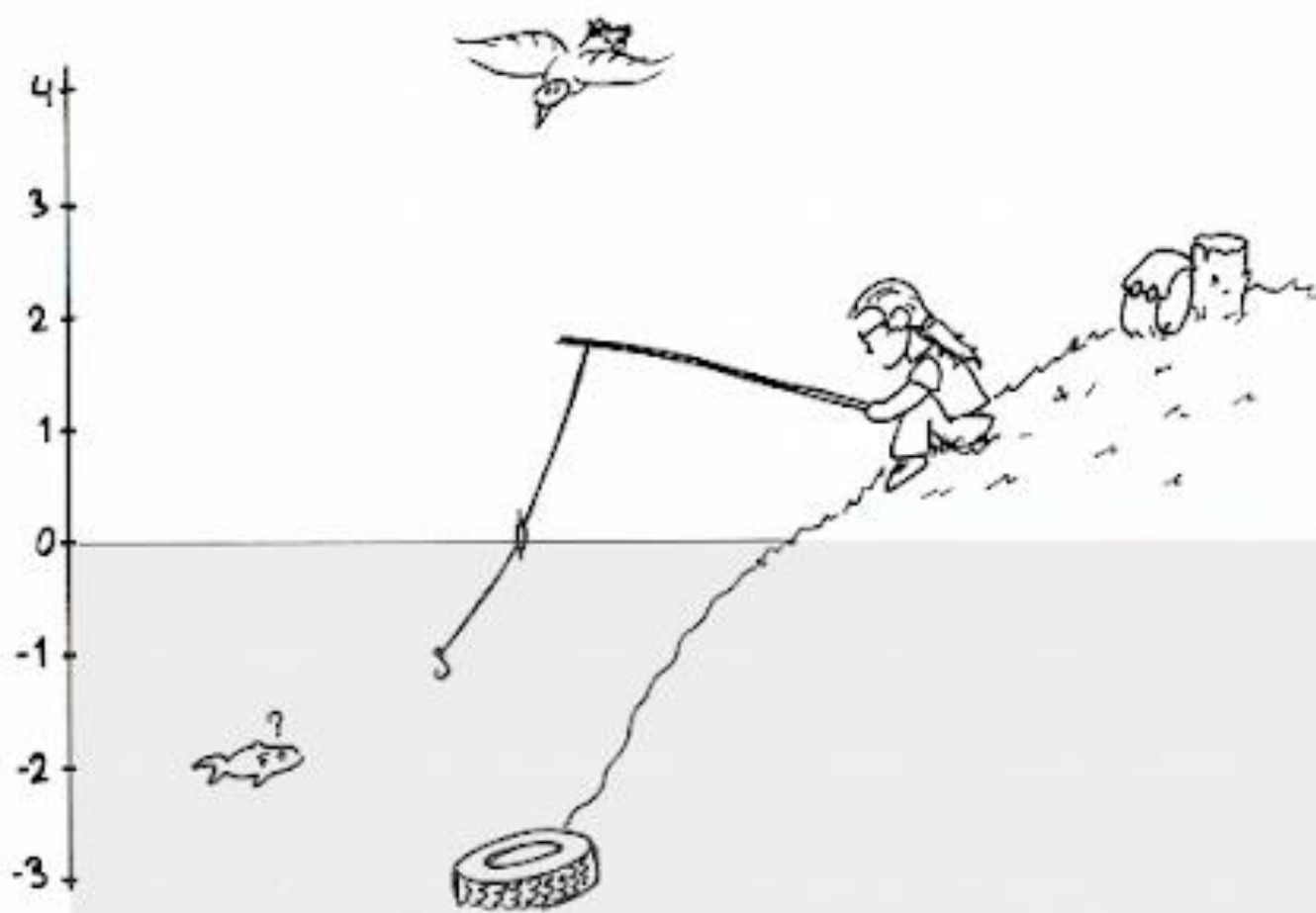


7^ο Κεφάλαιο - Επανάληψη



«Θετικοί και Αρνητικοί
Αριθμοί»

Α.7.1 Θετικοί και Αρνητικοί Αριθμοί (Ρητοί αριθμοί) - Η ευθεία των ρητών -

Τετμημένη σημείου

Αρκετές είναι οι φορές που ακούμε ότι τους χειμερινούς μήνες, σε ορεινές περιοχές, η θερμοκρασία φθάνει τους -10°C . Βλέπουμε δηλαδή ότι υπάρχουν οι αριθμοί, τους οποίους θα ονομάσουμε «αρνητικοί» αριθμοί.

- Τα σύμβολα «+» και «-» λέγονται **πρόσημα**. Γράφονται πριν από τους αριθμούς και τους χαρακτηρίζουν, αντίστοιχα, ως **θετικούς** ή **αρνητικούς**.



