΗΣΗ 1^η: Εστω ότι : $\alpha = \sqrt{(2-10)^2} - \sqrt{25}$ και $\beta = \sqrt{0,16} \cdot \sqrt{100}$

1) Να αποδείξετε ότι $\alpha = 3$ και $\beta = 4$ (μον. 2,5)

2) Να λύσετε την εξίσωση : $\frac{x-1}{\alpha} - \frac{-x+3}{\beta} = 3x - \frac{5x+1}{2}$ (μον. 4)

ΑΣΚΗΣΗ 2^η:



Οι πλευρές του παραπάνω τριγώνου είναι σε εκατοστά:

$AB = x+1$, $AG = x-1$ και $BΓ = x+3$ και η περίμετρος είναι **24 cm**.

1) Να δείξετε ότι $x = 7$ cm (μον. 2,5)

2) Να αιτιολογήσετε γιατί το τρίγωνο $ABΓ$ είναι ορθογώνιο και να βρείτε το εμβαδόν του . (μον. 4)

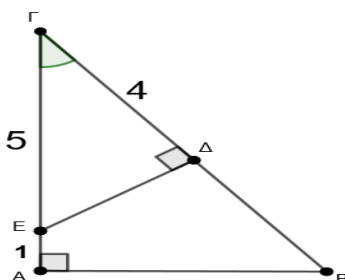
ΑΣΚΗΣΗ 3^η:

Στο παρακάτω σχήμα είναι $ΓΕ = 5$ cm, $ΕΑ = 1$ cm , $ΓΔ = 4$ cm και $\hat{A} = 90^\circ$, $\hat{\Delta} = 90^\circ$.

1) Να υπολογίσετε το μήκος του $BΓ$ (μον. 4)

2) Να υπολογίσετε το μήκος του AB (μον. 2,5)

(Δίνεται ότι $\sqrt{20,25} = 4,5$)



Θ Ε Μ Α Τ Α
ΘΕΜΑΤΑ ΘΕΩΡΙΑΣ

(Από τα δύο θέματα θεωρίας απαντάτε μόνο στο ένα που επιλέγετε)

ΘΕΜΑ 1°

- A.** Να διατυπώσετε το ευθύ του Πυθαγορείου Θεωρήματος. (15 μον.)
B. Να διατυπώσετε το αντίστροφο του Πυθαγορείου Θεωρήματος. (10 μον.)

ΘΕΜΑ 2°

- A.** Τι ονομάζουμε εμβαδόν επίπεδης επιφάνειας; (15 μον.)
B. Να κάνετε την παρακάτω αντιστοίχιση:
- | | |
|-----------------------------|-----------------------------|
| 1. εμβαδόν τετραγώνου | α. πr^2 |
| 2. εμβαδόν παραλληλογράμμου | β. $\beta \gamma$ |
| 3. εμβαδόν τριγώνου | γ. $\beta \gamma / 2$ |
| 4. εμβαδόν τραπεζίου | δ. $(B + \beta) \gamma / 2$ |
| 5. εμβαδόν κύκλου | ε. α^2 |
- (10 μον.)

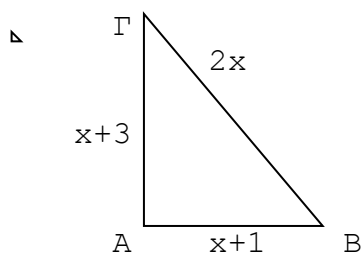
ΘΕΜΑΤΑ ΑΣΚΗΣΕΩΝ

(Από τις τρεις ασκήσεις λύνετε τις δύο που επιλέγετε εσείς)

ΘΕΜΑ 3°

Η περίμετρος του τριγώνου ΑΒΓ του σχήματος είναι 24. Αν $AB = x + 1$, $B\Gamma = 2x$ και $A\Gamma = x + 3$ τότε:

- A.** Να υπολογιστούν οι πλευρές του τριγώνου. (12 μον.)
B. Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο είναι ορθογώνιο. (13 μον.)



ΘΕΜΑ 4°

- A.** Να λυθεί η ανίσωση: $4x + (x - 1) - (x - 2) > -x$ (15 μον.)

B. Να παρασταθεί η λύση στην ευθεία των αριθμών.

(10 μον.)

ΘΕΜΑ 5°

Δίνεται η ευθεία (ε) με εξίσωση: $y=2x+1$.

A. Να βρεθούν τα σημεία τομής της ευθείας με τους άξονες. (16 μον.)

B. Από ποιο σημείο από τα $A(10,21)$ $B(-1,1)$ και $\Gamma(2,6)$ διέρχεται η ευθεία (ε); (9 μον.)

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ !

