

ΤΡΙΩΝΥΜΟ $\alpha x^2 + \beta x + \gamma$, $\alpha \neq 0$

Γ' Γυμνασίου

Να παραγοντοποιήσετε το τριώνυμο β' βαθμού $x^2 - 8x + 12$ με τέσσερις τρόπους

1α) Διάσπαση $x^2 - 8x + 12 = x^2 - 2x - 6x + 12 = x(x - 2) - 6(x - 2) =$
 $= (x - 2)(x - 6)$

1β) Διάσπαση $x^2 - 8x + 12 = x^2 - 8x + 16 - 4 = x^2 - 4 - 8x + 16 =$
 $= (x + 2)(x - 2) - 8(x - 2) = (x - 2)(x + 2 - 8) = (x - 2)(x - 6)$

2) Προσθαφαίρεση $x^2 - 8x + 12 = x^2 - 2x \cdot 4 + 4^2 - 4^2 + 12 =$
 $= (x - 4)^2 - 16 + 12 = (x - 4)^2 - 4 = (x - 4)^2 - 2^2 =$
 $= (x - 4 - 2)(x - 4 + 2) = (x - 6)(x - 2)$

3) Με τη βοήθεια της Διακρίνουσας

Ορίζουμε ως Διακρίνουσα την ποσότητα $\Delta = \beta^2 - 4\alpha\gamma$ όπου

α : συντελεστής του x^2

β : συντελεστής του x

γ : σταθερός όρος ή συντελεστής του x^0

Ορίζουμε τις ποσότητες $x_1 = \frac{-\beta + \sqrt{\Delta}}{2\alpha}$ και $x_2 = \frac{-\beta - \sqrt{\Delta}}{2\alpha}$

Ορίζουμε ως παραγοντοποιημένη μορφή του τριωνύμου

$$\alpha x^2 + \beta x + \gamma = \alpha (x - x_1)(x - x_2), \quad \alpha \neq 0$$

Λύση $x^2 - 8x + 12$, $\alpha = +1$, $\beta = -8$, $\gamma = 12$

$$\Delta = \beta^2 - 4\alpha\gamma = (-8)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 12 = 64 - 48 = 16$$

$$x_1 = \frac{-\beta + \sqrt{\Delta}}{2\alpha} = \frac{-(-8) + \sqrt{16}}{2 \cdot 1} = \frac{8 + 4}{2} = \frac{12}{2} = 6$$

$$x_2 = \frac{-\beta - \sqrt{\Delta}}{2\alpha} = \frac{-(-8) - \sqrt{16}}{2 \cdot 1} = \frac{8 - 4}{2} = \frac{4}{2} = 2$$

$$\text{Άρα } x^2 - 8x + 12 = 1(x - 6)(x - 2)$$

4) Να λύσετε την εξίσωση β' βαθμού $x^2 - 8x + 12 = 0$

Στα 1α, 1β και 2 αποδείξαμε ότι $x^2 - 8x + 12 = 0$ ή $(x-2)(x-6) = 0$ ή

$$x-2=0 \text{ ή } x-6=0 \text{ ή } \underline{x=2} \text{ ή } \underline{x=6}$$

Στο 3 βρήκαμε τις ποσότητες $x_1 = 6$, $x_2 = 2$ οι οποίες είναι και οι

λύσεις ή ρίζες της εξίσωσης $x^2 - 8x + 12 = 0$

Σχόλια

1. Υπάρχουν τριώνυμα 2^{ου} βαθμού που δεν παραγοντοποιούνται στο σύνολο των πραγματικών αριθμών
2. Με την βοήθεια της Διακρίνουσας ($\Delta = \beta^2 - 4\alpha\gamma$) έχουμε «γρήγορη» απάντηση-λύση ως προς την παραγοντοποιημένη μορφή
3. Ο τρόπος της διάσπασης μας «εξασκεί» στην ομαδοποίηση
4. Ο τρόπος της προσθαφαίρεσης μας «εξασκεί» στο ανάπτυγμα των ταυτοτήτων $(\alpha + \beta)^2$, $(\alpha - \beta)^2$, $\alpha^2 - \beta^2$
5. Πριν ξεκινήσετε να γράφετε την κατιούσα μορφή τριωνύμου, να ελέγχετε αν είναι πλήρες ή ελλιπές και να παρατηρείτε αν είναι ανάπτυγμα ταυτότητας
6. Στα ελλιπή τριώνυμα 2^{ου} βαθμού (αx^2 , $\alpha x^2 + \beta x$, $\alpha x^2 + \gamma$) και στις εξισώσεις τους είναι χρονοβόρα η χρήση της Διακρίνουσας για την παραγοντοποίησή τους και την εύρεση λύσεων.

Εξάσκηση

1. Να παραγοντοποιήσετε τα παρακάτω τριώνυμα με δύο τουλάχιστον τρόπους και να λύσετε τις εξισώσεις των παρακάτω τριωνύμων π.χ $x^2 + 5x - 6 = 0$

$$x^2 + 5x - 6$$

$$y^2 - 6y + 8$$

$$\omega^2 + 2\omega - 3$$

$$6\kappa^2 - 5\kappa + 2$$

$$-3y^2 + 12y - 9$$

$$z^2 + 2z + 1$$

$$\phi^2 - 7\phi$$

$$x^2 + 4x + 4$$

$$2y^2 - 8y + 6$$

$$2t^2 + 5t + 3$$

2. Να λύσετε και να διαβάσετε τις ασκήσεις των σελίδων 93, 97 του σχολικού βιβλίου
3. Να απαντήσετε στις Ερωτήσεις Κατανόησης των σελίδων 92, 96, 97 του σχολικού βιβλίου

Σοφία Φιλιππίδου
Μαθηματικός