Στους θετικούς αριθμούς μπορούμε να παραλείψουμε το πρόσημο «+», δηλαδή ο αριθμός $+5$, μπορεί να γραφεί ως 5 .

- Ο αριθμός **μηδέν** δεν είναι ούτε θετικός ούτε αρνητικός αριθμός.

Ομόσημοι λέγονται οι αριθμοί που έχουν το **ίδιο πρόσημο**.

πχ 2 και $+25$, $-4,756473$ και -2

Ετερόσημοι λέγονται οι αριθμοί που έχουν **διαφορετικό πρόσημο**.

πχ -1 και $+4,584$, $+2$ και $-3,756$

- Φυσικοί Αριθμοί: $0, 1, 2, 3, \dots$
- Ακέραιοι Αριθμοί: $\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots$ (οι φυσικοί αριθμοί μαζί με τους αντίστοιχους αρνητικούς αριθμούς.)
- Ρητοί Αριθμοί: φυσικοί, κλάσματα και δεκαδικοί μαζί με τους αντίστοιχους αρνητικούς αριθμούς.

Ώρα για εξάσκηση...

Άσκηση 1

Να κατατάξεις τους παρακάτω αριθμούς σε δύο ομάδες, στους θετικούς και στους αρνητικούς:

-2,5 +8 7 -8,23 -2,34 23 -(-23)

Άσκηση 2

Στα ζεύγη αριθμών που ακολουθούν να βρεις ποιοι αριθμοί είναι ομόσημοι και ποιοι ετερόσημοι:

α) 5 και +5

β) 2 και 8

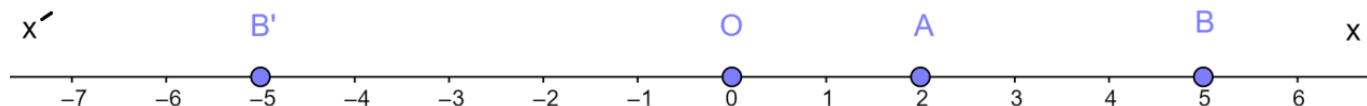
γ) -2 και -9

δ) 5 και 7

ε) 2 και -1

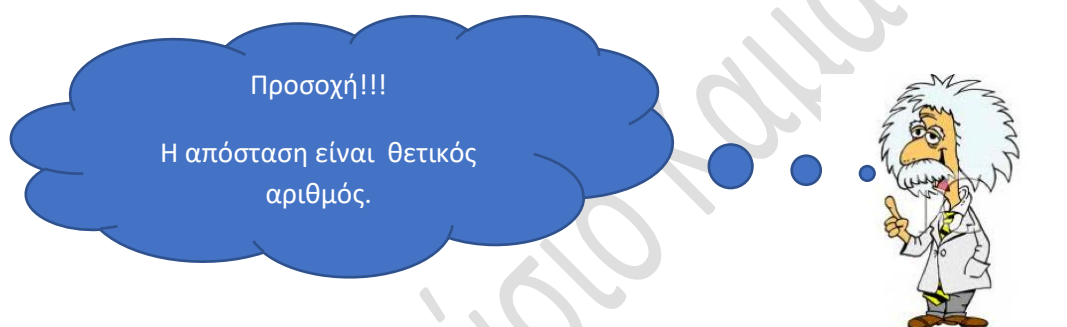
στ) -21 και -2,24

A.7.2 Απόλυτη τιμή ρητού - Αντίθετοι ρητοί - Σύγκριση ρητών



Παρατηρούμε ότι:

- η απόσταση του σημείου A από το O είναι 2 μονάδες.
- η απόσταση του σημείου B από το O είναι ίση με την απόσταση του σημείου B' από το O, δηλ 5 μονάδες.



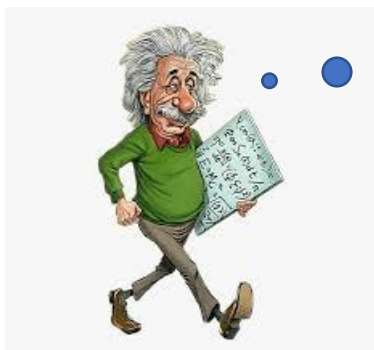
- Η **απόλυτη τιμή** ενός ρητού αριθμού **α** εκφράζει την **απόσταση του σημείου με τετμημένη α από την αρχή O** του άξονα και συμβολίζεται με **$|α|$** .

$$|2| = 2 \quad \text{και} \quad |-3| = 3$$

- **Αντίθετοι** ονομάζονται δύο αριθμοί που είναι **ετερόσημοι** και έχουν την **ίδια απόλυτη τιμή**.

$$\left. \begin{array}{l} |5| = 5 \\ |-5| = 5 \end{array} \right\} \text{ άρα οι αριθμοί } 5 \text{ και } -5 \text{ είναι αντίθετοι}$$

❖ Ο αντίθετος του x είναι ο $-x$.



