

Γραφική και Αλγεβρική Επίλυση Συστημάτων

- Μαθαίνω τι λέγεται γραμμικό σύστημα και πώς επιλύεται γραφικά.
- Μαθαίνω να λύνω ένα γραμμικό σύστημα αλγεβρικά:
 - A) με τη μέθοδο της αντικατάστασης
 - B) με τη μέθοδο των αντίθετων συντελεστών

Εισαγωγή

Δίνεται το σημείο $M(-1, 2)$.

Οι συντεταγμένες του επαληθεύουν τις εξισώσεις;

$$y = 2x + 4$$

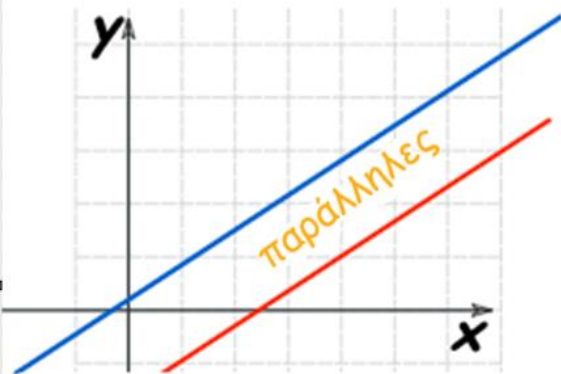
$$y = -3x + 7$$

Τι σημαίνει: «Να λυθεί το σύστημα εξισώσεων...»;

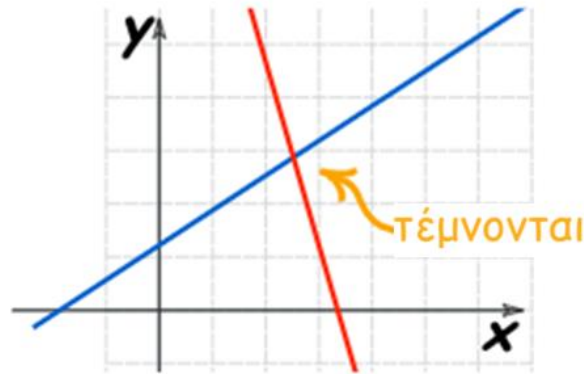
- Ήδη γνωρίζουμε ότι «**λύση**» μιας γραμμικής εξίσωσης είναι το ζεύγος (x, y) που **επαληθεύει** την εξίσωση και αντιστοιχεί στις συντεταγμένες του **σημείου** που **ανήκει** στην ευθεία που παριστάνει.
- Ένα «**σύστημα γραμμικών εξισώσεων**» είναι δύο γραμμικές εξισώσεις.
- Αναζητούμε **μια λύση** που θα επαληθεύει και τις δύο εξισώσεις του **συστήματος**.