ΘΕΩΡΙΑ

(Να επιλέξετε το ένα από τα δύο θέματα θεωρίας)

ΘΕΜΑ 1^ο (6,7 μονάδες)

A. Να συμπληρώσετε τα κενά στην παρακάτω πρόταση:

«Δύο ποσά ονομάζονται ανάλογα ποσά, όταν τις τιμές του ενός ποσού με έναν αριθμό, τότε οι αντίστοιχες τιμές του άλλου ποσού με τον ίδιο αριθμό».

B. Τι σχήμα είναι η γραφική παράσταση της συνάρτησης $y = ax$;

Γ. Να χαρακτηρίσετε στην κόλλα σας κάθε μία από τις παρακάτω προτάσεις ως σωστή (Σ) ή λανθασμένη (Λ):

1) Οι ευθείες $y = 5x + 2$ και $y = 5x$ έχουν την ίδια κλίση

2) Η γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων $y = 4x$ και $y = x + 4$ είναι ευθείες παράλληλες μεταξύ τους .

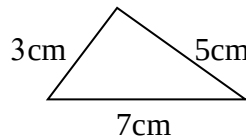
3) Η γραφική παράσταση της συνάρτησης $y = 2x + 3$ τέμνει τον άξονα $y'y$ στο σημείο $M(0,3)$

ΘΕΜΑ 2^ο (6,7 μονάδες)

A) Να διατυπώσετε το Πυθαγόρειο Θεώρημα.

B) Να χαρακτηρίσετε στην κόλλα σας κάθε μία από τις παρακάτω προτάσεις ως σωστή (Σ) ή λανθασμένη (Λ):

1) Το διπλανό τρίγωνο είναι ορθογώνιο



2) Αν για τις πλευρές του τριγώνου $AB\Gamma$ ισχύει : $AB^2 = A\Gamma^2 + \Gamma B^2$ τότε η γωνία $\hat{A}$ είναι ορθή.

3) Σε ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ με υποτείνουσα $B\Gamma$ ισχύει $AB^2 = A\Gamma^2 + \Gamma B^2$

4) Σε ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ με υποτείνουσα $B\Gamma$ ισχύει $AB^2 + A\Gamma^2 = \Gamma B^2$

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

(Να επιλέξετε τις δύο από τις τρεις ασκήσεις)

ΑΣΚΗΣΗ 1^η (6,7 μονάδες)

Να λύσετε τις εξισώσεις :

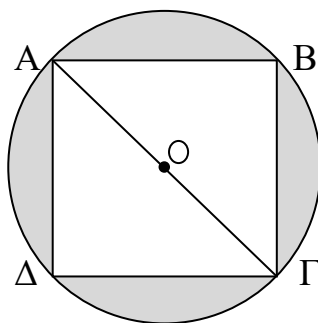
A. $5x - 7 = 8 + 2x$

B. $\frac{x+3}{2} - \frac{5-4x}{3} = \frac{x}{6} - 7$

ΑΣΚΗΣΗ 2^η (6,7 μονάδες)

Στο παρακάτω σχήμα ΑΒΓΔ είναι τετράγωνο εγγεγραμμένο σε κύκλο με κέντρο Ο.

Η πλευρές του τετραγώνου ΑΒΓΔ έχουν μήκος $\sqrt{2}$ cm ($AB=BG=\Gamma\Delta=\Delta A=\sqrt{2}$ cm).



A. Να υπολογίσετε το μήκος της ακτίνας του κύκλου.

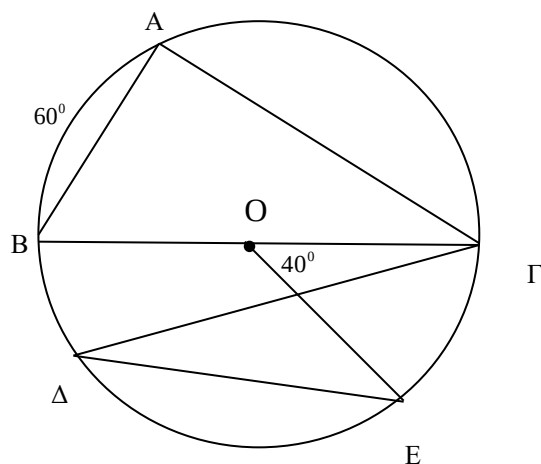
B. Να υπολογίσετε το μήκος του κύκλου και το εμβαδόν του κυκλικού δίσκου.

Γ. Να υπολογίσετε το εμβαδόν του σκιασμένου χωρίου.

ΑΣΚΗΣΗ 3^η (6,7 μονάδες)

Στο παρακάτω σχήμα Ο είναι το κέντρο του κύκλου, το τόξο ΑΒ έχει μέτρο 60° και $\hat{\Gamma O E} = 40^\circ$.

Να υπολογίσετε το μέτρο των γωνιών $\hat{B A \Gamma}$, $\hat{A \Gamma B}$, $\hat{A B \Gamma}$, $\hat{\Gamma \Delta E}$.