Ερώτηση: Ο $-x$ είναι θετικός ή αρνητικός;

Από τα παραπάνω διαπιστώνουμε ότι:

- Η απόλυτη τιμή ενός θετικού αριθμού είναι ο ίδιος ο αριθμός.

$$|-3| = 3$$

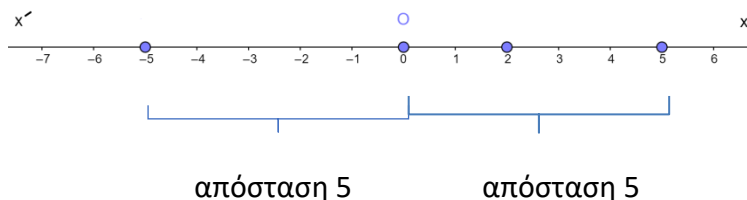
- Η απόλυτη τιμή ενός αρνητικού αριθμού είναι ο αντίθετός του.

$$|2| = 2$$

- Η απόλυτη τιμή του μηδενός είναι το μηδέν.

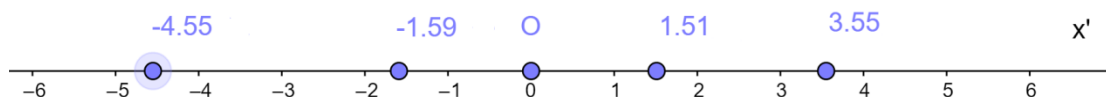
$$|0| = 0$$

- ❖ Δύο σημεία που βρίσκονται σε ίση απόσταση, δεξιά και αριστερά από την αρχή των αξόνων, έχουν τετμημένες, αντίθετους αριθμούς.



Σύγκριση ρητών αριθμών

- Ο μεγαλύτερος από δύο ρητούς αριθμούς είναι εκείνος που βρίσκεται δεξιότερα από τον άλλο πάνω στον άξονα.



Δηλαδή $-4,55 < -1,59 < -1 < 0 < 1,51 < 3,55 < 4$

- ❖ Κάθε θετικός ρητός είναι μεγαλύτερος από κάθε αρνητικό ρητό αριθμό.

Συμπεραίνουμε ότι:

- Το **μηδέν** είναι **μικρότερο** από κάθε θετικό αριθμό και **μεγαλύτερο** από κάθε αρνητικό αριθμό.

$$-5,83 < 0 < 1,47$$

- Ο **μεγαλύτερος** από δύο **θετικούς ρητούς** είναι εκείνος που έχει την μεγαλύτερη απόλυτη τιμή, δηλαδή αυτός που βρίσκεται δεξιότερα από τον άλλο πάνω στον άξονα.

$$5 < 100 \text{ , διότι } \left. \begin{array}{l} |5| = 5 \\ |100| = 100 \end{array} \right\} |5| < |100|$$

- Ο **μεγαλύτερος** από δύο **αρνητικούς ρητούς** είναι εκείνος που έχει την μικρότερη απόλυτη τιμή, δηλαδή αυτός που βρίσκεται δεξιότερα από τον άλλο πάνω στον άξονα.

$$-5 > -100 \text{ , διότι } \left. \begin{array}{l} |-5| = 5 \\ |-100| = 100 \end{array} \right\} |-5| < |-100|$$

Ώρα για εξάσκηση...

Άσκηση 1

Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα:

Αριθμός	0	-7	4	32	-94	89
Απόσταση του σημείου που αντιστοιχεί από την αρχή του άξονα						

Άσκηση 2

Να βρεις την απόλυτη τιμή των παρακάτω ρητών αριθμών:

α) 8,32

γ) +52

ε) -24

β) -3,4

δ) -12,24

Άσκηση 3

Να βρεις τους αριθμούς που έχουν ως απόλυτη τιμή:

α) 28

γ) 0

β) 18,4

δ) 6,32

Άσκηση 4

Να συμπληρώσεις τον πίνακα:

	3	0	-4	7	-52	14
y						
$-y$						
$ y $						
$ -y $						
$- y $						
$-(- y)$						
$(-(- -y))$						

Άσκηση 5

Τοποθετήστε στον άξονα $x'Ox$ τα σημεία με τετμημένες:

5 -8,24 9,42 -5 -32

Ποια από αυτά είναι συμμετρικά ως προς την αρχή του άξονα.

