

A.7.8 Δυνάμεις ρητών αριθμών με εκθέτη φυσικό

$$a^v = \underbrace{a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_{v-\text{παράγοντες}} \quad v > 1$$

εκθέτης

βάση

- Για $v = 1$, γράφουμε $a^1 = a$
- Η δύναμη a^v διαβάζεται και νιοστή δύναμη του a .
- Η δύναμη a^2 λέγεται και τετράγωνο του a ή a στο τετράγωνο.
- Η δύναμη a^3 λέγεται κύβος του a ή a στον κύβο.

Για παράδειγμα:

$$2^5 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 32$$

$$1^5 = 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 = 1$$

$$3^4 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 81$$

Πρόσημο δύναμης

- Αν $a > 0$, τότε $a^n > 0$ (Δύναμη με βάση θετικό αριθμό είναι θετικός αριθμός.)

$$\text{πχ } (+3)^4 = (+3) \cdot (+3) \cdot (+3) \cdot (+3) = 81$$

- Αν $a < 0$ και n άρτιος, τότε $a^n > 0$ (Δύναμη με βάση αρνητικό αριθμό και εκθέτη άρτιο είναι θετικός αριθμός.)

$$\text{πχ } (-3)^4 = \underbrace{(-3) \cdot (-3) \cdot (-3) \cdot (-3)}_{\text{άρτιο πλήθος αρνητικών παραγόντων}} = 81$$

- Αν $a < 0$ και n περιττός, τότε $a^n < 0$ (Δύναμη με βάση αρνητικό αριθμό και εκθέτη περιττό είναι αρνητικός αριθμός.)

$$\text{πχ } (-3)^5 = \underbrace{(-3) \cdot (-3) \cdot (-3) \cdot (-3) \cdot (-3)}_{\text{περιττό πλήθος αρνητικών παραγόντων}} = -243$$

Προσέχω ότι:

$$(-2)^4 = 16 \quad \longrightarrow \quad \text{παρατηρώ ότι η βάση της δύναμης είναι το } (-2).$$

$$\text{Δηλαδή } (-2)^4 = (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) = 16$$

$$-2^4 = -16 \quad \longrightarrow \quad \text{παρατηρώ ότι η βάση της δύναμης είναι το } 2.$$

$$\text{Δηλαδή } -2^4 = -2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = -16$$

$$(-2)^5 = -32$$

$$-2^5 = -32$$

Ο εκθέτης εδώ είναι περιττός αριθμός (μονός).

Ιδιότητες δυνάμεων ρητών με εκθέτη φυσικό

- $\alpha^{\mu} \cdot \alpha^{\nu} = \alpha^{\mu+\nu}$

$$2^2 \cdot 2^4 = 2^{2+4} = 2^6$$

Για να πολλαπλασιάσουμε δυνάμεις με την ίδια βάση, αφήνουμε την ίδια βάση και βάζουμε εκθέτη το άθροισμα των εκθετών.

- $\alpha^{\mu} \div \alpha^{\nu} = \alpha^{\mu-\nu}$

$$3^5 : 3^4 = 3^{5-4} = 3^1 = 3$$

Για να διαιρέσουμε δυνάμεις με την ίδια βάση, αφήνουμε την ίδια βάση και βάζουμε εκθέτη τη διαφορά του εκθέτη του διαιρέτη από τον εκθέτη του διαιρετέου.

- $(\alpha\beta)^{\nu} = \alpha^{\nu} \beta^{\nu}$

$$(3 \cdot 2)^4 = 3^4 \cdot 2^4$$

Για να υψώσουμε ένα γινόμενο σε εκθέτη, υψώνουμε κάθε παράγοντα του γινομένου στον εκθέτη αυτό.

- $\left(\frac{\alpha}{\beta}\right)^{\nu} = \frac{\alpha^{\nu}}{\beta^{\nu}}$

$$\left(\frac{2}{5}\right)^2 = \frac{2^2}{5^2}$$

Για να υψώσουμε ένα πηλίκο σε έναν εκθέτη, υψώνουμε καθένα από τους όρους του πηλίκου στον εκθέτη αυτό.

- $(\alpha^{\mu})^{\nu} = \alpha^{\mu \cdot \nu}$

$$(2^3)^2 = 2^{3 \cdot 2} = 2^6$$

Για να υψώσουμε μία δύναμη σε έναν εκθέτη, υψώνουμε τη βάση της δύναμης στο γινόμενο των εκθετών.

Προτεραιότητα των πράξεων

Για να υπολογίσουμε την τιμή μίας αριθμητικής παράστασης ακολουθούμε την εξής σειρά πράξεων:

- 1^ο Δυνάμεις
- 2^ο Πολλαπλασιασμοί – Διαιρέσεις
- 3^ο Προσθέσεις – Αφαιρέσεις



Αν υπάρχουν παρενθέσεις, προηγούνται οι πράξεις μέσα σ' αυτές με την ίδια σειρά.