ΘΕΩΡΙΑ 1^η

A) Τι λέγεται τετραγωνική ρίζα ενός θετικού αριθμού α ;

B) Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις με (Σ) αν είναι σωστές και με (Λ) αν είναι

A . ΘΕΩΡΙΑ Να απαντήσετε σε μία μόνο από τις δύο θεωρίες

λανθασμένες.

i) $\sqrt{36} = 18$

ii) $\sqrt{0,4} = 0,2$

iii) $\sqrt{9 \cdot 4} = \sqrt{9} \cdot \sqrt{4}$

iv) $\sqrt{4} = 16$

Γ) Να συμπληρώσετε τα κενά, ώστε να προκύψουν αληθείς προτάσεις:

i) $\sqrt{49} = \dots$

ii) $\sqrt{(-3)^2} = \dots$

iii) $\sqrt{0} = \dots$

iv) $-\sqrt{16} = \dots$

ΘΕΩΡΙΑ 2^η

A) Πότε ένα πολύγωνο λέγεται κανονικό;

B) Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις με (Σ) αν είναι σωστές και με (Λ) αν είναι

λανθασμένες:

i) Ο ρόμβος είναι κανονικό πολύγωνο

ii) Κάθε εγγεγραμμένη γωνία που βαίνει σε ημικύκλιο είναι ορθή.

iii) Οι εγγεγραμμένες γωνίες που βαίνουν στο ίδιο τόξο είναι μεταξύ τους ίσες.

iv) Κάθε επίκεντρη γωνία ισούται με το μισό της εγγεγραμμένης που βαίνουν στο ίδιο τόξο

Γ) Αν $\hat{\omega}$, $\hat{\varphi}$ είναι η κεντρική γωνία και η γωνία ενός κανονικού n -γώνου αντίστοιχα, να συμπληρώσετε τα κενά: $\hat{\omega} = \dots$ και $\hat{\varphi} + \hat{\omega} = \dots$

B . ΑΣΚΗΣΕΙΣ Να απαντήσετε σε δύο μόνο από τις τρεις ασκήσεις

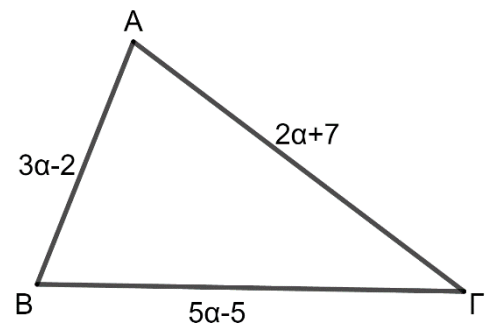
ΑΣΚΗΣΗ 1

Στο διπλανό σχήμα, το τρίγωνο ABΓ έχει περίμετρο $\Pi=50$ cm.

A) Να βρείτε τον αριθμό α .

B) Αν $\alpha = 5$, να λύσετε την εξίσωση:

$$\frac{x-\alpha}{3} + \frac{8-3x}{\alpha+7} = 3 - \frac{x}{4}$$



ΑΣΚΗΣΗ 2

Στο διπλανό σχήμα δίνονται EB = 4 cm,

ED = 3 cm, BD = 5 cm, AG = 6 cm και η γωνία $\hat{A}$ ορθή.

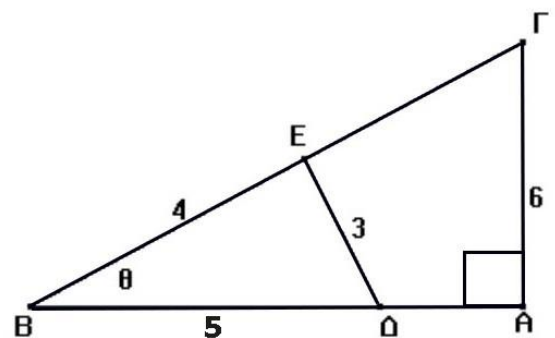
i) να εξετάσετε αν το τρίγωνο BDE είναι ορθογώνιο

και να βρείτε ποια είναι η ορθή γωνία.

ii) να βρείτε τα ημ $\hat{\theta}$ και εφ $\hat{\theta}$

iii) να βρείτε τα μήκη AB, BΓ

(Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας)



ΑΣΚΗΣΗ 3

Στον διπλανό κύκλο με κέντρο O, δίνονται ότι $\hat{A}=30^\circ$ και BΓ=5cm.

