

1.1 Η Έννοια της μεταβλητής – Αλγεβρικές παραστάσεις

Ας υποθέσουμε ότι η χρέωση σε ένα ταξί γίνεται ως εξής:

0,15 ευρώ / λεπτό και 2 ευρώ η σημαία (επιπλέον σταθερό κόστος)

Ο Γιώργος θέλει τη βοήθειά μας για υπολογίσει το κόστος διαδρομής των 10', 20' και 30'.

✚ Αν ο Γιώργος κάνει μια διαδρομή 10' θα πληρώσει: $0,15 \cdot 10 + 2 = 1,5 + 2 = 3,5$ ευρώ

✚ Αν ο Γιώργος κάνει μια διαδρομή 20' θα πληρώσει: $0,15 \cdot 20 + 2 = 3 + 2 = 5$ ευρώ

✚ Αν ο Γιώργος κάνει μια διαδρομή 30' θα πληρώσει: $0,15 \cdot 30 + 2 = 4,5 + 2 = 6,5$ ευρώ

Πως μπορούμε να βοηθήσουμε τον Γιώργο να υπολογίζει την χρέωση για οποιαδήποτε διαδρομή και αν κάνει;

Ας υποθέσουμε ότι η διαδρομή δεν είναι γνωστή, οπότε ας την ονομάσουμε x.

Η χρέωση της διαδρομής των x λεπτών θα είναι:

$$0,15 \cdot x + 2$$

Το γράμμα x λέγεται **μεταβλητή** και το χρησιμοποιούμε για να παραστήσουμε οποιοδήποτε στοιχείο.

Αριθμητική παράσταση, λέγεται μια παράσταση που περιέχει πράξεις με αριθμούς.

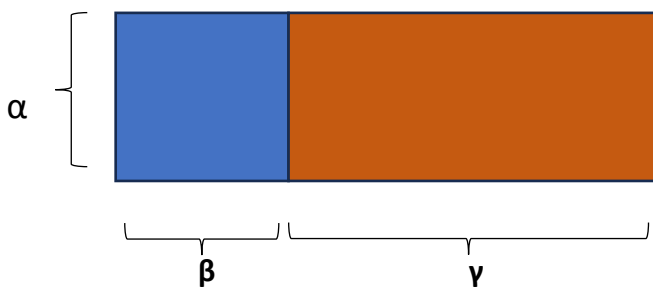
$$\text{πχ } (-2)^4 + 3^2 \cdot (5 + 4) - (6 + 3)$$

Αλγεβρική παράσταση, λέγεται μια παράσταση που περιέχει πράξεις με αριθμούς και μεταβλητές.

$$\text{πχ } 2x - y + 3(x + 4) - 2(x + y)$$

Επιμεριστική Ιδιότητα – Γεωμετρική προσέγγιση

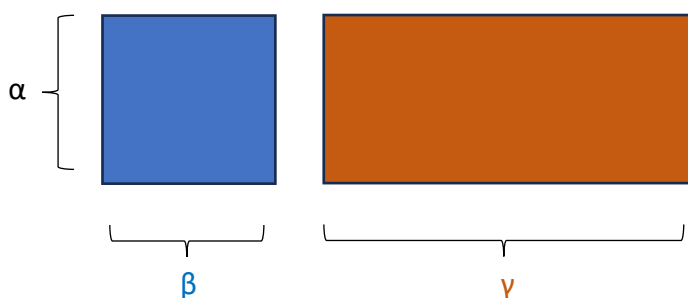
Ας υποθέσουμε ότι έχουμε μία γόμα διπλή (για **μολύβι** και για **στυλό**) με διαστάσεις που φαίνονται παρακάτω.



Το εμβαδόν της είναι

$$\alpha \cdot (\beta + \gamma)$$

Αν κόψουμε την γόμα ακριβώς στην ένωση εκείνης που είναι για στυλό με εκείνης που είναι για μολύβι, θα έχουμε:



Το εμβαδόν της μπλε και της κόκκινης αντίστοιχα είναι

$$\alpha \cdot \beta \text{ και } \alpha \cdot \gamma$$

Το εμβαδόν της γόμας δεν αλλάζει αφού κόπηκε και διαχωρίστηκαν τα δύο μέρη!

$$\text{Συμπεραίνουμε ότι: } \alpha \cdot (\beta + \gamma) = \alpha \cdot \beta + \alpha \cdot \gamma$$

καταλήγουμε δηλαδή στην **επιμεριστική ιδιότητα**!