Άσκηση 6

Να συγκρίνεις τους αριθμούς:

α) 52 και 37

δ) -2 και -50

ζ) 0 και 48

β) 28 και 5

ε) 8 και -42

γ) -1 και -100

στ) 0 και -54

Άσκηση 7

Να συγκρίνεις τους αριθμούς:

α) 5, -5, $|5|$

β) 8, -8, $|-8|$

Άσκηση 8

Να γράψεις τους παρακάτω αριθμούς σε αύξουσα σειρά:

5 0 -45 84 -223 5 0,48 1,2 3,54 -5 44 -6 -4 -1

Άσκηση 9

Να συμπληρώσετε με το κατάλληλο σύμβολο $<$, $=$, $>$ τα κενά, ώστε να προκύψουν αληθείς σχέσεις:

α) $-5 \dots -9$

δ) $0 \dots 4$

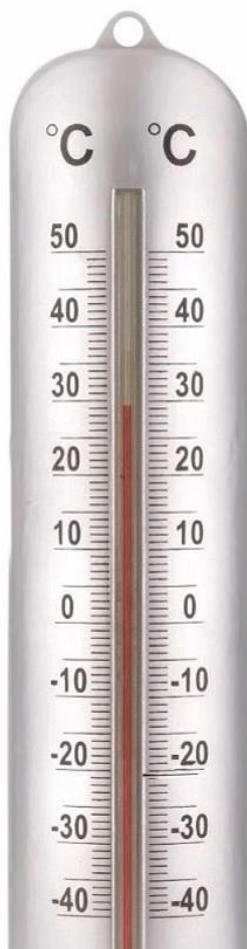
β) $-5 \dots -10$

ε) $0 \dots -1,45$

γ) $0 \dots -2$

στ) $1 \dots -2,45$

A.7.3 Πρόσθεση ρητών αριθμών



- Η θερμοκρασία το πρωί ήταν 20°C και το μεσημέρι αυξήθηκε κατά 5°C ,

$$\text{δηλαδή } (+20) + (+5) = 25$$

- Η θερμοκρασία το πρωί ήταν -10°C και το μεσημέρι αυξήθηκε κατά 3°C ,

$$\text{δηλαδή } (-10) + (+3) = -7$$

- Η θερμοκρασία το μεσημέρι ήταν 15°C και το βράδυ μειώθηκε κατά 3°C ,

$$\text{δηλαδή } (+15) + (-3) = 12$$

- Η θερμοκρασία το πρωί ήταν -15°C και το βράδυ μειώθηκε κατά 3°C ,

$$\text{δηλαδή } (-15) + (-3) = -18$$

Γενικά:

- Για να προσθέσουμε δύο ομόσημους ρητούς αριθμούς, προσθέτουμε τις απόλυτες τιμές τους και στο άθροισμα βάζουμε το πρόσημό τους.

$$(+2) + (+3) = +5$$

$$(-2) + (-3) = -5$$

- Για να προσθέσουμε δύο ετερόσημους ρητούς αριθμούς, αφαιρούμε από τη μεγαλύτερη τη μικρότερη απόλυτη τιμή και στη διαφορά βάζουμε το πρόσημο του ρητού με τη μεγαλύτερη απόλυτη τιμή.

$$(-2) + (+3) = +1$$

$$(+2) + (-3) = -1$$

Ιδιότητες της πρόσθεσης

- **Αντιμεταθετική Ιδιότητα**

Μπορούμε να αλλάζουμε τη σειρά των δύο προσθετέων ενός αθροίσματος

$$\alpha + \beta = \beta + \alpha$$

$$\text{πχ } (+2) + (+3) = (+3) + (+2)$$

- **Προσεταιριστική Ιδιότητα**

$$\alpha + (\beta + \gamma) = (\alpha + \beta) + \gamma$$

$$\text{πχ } (+7) + [(+2) + (+3)] = [(+7) + (+2)] + (+3)$$

- Το άθροισμα ενός ρητού με το μηδέν ισούται με τον ίδιο τον ρητό (**ουδέτερο στοιχείο**).

$$\alpha + 0 = 0 + \alpha = \alpha$$

$$\text{πχ } (+7) + 0 = +7$$

- Το άθροισμα δύο **αντίθετων** αριθμών είναι **μηδέν**.

$$\alpha + (-\alpha) = 0$$

$$\text{πχ } (+7) + (-7) = 0$$

Παράδειγμα – Εφαρμογή 1

Να υπολογιστεί το παρακάτω άθροισμα:

$$(+2,04) + (-1,25) + (+3,16) + (-3,75) + (+7) + (-4)$$

Λύση

$$\begin{aligned} & (+2,04) + (-1,25) + (+3,16) + (-3,75) + (+7) + (-4) = \\ & (+2,04) + (+3,16) + (+7) + (-1,25) + (-3,75) + (-4) = \\ & (+12,2) + (-9) = +3,2 \end{aligned}$$

χωρίζουμε τους αρνητικούς από τους θετικούς

προσθέτουμε χωριστά τους αρνητικούς και τους θετικούς

Ώρα για εξάσκηση...