3 περιπτώσεις λύσεων

Αδύνατο

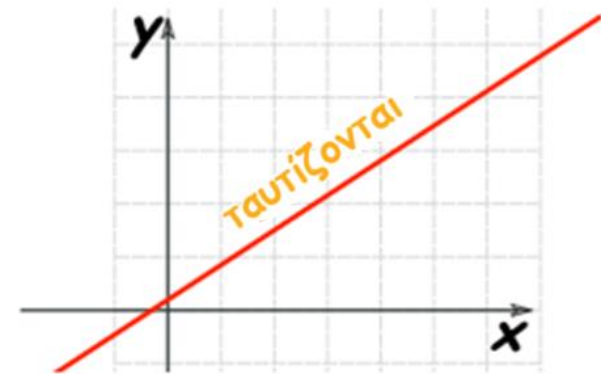


Καμία λύση



Μοναδική λύση

Αόριστο

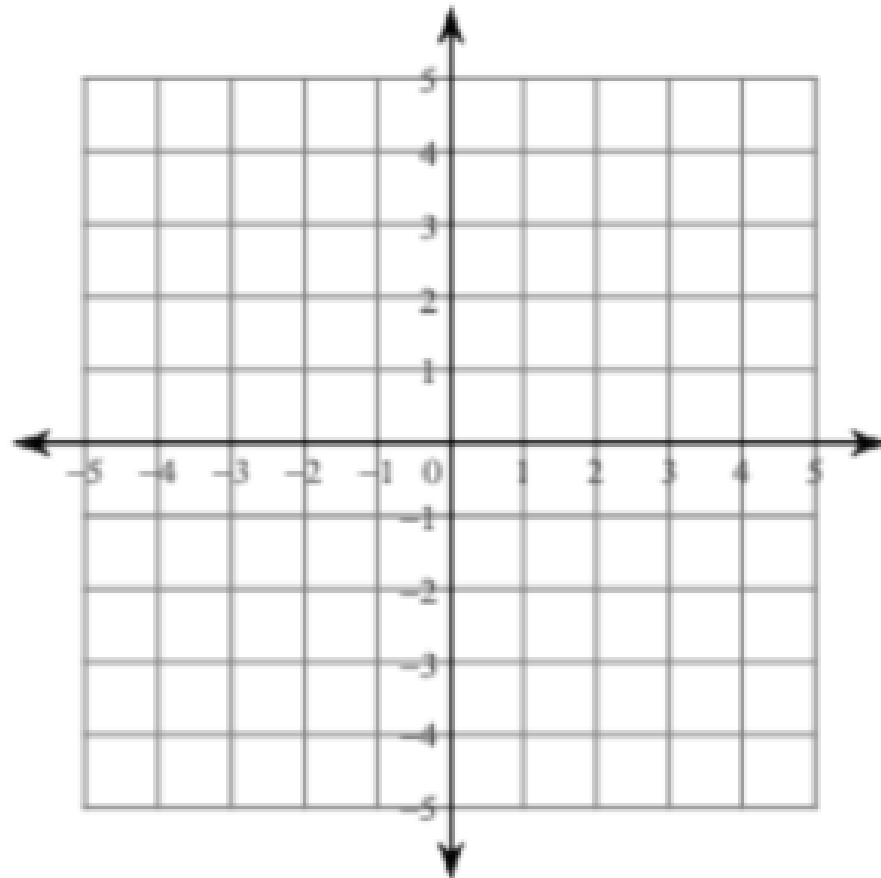


Άπειρες λύσεις

Βρείτε το πλήθος των λύσεων στα συστήματα

Επαληθεύστε την απάντησή σας με γραφική επίλυση

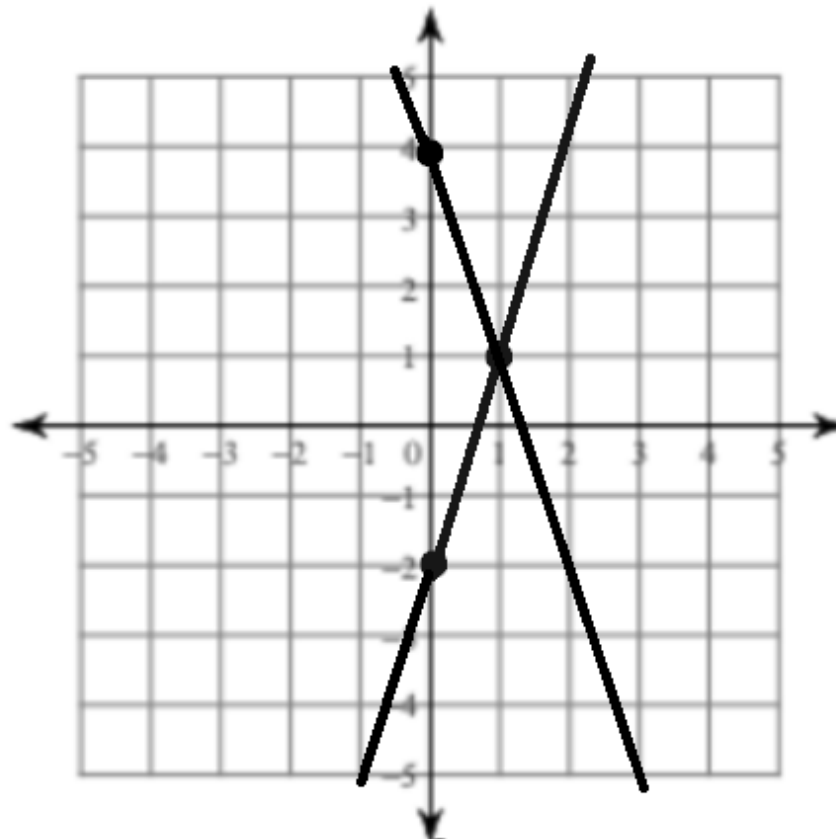
$$\begin{aligned} 1) \quad & y = -3x + 4 \\ & y = 3x - 2 \end{aligned}$$