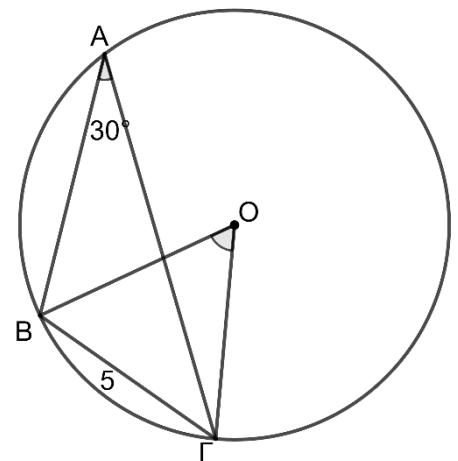
A) Να βρείτε τη γωνία $\hat{O}$ και να αποδείξετε ότι η ακτίνα του κύκλου είναι $\rho=5$ cm.

B) Να βρείτε το μήκος του κύκλου (O, ρ)

Γ) Να βρείτε το εμβαδόν του κυκλικού δίσκου (O, ρ)

(Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας)

Να έχετε επιτυχία!



ΟΝΟΜ/ΜΟ.....

ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα Α :

(α1) Να χαρακτηρίσετε με σωστό ή λάθος τις παρακάτω προτάσεις :

1) Η γραφική παράσταση της συνάρτησης $\psi = -\frac{4}{x}$, βρίσκεται στο **2ο** και στο **4ο** τεταρτημόριο των αξόνων (Σ Λ)

2) Οι ευθείες $\psi = -\frac{5}{2}x$ και $\psi = -2,5x + 8$ είναι μεταξύ τους παράλληλες (Σ Λ)

3) Η ευθεία $\psi = 5x + 5$ διέρχεται από την αρχή των αξόνων (Σ Λ)

4) Ο άξονας $x'x$ είναι η ευθεία με εξίσωση $\psi = 1$ (Σ Λ)

(α2) Να αντιστοιχίσετε κάθε σημείο από την στήλη **1** , με την ευθεία στην οποία ανήκει από την στήλη **2** .

ΣΤΗΛΗ 1

- (1) Α(2 , -8)
- (2) Β(0 , -1)
- (3) Γ(3 , -18)

ΣΤΗΛΗ 2

- (α) $\psi = 2x - 1$
- (β) $\psi = -6x$
- (γ) $\psi = 3x$
- (δ) $\psi = -5x + 2$

Θέμα Β:

(β1) Να διατυπώσετε το Πυθαγόρειο Θεώρημα .

(β2) Να χαρακτηρίσετε με σωστό ή λάθος τις παρακάτω προτάσεις :

1) Το εμβαδόν ενός παραλληλογράμμου με πλευρές **α** και **β** , ισούται με **α • β** (Σ Λ)

2) Το εμβαδόν ενός ορθογωνίου τριγώνου είναι ίσο με το γινόμενο των δύο κάθετων πλευρών του . (Σ Λ)

3) Το εμβαδόν ενός τετραγώνου , πλευράς 14 cm , είναι 186 cm² (Σ Λ)

4) Το εμβαδόν ενός τραπεζίου είναι ίσο με το γινόμενο του ημιαθροίσματος των βάσεων του με το ύψος του . (Σ Λ)

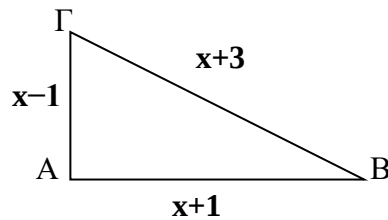
ΑΣΚΗΣΕΙΣ

ΑΣΚΗΣΗ 1^η: Εστω ότι : $\alpha = \sqrt{(2-10)^2} - \sqrt{25}$ και $\beta = \sqrt{0,16} \cdot \sqrt{100}$

1) Να αποδείξετε ότι **α = 3** και **β = 4** (μον. 2,5)

2) Να λύσετε την εξίσωση : $\frac{x-1}{\alpha} - \frac{-x+3}{\beta} = 3x - \frac{5x+1}{2}$ (μον. 4)

ΑΣΚΗΣΗ 2^η:



Οι πλευρές του παραπάνω τριγώνου είναι σε εκατοστά:

$AB = x+1$, $AG = x-1$ και $BΓ = x+3$ και η περίμετρος είναι **24 cm**.

1) Να δείξετε ότι $x = 7$ cm (μον. 2,5)

2) Να αιτιολογήσετε γιατί το τρίγωνο $ABΓ$ είναι ορθογώνιο και να βρείτε το εμβαδόν του . (μον. 4)

ΑΣΚΗΣΗ 3^η:

Στο παρακάτω σχήμα είναι $ΓΕ = 5$ cm, $ΕΑ = 1$ cm , $ΓΔ = 4$ cm και $\hat{A} = 90^\circ$, $\hat{\Delta} = 90^\circ$.

1) Να υπολογίσετε το μήκος του $BΓ$ (μον. 4)

2) Να υπολογίσετε το μήκος του AB (μον. 2,5)

(Δίνεται ότι $\sqrt{20,25} = 4,5$)