Άσκηση 1

Να υπολογίσετε τα αθροίσματα:

α) $(+2) + (+3)$

ε) $(-6) + (-2)$

θ) $(-3) + (-5)$

β) $(-5,4) + (-3,1)$

στ) $(+8,1) + (+7,2)$

ι) $(+2,5) + (+1,3)$

γ) $(-1) + (-5)$

ζ) $(-9,1) + (-2,9)$

δ) $(+6,5) + (+1,6)$

η) $(+6,7) + (+4,2)$

Άσκηση 2

Να υπολογίσετε τα αθροίσματα:

α) $(+2) + (-5)$

ε) $(-6) + (+2)$

θ) $(-3) + (+6)$

β) $(-5,4) + (+6,5)$

στ) $(+8,9) + (-7,4)$

ι) $(+2,5) + (-2,8)$

γ) $(-3) + (+5)$

ζ) $(-9,1) + (+6,9)$

δ) $(+6,7) + (-1,3)$

η) $(+6,4) + (-4,7)$

Άσκηση 3

Να κάνετε τις πράξεις:

α) $(+12) + (+15)$

γ) $(-9,5) + (+6,25)$

ε) $\left(-\frac{1}{3}\right) + \left(-1\frac{2}{5}\right)$

β) $-20 + 4 =$

δ) $\left(-\frac{5}{3}\right) + \left(+\frac{6}{3}\right)$

στ) $(-11) + 0$

Άσκηση 4

Να συμπληρώσεις τον παρακάτω πίνακα:

	+	+2	-7	+8	-12
+7					
-9					
+10					
-12					

Άσκηση 5

Να τοποθετήσετε στα κενά τα κατάλληλα πρόσημα, ώστε να προκύψουν αληθείς ισότητες:

α) $(+2) + \dots = (-4)$

στ) $\dots + (-2) = (-10)$

β) $(-5) + \dots = (-6)$

ζ) $(-11) + (+8) = \dots$

γ) $\dots + (-7) = (-6)$

η) $(-4) + \dots = (-9)$

δ) $(-5) + (+8) = \dots$

θ) $(+12) + \dots = (+16)$

ε) $(+3) + \dots = (+5)$

ι) $(-7) + (-8) = \dots$

A.7.4 Αφαίρεση ρητών αριθμών

Τον Ιούνιο η θερμοκρασία στην Τρίπολη που είχα περάσει ήταν 25°C .

Α ναι;;; Τον Ιανουάριο η θερμοκρασία στην Τρίπολη που είχα περάσει ήταν -5°C .

Ποια είναι η διαφορά στις 2 αυτές θερμοκρασίες;;;

Γενικά:

- Για να **αφαιρέσουμε** από τον αριθμό α τον αριθμό β , **προσθέτουμε** στον α τον **αντίθετο** του β .

$$\alpha - \beta = \alpha + (-\beta)$$

$$\text{πχ } (+3) - (-8) = (+3) + (+8) = +11$$

Παρατήρηση: Στους ρητούς αριθμούς η **αφαίρεση μετατρέπεται σε πρόσθεση** και επομένως είναι πάντα δυνατή (δηλαδή, δεν απαιτείται να είναι ο μειωτέος πάντα μεγαλύτερος από τον αφαιρετέο, όπως ίσχυε μέχρι τώρα).

Απαλοιφή παρενθέσεων

- Όταν μια παρένθεση έχει μπροστά της το + (ή δεν έχει πρόσημο), μπορούμε να την απαλείψουμε μαζί με το + (αν έχει) και να γράψουμε τους όρους που περιέχει με τα πρόσημά τους.

$$+(\alpha + \beta) = \alpha + \beta$$

$$\pi\chi + (3,2 - 2,85) = 3,2 - 2,85$$

- Όταν μια παρένθεση έχει μπροστά της το -, μπορούμε να την απαλείψουμε μαζί με το - και να γράψουμε τους όρους που περιέχει με αντίθετα πρόσημα.