Απάντηση 1)

Το σύστημα έχει μία λύση, την $(x, y) = (1, 1)$

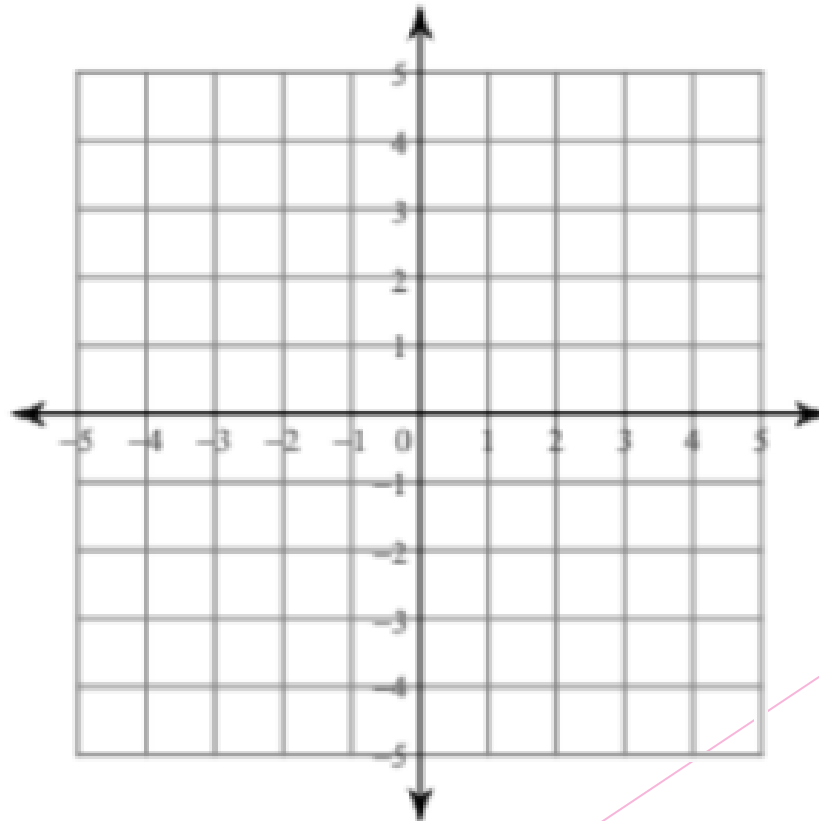
$$\begin{aligned} 1) \quad & y = -3x + 4 \\ & y = 3x - 2 \end{aligned}$$



Βρείτε το πλήθος των λύσεων στα συστήματα

Επαληθεύστε την απάντησή σας με γραφική επίλυση

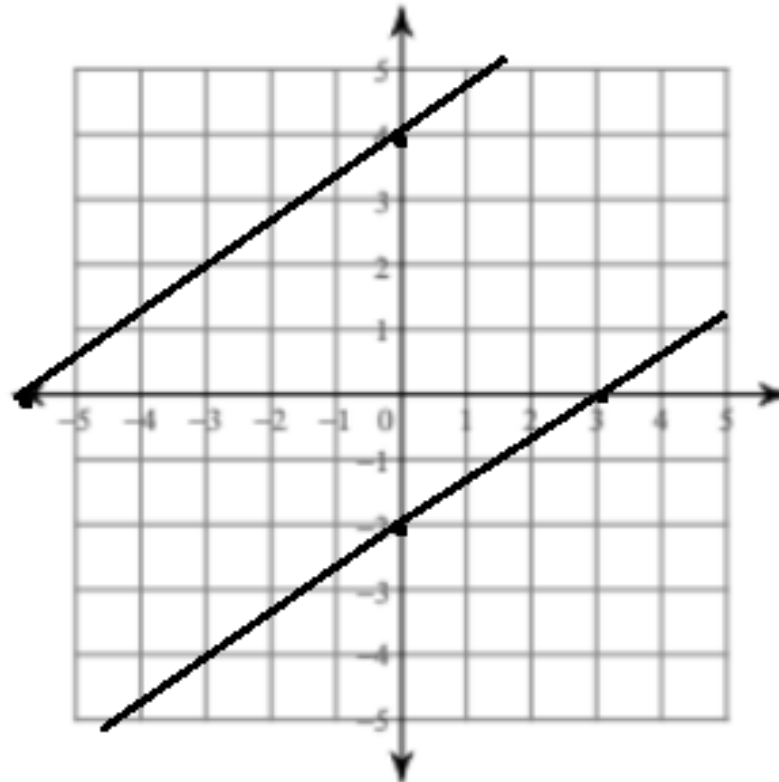
$$\begin{aligned} 2) \quad & 2x - 3y = 6 \\ & 4x - 6y = -24 \end{aligned}$$