Επιμεριστική Ιδιότητα – Αλγεβρική προσέγγιση

$$2 (\text{🍏} + \text{☕}) = 2 \text{🍏} + 2 \text{☕}$$

Ας σκεφτούμε αν έχουμε 2 τσάντες όπου η καθεμία έχει 2 κουτάκια αναψυκτικό και 3 πατατάκια, τότε συνολικά έχουμε $2 \cdot 2$ κουτάκια αναψυκτικό και $2 \cdot 3$ πατατάκια.

$$\text{Δηλαδή} \quad 2 \cdot (2\kappa + 3\pi) = 2 \cdot (2\kappa) + 2 \cdot (3\pi) = 4\kappa + 6\pi$$

Περισσότερα παραδείγματα

$$2 \cdot (3x + 5y) = 2 \cdot (3x) + 2 \cdot (5y) = 6x + 10y$$

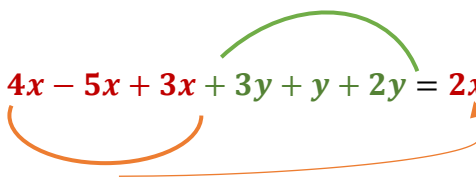
$$2 \cdot (2x - 3y) = 2 \cdot (2x) + 2 \cdot (-3y) = 4x - 6y$$

$$2 \cdot (-x + 2y) = 2 \cdot (-x) + 2 \cdot (2y) = -2x + 4y$$

Επίσης όταν θέλουμε να υπολογίσουμε το άθροισμα: $2x + 3x - x + 4x - 2x$

$$\text{Σκεφτόμαστε:} \quad 2x + 3x - x + 4x - 2x = (2 + 3 - 1 + 4 - 2)x = 6x$$

Αναγωγή όμοιων όρων

$$4x + 3y - 5x + y + 3x + 2y = 4x - 5x + 3x + 3y + y + 2y = 2x + 6y$$




Η παραπάνω διαδικασία λέγεται αναγωγή όμοιων όρων.

Άσκηση

Να απλοποιήσετε τις παρακάτω παραστάσεις:

$$(\alpha) 4y + 3x - 2y + x, \quad (\beta) y + 2\omega - 3y + 2 + \omega + 5.$$

Λύση

Έχουμε ότι:

$$(\alpha) 4y + 3x - 2y + x = 4y - 2y + 3x + x = (4 - 2)y + (3 + 1)x = 2y + 4x$$

$$\begin{aligned} (\beta) y + 2\omega - 3y + 2 + \omega + 5 &= y - 3y + 2\omega + \omega + 2 + 5 = \\ (1 - 3)y + (2 + 1)\omega + (2 + 5) &= -2y + 3\omega + 7 \end{aligned}$$

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1

Να χρησιμοποιήσετε μεταβλητή για να εκφράσετε με μια αλγεβρική παράσταση τις παρακάτω φράσεις.

- i. Το τριπλάσιο ενός αριθμού αυξημένο κατά 7.
- ii. Η διαφορά δύο αριθμών πολλαπλασιασμένη επί 4.
- iii. Το μισό ενός αριθμού αυξημένο κατά 2.
- iv. Το άθροισμα δύο διαδοχικών φυσικών αριθμών.

Άσκηση 2

Να κάνετε τις παρακάτω πράξεις.

- i. $2(x + y)$
- ii. $4(x - y)$
- iii. $-2(x - 3y)$
- iv. $5(3x - 2y)$
- v. $2(3x + 2y + 5)$
- vi. $-3(2x + 2)$

Άσκηση 3

Να απλοποιήσετε τις παραστάσεις

- i. $4x + 3x$
- ii. $2x + 5 + 3x + 4$
- iii. $3x + 5y - 2x - 9y$
- iv. $5\omega + 3\kappa - 2 + 5\kappa - 7\omega + 5$

Άσκηση 4

Να απλοποιήσετε τις παραστάσεις A, B και στη συνέχεια να υπολογίσετε την τιμή τους.

α) $A = 2(2\alpha + \beta) - 3(\alpha - 2\beta)$, $\alpha = -4$, $\beta = 1$

β) $B = 6(\alpha + 2\beta) - 2(4\beta - \alpha)$, $\alpha = -1$, $\beta = 3$

Άσκηση 5

Δίνεται η παράσταση: $A = 2(\alpha + 3\beta) - (2\alpha + 4\beta) - 2(2\beta - \alpha) - \alpha$

α) Να απλοποιήσετε την παράσταση.

β) Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης, όταν $\alpha=5$ και $\beta=2$.

Άσκηση 6

Αν $x + y = 5$, να υπολογίσετε την παράσταση:

$$3(x - 1) - 2(3y - x - 4) + 5(y - 1) + 2(2y - x)$$

Άσκηση 7

Να υπολογίσετε την περίμετρο του παρακάτω τριγώνου, όταν $x=2$ και $y=3$