$$-(\alpha + \beta) = -\alpha - \beta$$

$$\pi\chi - (3,2 - 2,85) = -3,2 + 2,85$$

Παράδειγμα – Εφαρμογή 1

Να εκτελέσεις τις παρακάτω πράξεις

$$\alpha) (+5) - (+8)$$

$$\beta) (+5) - (-8)$$

$$\gamma) (+3) - (-6) + (-7)$$

$$\delta) |-2| - |5|$$

Λύση

$$\alpha) (+5) - (+8) = (+5) + (-8) = -(8 - 5) = -3$$

$$\beta) (+5) - (-8) = (+5) + (+8) = +(8 + 5) = +13$$

$$\gamma) (+3) - (-6) + (-7) = +3 + 6 - 7 = +9 - 7 = 2$$

$$\delta) |-2| - |5| = 2 - 5 = 2 + (-5) = -(5 - 2) = -3$$

Παράδειγμα – Εφαρμογή 2

Να λύσεις την εξίσωση: $x + 5 = -24$

Λύση

$$x + 5 = -24$$

$$x = -24 - (+5)$$

$$x = -24 + (-5)$$

$$x = -(24 + 5)$$

$$x = -29$$

Παράδειγμα – Εφαρμογή 3

Να υπολογίσεις την τιμή της παράστασης:

$$2 - (-2 + 4) + (2,85 - 1,25) + 0,5$$

Λύση

α' τρόπος

$$\begin{aligned} 2 - (-2 + 4) + (2,85 - 1,25) + 0,5 &= 2 - (+2) + (+1,5) + 0,5 \\ &= 2 - 2 + 1,5 + 0,5 \\ &= +1,5 + 0,5 \\ &= +2 \end{aligned}$$

Κάνουμε πρώτα τις
πράξεις εντός των
παρενθέσεων

β' τρόπος

$$\begin{aligned} 2 - (-2 + 4) + (2,85 - 1,25) + 0,5 &= 2 + 2 - 4 + 2,85 - 1,25 + 0,5 \\ &= 2 + 2 + 2,85 + 0,5 - 4 - 1,25 \\ &= +7,35 - 5,25 \\ &= +2 \end{aligned}$$

Ακολουθούμε τα εξής
βήματα
-απαλοιφή παρονομαστών
- πράξεις

Ώρα για εξάσκηση...

Άσκηση 1

Να υπολογίσεις τις παρακάτω διαφορές:

α) $(+2)-(+3)$

στ) $(+8,1)-(+7,2)$

β) $(-5,4)-(-3,1)$

ζ) $(-9,1)-(-2,9)$

γ) $(-1)-(-5)$

η) $(+6,7)-(+4,2)$

δ) $(+6,5)-(+1,6)$

θ) $(-3)-(-5)$

ε) $(-6)-(-2)$

ι) $(+2,5)-(+1,3)$

Άσκηση 2

Να κάνεις τις παρακάτω πράξεις:

α) $|-5|+|+12|-|+5,7|-|7,5|+|9,3|+|2,4|$

β) $|-3|+|-5|-|-5,49|-|+12,63|+|+16,9|$

γ) $|+18|-|-65,4|-|-45,34|+|+3,4|-|+1,2|$

δ) $|+6,3|+|-3,8|-|+8,35|+|-2,2|-|-21,65|$

Άσκηση 3

Να συμπληρώσεις τον παρακάτω πίνακα με τους κατάλληλους αριθμούς:

x	y	x+y	x-y
-4	+3		
-9		-12	
-2			+3
	-2	+6	

A.7.5 Πολλαπλασιασμός ρητών αριθμών

- Το γινόμενο δύο **θετικών** ρητών είναι **θετικός** ρητός
 - Το γινόμενο ενός **θετικού** και ενός **αρνητικού** ρητού είναι **αρνητικός** ρητός
 - Το γινόμενο δύο **αρνητικών** ακεραίων είναι **θετικός** ακέραιος
 - Το γινόμενο δύο **αρνητικών** ρητών είναι **θετικός** ρητός
- ❖ Για να **πολλαπλασιάσουμε** δύο **ομόσημους** ρητούς αριθμούς, πολλαπλασιάζουμε τις απόλυτες τιμές τους και στο γινόμενο βάζουμε το πρόσημο «+».

Δηλαδή: $+$ · $+$ = $+$ ΚΑΙ $-$ · $-$ = $+$

πχ $(+5) \cdot (+3,2) = +16$

$$(-5) \cdot (-3,2) = -16$$

- ❖ Για να **πολλαπλασιάσουμε** δύο **ετερόσημους** ρητούς αριθμούς, πολλαπλασιάζουμε τις απόλυτες τιμές τους και στο γινόμενο βάζουμε το πρόσημο «-».

Δηλαδή: $+$ · $-$ = $-$ ΚΑΙ $-$ · $+$ = $-$

πχ $(+5) \cdot (-3,2) = -16$

$$(-5) \cdot (+3,2) = -16$$

Ιδιότητες του πολλαπλασιασμού

- **Αντιμεταθετική Ιδιότητα**

Μπορούμε να αλλάζουμε τη σειρά δύο παραγόντων ενός γινομένου.