Απάντηση 2)

Το σύστημα δεν έχει καμία λύση (αδύνατο)

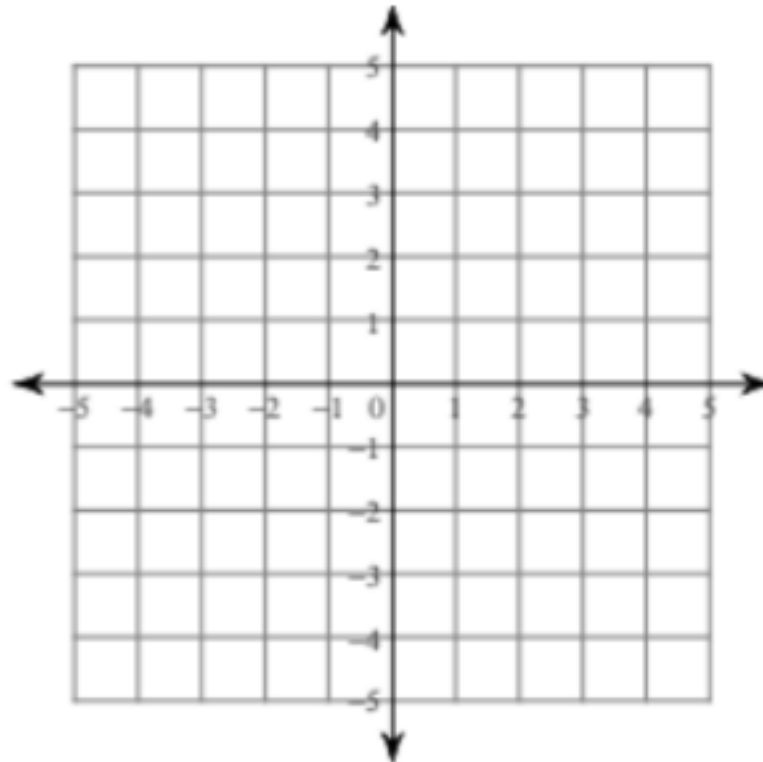
$$\begin{aligned} 2) \quad & 2x - 3y = 6 \\ & 4x - 6y = -24 \end{aligned}$$



Βρείτε το πλήθος των λύσεων στα συστήματα

Επαληθεύστε την απάντησή σας με γραφική επίλυση

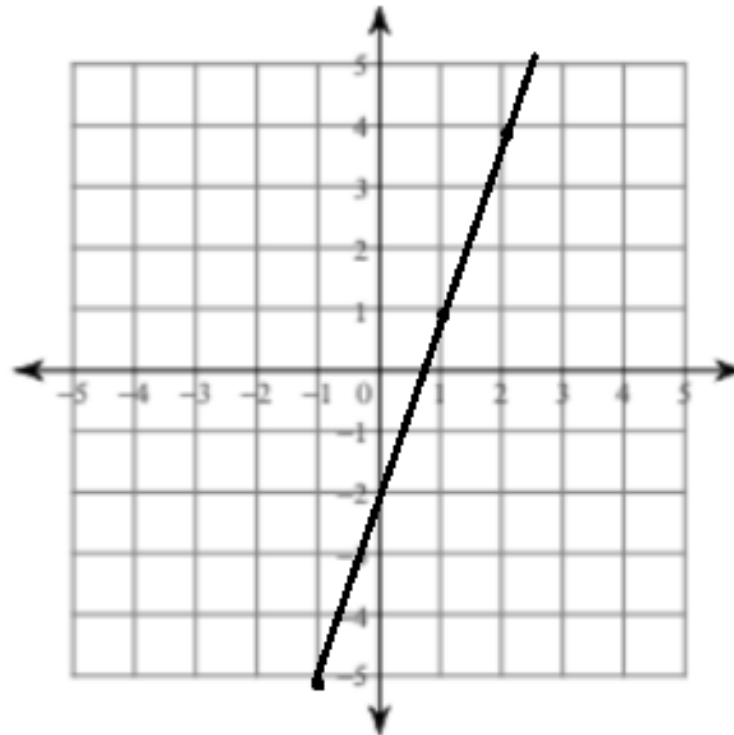
$$\begin{array}{l} 3) \quad 3x - y = 2 \\ \quad 6x - 2y = 4 \end{array}$$



