

Βασικές ασκήσεις σχετικές με βαρυτικά πεδία

Σε όλες τις παρακάτω ασκήσεις δεχόμαστε τους πλανήτες σφαιρικούς και τριβές αμελητέες.

- 1)** Τρεις συνευθειακοί πλανήτες Α, Β και Γ απέχουν μεταξύ τους απόσταση $2x$ (κέντρο με κέντρο) και έχουν αντίστοιχα μάζες $m_A=m$, $m_B=4m$ και $m_C=2m$. Θεωρώντας γνωστά τα m , x , G , να βρείτε:
- i) Τη δύναμη που δέχεται ο πλανήτης Α και τη δύναμη που δέχεται ο πλανήτης Β.
 - ii) την ένταση του βαρυτικού πεδίου στις θέσεις Κ (μέσο της ΒΓ), Λ (δεξιότερα του Γ κατά απόσταση x) και Β.
 - iii) το δυναμικό του βαρυτικού πεδίου στις παραπάνω θέσεις Κ, Λ και Β.
 - iv) τη δυναμική ενέργεια του συστήματος των τριών πλανητών.
- [i) $9Gm^2/8x^2$, Gm^2/x^2 ii) $19Gm/9x^2$, $559Gm/225x^2$, $Gm/4x^2$ iii) $-19Gm/x$, $-53Gm/15x$, $-3Gm/2x$, iv) $-13Gm^2/2x$]

- 2)** Πλανήτης Α έχει ακτίνα $R_A=R$ και πλανήτης Γ έχει ακτίνα $R_C=2R$ και τους θεωρούμε διαρκώς ακίνητους. Τα κέντρα των πλανητών απέχουν απόσταση $10R$. Εάν στην επιφάνεια του πλανήτη Α (θεωρώντας ότι δεν υπάρχει άλλος πλανήτης τριγύρω) η ένταση είναι $g_0=10 \text{ N/kg}$ και ο πλανήτης Γ έχει $m_C=8m_A$, να βρείτε :
- i) την ένταση στην επιφάνεια του πλανήτη Γ (θεωρώντας ότι δεν υπάρχει άλλος πλανήτης τριγύρω)
 - ii) τη συνολική ένταση στο μέσο Μ της απόστασης μεταξύ των κέντρων τους
 - iii) σε ποια θέση η (συνολική) ένταση θα είναι μηδέν;
 - iv) Τι θα συμβεί εάν αφήσουμε εκεί μια μάζα $m=10m$;
 - v) Να συγκρίνετε τις πυκνότητες των δύο πλανητών d_A/d_C , δεδομένου του τύπου που δίνει το όγκο σφαίρας $V=(4/3) \cdot \pi \cdot R^3$.

[i) 20 N/kg ii) $Gm_A/25R^2$ iii) $10R/(1+2\sqrt{2})$ v) 1]

- 3)** Πλανήτης Α έχει ακτίνα $R_A=R$ και μάζα $M_A=M$ και θεωρήστε τον διαρκώς ακίνητο. Σώμα αμελητέων διαστάσεων με μάζα m εκτοξεύεται από την επιφάνεια του πλανήτη με ταχύτητα u_0 και φτάνει σε ύψος $h=3R$ πάνω από την επιφάνεια του πλανήτη. Αφού γράψετε τις αρχικές και τελικές δυναμικές ενέργειες του συστήματος πλανήτης-σώμα, να υπολογίσετε τη ταχύτητα του σώματος m σε ύψος $h=3R$. Να θεωρηθούν αμελητέες οποιεσδήποτε άλλες δυνάμεις εκτός της βαρυτικής μεταξύ των δύο σωμάτων.

Απάντηση: $\sqrt{u_0^2 - \frac{3GM}{2R}}$

- 4)** Πλανήτης Α έχει ακτίνα $R_A=R$ και μάζα $M_A=M$ και θεωρήστε τον διαρκώς ακίνητο. Σώμα αμελητέων διαστάσεων με μάζα m εκτοξεύεται από την επιφάνεια του πλανήτη με ταχύτητα $u_0=\sqrt{g_0 \cdot R}$, όπου g_0 η ένταση του πεδίου στην επιφάνεια του πλανήτη και φτάνει σε ύψος h , με υποδιπλάσια ταχύτητα. Σε ποιο ύψος h (σε σχέση με το R) έφτασε;

[0,6R]

- 5)** Πλανήτης Α έχει ακτίνα $R_A=R$ και μάζα $M_A=M$ και θεωρήστε τον διαρκώς ακίνητο. Σώμα αμελητέων διαστάσεων με μάζα m εκτοξεύεται από την επιφάνεια του πλανήτη. Να θεωρηθούν αμελητέες οποιεσδήποτε άλλες δυνάμεις εκτός της βαρυτικής μεταξύ των δύο σωμάτων.

Α) Με ποια ελάχιστη ταχύτητα πρέπει να εκτοξευθεί ώστε να φτάσει στα όρια του βαρυτικού πεδίου;

Β) Εάν η εκτόξευση της μάζας m γίνει από ύψος $h=R$, ποια πρέπει να είναι η ελάχιστη ταχύτητα εκτόξευσης για να φτάσει στα όρια του βαρυτικού πεδίου;

$\left[\sqrt{\frac{2GM}{R}}, \sqrt{\frac{GM}{R}} \right]$

- 6) Τρεις σφαιρικοί πλανήτες A, B και Γ βρίσκονται πάνω σε κορυφές ορθογωνίου τριγώνου με κορυφές A, B, Γ (στο A, ορθή γωνία) και αποστάσεις $AB=3x$, $AG=4x$. Επίσης έχουν αντίστοιχα μάζες $m_A=m$, $m_B=4m$ και $m_\Gamma=2m$. Θεωρώντας γνωστά τα m , x , G , να βρείτε τη δυναμική ενέργεια του συστήματος των τριών πλανητών.

$$\left[-\frac{103Gm^2}{30x} \right]$$