$$\alpha \cdot \beta = \beta \cdot \alpha$$

$$\text{πχ } (+2) \cdot (+3) = (+3) \cdot (+2)$$

- **Προσεταιριστική Ιδιότητα**

$$\alpha \cdot (\beta \cdot \gamma) = (\alpha \cdot \beta) \cdot \gamma$$

$$\text{πχ } (+7) \cdot [(+2) \cdot (+3)] = [(+7) \cdot (+2)] \cdot (+3)$$

- Το γινόμενο ενός ρητού με τη μονάδα ισούται με τον ίδιο τον αριθμό (**ουδέτερο στοιχείο**).

$$\alpha \cdot 1 = 1 \cdot \alpha = \alpha$$

$$\text{πχ } (+7) \cdot 1 = +7$$

- Οι ρητοί αριθμοί **α** και **β** λέγονται αντίστροφοι, όταν είναι διάφοροι του μηδενός και το γινόμενό τους είναι ίσο με τη μονάδα

$$\alpha \cdot \beta = 1$$

$$\text{πχ } (+7) \cdot \frac{1}{7} = 1$$

Ο καθένας από τους α και β είναι αντίστροφος του άλλου.

➤ Το γινόμενο ενός ρητού αριθμού επί το **μηδέν** ισούται με το **μηδέν**.

$$\alpha \cdot 0 = 0 \cdot \alpha = 0$$

$$\text{πχ } (+7) \cdot 0 = 0$$

Επιμεριστική ιδιότητα

✚ Επιμεριστική ιδιότητα του πολλαπλασιασμού ως προς την πρόσθεση

$$\alpha \cdot (\beta + \gamma) = \alpha \cdot \beta + \alpha \cdot \gamma$$

✚ Επιμεριστική ιδιότητα του πολλαπλασιασμού ως προς την αφαίρεση

$$\alpha \cdot (\beta - \gamma) = \alpha \cdot \beta - \alpha \cdot \gamma$$

πχ


$$3 \cdot (x + 2) = 3 \cdot x + 3 \cdot 2 = 3x + 6$$

Παράδειγμα – Εφαρμογή 1

Να υπολογίσετε τα παρακάτω γινόμενα:

$$\alpha. -2 \cdot 3 \quad \beta. -3 \cdot \left(-\frac{4}{3}\right) \quad \gamma. 2,25 \cdot 4 \quad \delta. 3 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right)$$

Λύση

$$\alpha. -2 \cdot 3 = -(2 \cdot 3) = -6$$

$$\beta. -3 \cdot \left(-\frac{4}{3}\right) = +(3 \cdot \frac{4}{3}) = \frac{12}{3} = 4$$

$$\gamma. 2,25 \cdot 4 = 9$$

$$\delta. 3 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right) = -(3 \cdot \frac{1}{3}) = -\frac{3}{3} = -1$$

Γινόμενο πολλών παραγόντων

- ❖ Για να υπολογίσουμε ένα γινόμενο πολλών παραγόντων (που κανένας δεν είναι μηδέν), πολλαπλασιάζουμε τις απόλυτες τιμές τους και στο γινόμενο βάζουμε:

- Το πρόσημο +, αν το πλήθος των αρνητικών παραγόντων είναι **άρτιο (ζυγό)**.

$$\text{πχ } (+2) \cdot (-1) \cdot (+4) \cdot (-2) \cdot (+1) \cdot (-3) \cdot (-2) = +(2 \cdot 1 \cdot 4 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 3 \cdot 2) = +96$$

άρτιο πλήθος αρνητικών παραγόντων

- Το πρόσημο -, αν το πλήθος των αρνητικών παραγόντων είναι **περιττό (μονό)**.

$$\text{πχ } (+2) \cdot (+4) \cdot (-2) \cdot (+1) \cdot (-3) \cdot (-2) = -(2 \cdot 4 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 3 \cdot 2) = -96$$

περιττό πλήθος αρνητικών παραγόντων

- ❖ Αν τουλάχιστον ένας παράγοντας είναι **μηδέν**, τότε και το γινόμενο είναι ίσο με **μηδέν**.

$$\text{πχ } (+2) \cdot (-1) \cdot (+4) \cdot (-2) \cdot 0 \cdot (-3) \cdot (-2) = 0$$

Σημείωση: Το σημείο του πολλαπλασιασμού «·» μεταξύ των γραμμάτων και των παρενθέσεων παραλείπεται.