Απάντηση 3)

Το σύστημα έχει άπειρες λύσεις (αόριστο)

$$\begin{array}{l} 3x - y = 2 \\ 3) \quad 6x - 2y = 4 \end{array}$$



Αλγεβρική επίλυση συστήματος με τη μέθοδο της αντικατάστασης

Μάθαμε πώς να λύνουμε συστήματα γραφικά, βρίσκοντας το σημείο τομής των ευθειών που παριστάνουν, αλλά μπορούμε να τα λύνουμε και αλγεβρικά.

α) Μέθοδος αντικατάστασης

Βήματα:

- Γράψτε τη μία από τις εξισώσεις στη μορφή:
«μεταβλητή = ...»
- Αντικαταστήστε αυτή τη μεταβλητή στην άλλη εξίσωση.
- Λύστε την άλλη εξίσωση.
- Επιστρέψτε στο 1^ο βήμα για να βρείτε την τιμή και της άλλης μεταβλητής.

Παράδειγμα

Λύστε το σύστημα με τη μέθοδο της αντικατάστασης:

- $3x + 2y = 19$
- $x + y = 8$

«μεταβλητή =»

Αντικατάσταση

Λύση

Απάντηση

- $3x + 2y = 19$
- $x + y = 8$

Η λύση του συστήματος είναι: $(x, y) = (3, 5)$

Άσκηση

Λύστε το σύστημα με τη μέθοδο της αντικατάστασης:

$$y = 6x - 11$$

$$-2x - 3y = -7$$

Αλγεβρική επίλυση συστήματος με τη μέθοδο των αντίθετων συντελεστών

Μια άλλη μέθοδος αλγεβρικής επίλυσης συστημάτων είναι η εξής:

Β) Μέθοδος των αντίθετων συντελεστών:

Βήματα:

- Γράψτε και τις δύο εξισώσεις στη γενική μορφή:

$$\begin{cases} \alpha x + \beta y = \gamma \\ \alpha' x + \beta' y = \gamma' \end{cases}$$

- Πολ/στε με κατάλληλους αριθμούς ώστε να προκύψουν αντίθετοι συντελεστές σ' έναν από τους δύο αγνώστους.
- Προσθέστε κατά μέλη και απλοποιήστε τον ένα άγνωστο.
- Λύστε την εξίσωση.
- Αντικαταστήστε την τιμή που βρήκατε σε μία από τις εξισώσεις για να βρείτε την τιμή και του άλλου αγνώστου.

Παράδειγμα

Λύστε το σύστημα με τη μέθοδο των αντίθετων συντελεστών:

- $3x + 2y = 19$

- $x + y = 8$

Πολ/στε

Προσθέστε

Λύση

Απάντηση

- $3x + 2y = 19$
- $x + y = 8$

Η λύση του συστήματος είναι: $(x, y) = (3, 5)$

Άσκηση

Λύστε το σύστημα με τη μέθοδο της αντικατάστασης:

$$3x + 7y = 14$$

$$2x + 7y = 21$$

Ασκήσεις

Λύστε τα συστήματα με τη μέθοδο της αντικατάστασης:

1. $y = 5x$
 $y = -5x + 10$

2. $-x + 2y = 3$
 $y = -2x + 4$

3. $y = x - 5$
 $3x + y = 3$

Ασκήσεις

Λύστε τα συστήματα με τη μέθοδο των αντίθετων συντελεστών:

$$\begin{aligned} 4) \quad & 8x - 6y = -20 \\ & -16x + 7y = 30 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 5) \quad & 6x - 12y = 24 \\ & -x - 6y = 4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 6) \quad & -8x - 10y = 24 \\ & 6x + 5y = 2 \end{aligned}$$