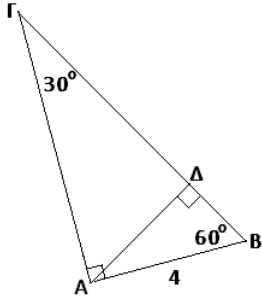


Λύση της άσκησης 3 στη σελίδα 140



Κύρια στοιχεία τριγώνου: 3 Γωνίες, 3 Πλευρές
 Δευτερεύοντα στοιχεία τριγώνου: 3 Ύψη, 3 Διάμεσοι,
 3 Διχοτόμοι
 (για τον υπολογισμό των 3 διαμέσων και 3 διχοτόμων
 χρειάζονται γνώσεις που διδάσκονται στο Λύκειο)

Εύρεση γωνίας B: Οι γωνίες $\hat{B}$ και $\hat{C}$ είναι συμπληρωματικές, δηλαδή έχουν άθροισμα 90° . Άρα $\hat{B} = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$

Εύρεση υποτείνουσας BΓ:

1^{ος} τρόπος

$$\eta\mu 30^\circ = \frac{\text{απέναντι κάθετη}}{\text{υποτείνουσα}} \rightarrow \frac{1}{2} = \frac{AB}{B\Gamma} \rightarrow \frac{1}{2} = \frac{4}{B\Gamma} \rightarrow B\Gamma \cdot 1 = 4 \cdot 2$$

$$\rightarrow \boxed{B\Gamma = 8\text{cm}}$$

2^{ος} τρόπος

$$\sigma\upsilon\nu 60^\circ = \frac{\text{προσκείμενη κάθετη}}{\text{υποτείνουσα}} \rightarrow \frac{1}{2} = \frac{AB}{B\Gamma} \rightarrow \frac{1}{2} = \frac{4}{B\Gamma} \rightarrow B\Gamma \cdot 1 = 4 \cdot 2$$

$$\rightarrow \boxed{B\Gamma = 8\text{cm}}$$

Εύρεση κάθετης ΑΓ:

1^{ος} τρόπος

Πυθαγόρειο Θεώρημα: $A\Gamma^2 = B\Gamma^2 - AB^2 \rightarrow A\Gamma^2 = 8^2 - 4^2 \rightarrow A\Gamma^2 = 64 - 16$
 $\rightarrow A\Gamma^2 = 48 \rightarrow A\Gamma = \sqrt{48} \rightarrow A\Gamma = \sqrt{16 \cdot 3} \rightarrow A\Gamma = \sqrt{16} \cdot \sqrt{3} \rightarrow A\Gamma = 4\sqrt{3}$
 $\rightarrow \boxed{A\Gamma = 6,93\text{cm}}$

2^{ος} τρόπος

$$\epsilon\phi 30^\circ = \frac{\text{απέναντι κάθετη}}{\text{προσκείμενη κάθετη}} \rightarrow 0,5774 = \frac{AB}{A\Gamma} \rightarrow 0,5774 = \frac{4}{A\Gamma}$$

$$\rightarrow 0,577 \cdot A\Gamma = 4 \rightarrow \frac{0,577 \cdot A\Gamma}{0,577} = \frac{4}{0,577} \rightarrow A\Gamma = \frac{4000}{577} \rightarrow \boxed{A\Gamma = 6,93\text{cm}}$$

3^{ος} τρόπος

$$\epsilon\phi 60^\circ = \frac{\text{απέναντι κάθετη}}{\text{προσκείμενη κάθετη}} \rightarrow 1,7321 = \frac{A\Gamma}{AB} \rightarrow 1,732 = \frac{A\Gamma}{4}$$

$$\rightarrow A\Gamma \cdot 1 = 4 \cdot 1,732 \rightarrow \boxed{A\Gamma = 6,93\text{cm}}$$

4^{ος} τρόπος

$$\sin 30^\circ = \frac{\text{προσκείμενη κάθετη}}{\text{υποτείνουσα}} \rightarrow 0,866 = \frac{ΑΓ}{ΒΓ} \rightarrow 0,866 = \frac{ΑΓ}{8}$$

$$\rightarrow ΑΓ = 8 \cdot 0,866 \rightarrow \boxed{ΑΓ = 6,93\text{cm}}$$

5^{ος} τρόπος

$$\eta\mu 60^\circ = \frac{\text{απέναντι κάθετη}}{\text{υποτείνουσα}} \rightarrow 0,866 = \frac{ΑΓ}{ΒΓ} \rightarrow 0,866 = \frac{ΑΓ}{8}$$

$$\rightarrow ΑΓ = 8 \cdot 0,866 \rightarrow \boxed{ΑΓ = 6,93\text{cm}}$$

Εύρεση περιμέτρου ΑΒΓ:

$$\Pi_{ΑΒΓ} = ΑΒ + ΒΓ + ΑΓ = 4\text{cm} + 8\text{cm} + 6,93\text{cm} \rightarrow \boxed{\Pi_{ΑΒΓ} = 18,93\text{cm}}$$

Εύρεση εμβαδού ΑΒΓ:

$$(ΑΒΓ) = \frac{\text{κάθετος} \cdot \text{κάθετος}}{2} = \frac{ΑΒ \cdot ΑΓ}{2} = \frac{4 \cdot 6,93}{2} = 2 \cdot 6,93$$

$$\rightarrow \boxed{(ΑΒΓ) = 13,86\text{cm}^2}$$

Εύρεση 3 υψών:

$$1^\circ \text{ ύψος } \boxed{ΑΒ = 4\text{cm}}, \quad 2^\circ \text{ ύψος } \boxed{ΑΓ = 6,93\text{cm}}$$

3^ο ύψος ΑΔ**1^{ος} τρόπος**

Τριγωνομετρία στο τρίγωνο ΑΒΔ ή ΑΓΔ

$$\eta\mu 60^\circ = \frac{\text{απέναντι κάθετη}}{\text{υποτείνουσα}} \rightarrow 0,866 = \frac{ΑΔ}{4} \rightarrow ΑΔ = 4 \cdot 0,866$$

$$\rightarrow \boxed{ΑΔ = 3,46\text{cm}}$$

2^{ος} τρόπος

$$(ΑΒΓ) = \frac{\text{πλευρά} \cdot \text{αντίστοιχο ύψος}}{2} \rightarrow 13,86 = \frac{ΒΓ \cdot ΑΔ}{2} \rightarrow 13,86 = \frac{8 \cdot ΑΔ}{2}$$

$$\rightarrow 13,86 = 4 \cdot ΑΔ \rightarrow \frac{13,86}{4} = \frac{4 \cdot ΑΔ}{4} \rightarrow \boxed{ΑΔ = 3,46\text{cm}}$$