δηλαδή αντί για $2 \cdot x$ γράφουμε $2x$

❖ Ισχύει ότι $(\alpha + \beta)(\gamma + \delta) = \alpha\gamma + \alpha\delta + \beta\gamma + \beta\delta$

Απόδειξη

$$\begin{aligned}(\alpha + \beta)(\gamma + \delta) &= \alpha(\gamma + \delta) + \beta(\gamma + \delta) \\ &= \alpha\gamma + \alpha\delta + \beta\gamma + \beta\delta\end{aligned}$$

Θυμόμαστε ότι:

$$(\alpha + \beta)(\gamma + \delta) = \alpha\gamma + \alpha\delta + \beta\gamma + \beta\delta$$

Παράδειγμα – Εφαρμογή 2

Να υπολογίσετε την τιμή της παρακάτω παράστασης:

$$(-2, 25) \cdot (+2) \cdot (-1) \cdot (-2) \cdot \left(-\frac{1}{3}\right) \cdot (+4)$$

Λύση

$$(-2, 25) \cdot (+2) \cdot (-1) \cdot (-2) \cdot \left(-\frac{1}{3}\right) \cdot (+4) = +(2, 25 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 2 \cdot \frac{1}{3} \cdot 4) = +12$$

Ώρα για εξάσκηση...

Άσκηση 1

Να υπολογίσεις τις παρακάτω διαφορές:

α) $(+2) \cdot (+3)$

β) $(-5,4) \cdot (-2)$

γ) $(-1) \cdot (-5)$

δ) $(+6,5) \cdot 0$

ε) $(-6) \cdot (-2)$

στ) $(+8,1) \cdot (-2)$

ζ) $(-9,1) \cdot 0$

η) $(+6,7) \cdot 0$

θ) $(-3) \cdot (-5)$

ι) $(+2,5) \cdot (-3)$

Άσκηση 2

Να υπολογίσετε την τιμή των παραστάσεων με τις λιγότερες δυνατές πράξεις:

α) $3 \cdot 28 - 1 \cdot 28$

β) $3,75 - 28 + 2,25$

Άσκηση 3

.	-1	0	+2	$-\frac{1}{2}$
-2				
4				
$\frac{1}{3}$				
$-\frac{2}{4}$				

Άσκηση 4

Να κάνεις τις παρακάτω πράξεις:

α) $2 \cdot 3,4 - 1,5 + 2,35$

β) $24 - 6,45 \cdot 12 + 34$

γ) $235 + 12,98 \cdot 8,3 - 76,5$

δ) $67,5 - 5,3 \cdot 1,45 + 4,3 \cdot 2$

ε) $5 \cdot 7,2 - 6 \cdot 2,56 + 1,24$

Άσκηση 5

α) $(1,3 + 2) \cdot (6,5 - 4)$

β) $(2,6 - 1) \cdot (7 + 6)$

γ) $(5 + 8,2 - 1) \cdot (9 - 2,5)$

δ) $(4 - 2 + 3) \cdot (1 + 7 - 2)$

ε) $(3 - 1,7 + 8) \cdot (9 + 4 - 2)$

Άσκηση 6

Να υπολογίσεις τα παρακάτω γινόμενα:

α) $(-2) \cdot (-1)$

β) $(-2) \cdot (-1) \cdot (-1)$

γ) $(-2) \cdot (-1) \cdot (-1) \cdot (-1)$

A.7.6 Διαίρεση ρητών αριθμών

Για να διαιρέσουμε δύο ρητούς αριθμούς, **διαιρούμε τις απόλυτες τιμές τους** και στο πηλίκο βάζουμε:

- το πρόσημο **+**, αν είναι ομόσημοι.

$$\begin{array}{lcl} \text{Δηλαδή} & \begin{array}{l} (+) : (+) = + \\ (-) : (-) = - \end{array} & \begin{array}{l} \text{πχ} \quad (+6) : (+3) = +2 \\ (-6) : (-3) = +2 \end{array} \end{array}$$

- το πρόσημο **-**, αν είναι ετερόσημοι.

$$\begin{array}{lcl} \text{Δηλαδή} & \begin{array}{l} (+) : (-) = - \\ (-) : (+) = - \end{array} & \begin{array}{l} \text{πχ} \quad (+6) : (-3) = -2 \\ (-6) : (+3) = -2 \end{array} \end{array}$$

- Το πηλίκο της διαίρεσης $\alpha:\beta$ ή $\frac{\alpha}{\beta}$ λέγεται **λόγος του α προς το β** και ορίζεται ως η μοναδική λύση της εξίσωσης $\beta \cdot x = \alpha$

$$\text{πχ} \quad \frac{-64}{8} = (-64) : 8 = -8$$

Ο λόγος του -64 προς το 8

- Η διαίρεση $\frac{\alpha}{\beta}$ μπορεί να γραφτεί $\alpha \cdot \frac{1}{\beta}$, επομένως για να διαιρέσουμε δύο ρητούς αριθμούς, αρκεί να **πολλαπλασιάσουμε το διαιρετέο με τον αντίστροφο του διαιρέτη**.

$$\frac{\alpha}{\beta} = \alpha \cdot \frac{1}{\beta}$$

$$\text{πχ} \quad \frac{3}{2} = 3 \cdot \frac{1}{2}$$

Προσοχή!!! Διαίρεση με το μηδέν δεν ορίζεται.