

Άσκηση 1 (Ευκλείδη 2020 β' γυμνασίου)

Ο Γιώργος έγραψε έναν τετραψήφιο αριθμό στο τετράδιο του, αλλά η αδελφή του έσβησε το τελευταίο ψηφίο του. Τότε προέκυψε τριψήφιος αριθμός του οποίου η διαφορά από τον αρχικό αριθμό του Γιώργου ήταν 2020. Να προσδιορίσετε τον αριθμό που έγραψε ο Γιώργος στο τετράδιο του.

Λύση Ευαγγέλιος 2020 Β' Γυμνασίου

Έστω $\overline{αβγδ}$ ο τετραψήφιος αριθμός που έγραψε ο Γιώργος. Άρνηοντας το τελευταίο ψηφίο προέκυψε ο τριψήφιος αριθμός $\overline{αβγ}$. Αφού η διαφορά των δυο αριθμών είναι 2020 θα έχω

$$\begin{array}{r} 2020 \\ + \quad αβγ \\ \hline αβγδ \end{array}$$

Κοιτώντας την πρόσθεση συμπεραίνω ότι το $α$ πρέπει να είναι το 2 ή το 3 αν στην πρόσθεση των προηγούμενων ψηφίων είχε προκύψει κρατούμενο. Αν όμως το $α$ είναι 3 τότε το άθροισμα $0 + α$ δεν θα είχε δώσει κρατούμενο. Άρα το $α$ δεν είναι 3. Άρα το $α = 2$

Έτσι έχω την πρόσθεση

$$\begin{array}{r} 2020 \\ \quad 2βγ \\ \hline 2βγδ \end{array}$$

Με την ίδια διεύση το $β$ είναι 2 ή 3 (αν η πρόσθεση $2 + β$ δίνει κρατούμενο). Όμως αν $β = 3$ τότε $2 + 3 = 5$ άρα δεν υπάρχει κρατούμενο. Άρα $β = 2$

Έτσι η πρόσθεση γίνεται

$$\begin{array}{r} 2020 \\ \quad 22γ \\ \hline 22γδ \end{array}$$

Άρα $γ = 4$ και $δ = 4$
και ο ζητούμενος τετραψήφιος είναι ο 2244

Άσκηση 2 (Ευκλείδη 2020 γ' γυμνασίου)

Ο Δημήτρης έγραψε έναν τετραψήφιο αριθμό στο τετράδιο του, αλλά η αδελφή του έσβησε το τελευταίο ψηφίο του. Τότε προέκυψε τριψήφιος αριθμός του οποίου η διαφορά από τον αρχικό αριθμό του Δημήτρη ήταν 2019. Να προσδιορίσετε τον αριθμό που έγραψε ο Δημήτρης στο τετράδιο του.

Παρόμοια με την προηγούμενη

Άσκηση 3

Να προσδιορίσετε όλους τους πενταψήφιους θετικούς ακέραιους της μορφής

$$\overline{\alpha\beta 0\gamma\delta} = \alpha \cdot 10^4 + \beta \cdot 10^3 + 0 \cdot 10^2 + \gamma \cdot 10 + \delta ,$$

όπου $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ ψηφία με $0 < \alpha < \beta < \gamma < \delta$, οι οποίοι είναι κοινά πολλαπλάσια του 9 και του 4.

Να προσδιορίσετε όλους τους πενταψήφιους θετικούς ακέραιους της μορφής $\overline{αβ0γδ} = α \cdot 10^4 + β \cdot 10^3 + 0 \cdot 10^2 + γ \cdot 10 + δ$, όπου $α, β, γ, δ$ ψηφία με $0 < α < β < γ < δ$, οι οποίοι είναι κοινά πολλαπλασια του 4 και του 9

Λύση

Για να διαιρείται ένας αριθμός με το 4 πρέπει ο αριθμός που σχηματίζουν τα δυο τελευταία ψηφία του να διαιρείται με το 4. Άρα τα δυο τελευταία ψηφία μόρφής να είναι:

| | | | | | | | | | |
|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 00 | 12 | 20 | 32 | 40 | 52 | 60 | 72 | 80 | 92 |
| 04 | 16 | 24 | 36 | 44 | 56 | 64 | 76 | 84 | 96 |
| 08 | 28 | | 48 | | 68 | | 88 | | |

Όμως στον ζητούμενο αριθμό δεν μπορεί να υπάρχει ψηφίο 0 αφού $0 < α < β < γ < δ$ άρα ο αριθμός δεν μπορεί να τελειώνει σε 00, 04, 08, 20, 40, 60, 80. Επίσης $γ < δ$ άρα δεν μπορεί να τελειώνει σε 32, 44, 52, 64, 72, 76, 84, 88, 92, 96.

Άρα έμειναν οι περιπτώσεις το $\overline{γδ}$ να είναι 12, 16, 24, 28, 36, 48, 56, 68, ~~88~~

Όμως το $γ$ δεν μπορεί να είναι ούτε 1 ούτε 2 γιατί τότε δεν θα μπορούσα να βρω δυο άλλα ψηφία $α, β$ ώστε $0 < α < β < γ$

Άρα ο αριθμός δεν τελειώνει σε 12, 16, 24, 28

Αν τελειώνει σε 36 θα ήταν ο 12036 που δεν είναι πολλαπλάσιο του 9

Αν τελειώνει σε 56 θα έπρεπε για να είναι πολλαπλάσιο του 9 το άθροισμα $α + β = 7$ ~~α + β = 7~~ και $α < β < 5$

άρα $α = 3, β = 4$ και ο αριθμός θα ήταν ο 34056

Αν τελειώνει σε 68 θα έπρεπε $α + β = 4$ αφού για να είναι πολλαπλάσιο του 9 πρέπει $α + β + γ + δ = 18$ και ήδη $γ + δ = 6 + 8 = 14$ επίσης $0 < α < β < 6$ άρα $β = 3$ και $α = 1$

και ο αριθμός είναι ο 13068

Άρα οι πενταψήφιοι αριθμοί που ικανοποιούν τα κριτήρια της άσκησης είναι οι 34056 και 13068

Άσκηση 4

Ο Γιάννης και η Μαρία όταν βγήκαν για μία βόλτα είχαν μαζί τους και οι δύο συνολικά 600 ευρώ και ξόδεψαν και οι δύο μαζί 80 ευρώ. Αν ο Γιάννης ξόδεψε το $\frac{100}{9}\%$ των χρημάτων του και η Μαρία ξόδεψε το $\frac{100}{7}\%$ των χρημάτων της, να βρείτε πόσα χρήματα είχε ο καθένας τους.

Άσκηση 5

Ο θετικός ακέραιος A έχει το γινόμενο των ψηφίων του ίσο με 12, το άθροισμα των ψηφίων του ίσο με 9 και επιπλέον διαιρείται με το 4. Να βρείτε τη μικρότερη και τη μεγαλύτερη δυνατή τιμή του A .