

β) Κοινός παράγοντας κατά ομάδες (Ομαδοποίηση)

Στην παράσταση $ax + ay + 2x + 2y$, δεν υπάρχει κοινός παράγοντας σε όλους τους όρους της. Αν όμως βγάλουμε κοινό παράγοντα, από τους δύο πρώτους όρους το a και

από τους δύο τελευταίους το 2 , τότε σχηματίζονται δύο όροι με κοινό παράγοντα τον $x + y$. Έτσι, η παράσταση παραγοντοποιείται ως εξής:

$$ax + ay + 2x + 2y = a(x + y) + 2(x + y) = (x + y)(a + 2) \quad \checkmark$$

Την προηγούμενη παράσταση μπορούμε να τη χωρίσουμε και σε διαφορετικές ομάδες. Το αποτέλεσμα όμως της παραγοντοποίησης είναι και πάλι το ίδιο. Πράγματι, έχουμε:

$$ax + ay + 2x + 2y = x(a + 2) + y(a + 2) = (a + 2)(x + y) \quad \checkmark$$

Παραδείγματα

Να παραγοντοποιηθούν οι παραστάσεις:

α) $3x^3 - 12x^2 + 5x - 20$

β) $a\beta - 3a - 3\beta + 9$

γ) $3x^2 + 5xy + 2y^2$

Λύση

$\text{ΜΚΔ}(3, 12) = 3$

α) $3x^3 - 12x^2 + 5x - 20 = 3x^2(x - 4) + 5(x - 4) = (x - 4)(3x^2 + 5)$

$\frac{-20}{5} = -4$

$3xy + 2xy$

β) $a\beta - 3a - 3\beta + 9 = a(\beta - 3) - 3(\beta - 3) = (\beta - 3)(a - 3)$

γ) $3x^2 + 5xy + 2y^2 = 3x^2 + 3xy + 2xy + 2y^2 =$
 $= 3x(x + y) + 2y(x + y) =$
 $= (x + y)(3x + 2y)$

Μερικές παραστάσεις παραγοντοποιούνται κατά ομάδες, αν **διασπάσουμε** κατάλληλα έναν ή περισσότερους όρους
 π.χ. $5xy = 3xy + 2xy$

2. Κοινός παράγοντας κατά ομάδες (Ομαδοποίηση):

Αν σε μια παράσταση δεν υπάρχει κοινός παράγοντας από όλους τους όρους της, τότε:

1^ο χωρίζουμε την παράσταση σε κατάλληλες ομάδες όρων ώστε στην κάθε ομάδα να βγαίνει κοινός παράγοντας και

2^ο στη συνέχεια ξαναβγάζουμε κοινό παράγοντα από όλους τους όρους.

Π.χ.

$$ax + ay + 3x + 3y = \underline{ax + ay} + \underline{3x + 3y} = a(x + y) + 3(x + y) = (x + y)(a + 3),$$

$$6x^3 - 4x^2 + 3x - 2 = \underline{6x^3 + 3x} - \underline{4x^2 - 2} = 3x(2x^2 + 1) - 2(2x^2 + 1) = (2x^2 + 1)(3x - 2),$$

$$\rightarrow 2x^2 + 5xy + 3y^2 = \underline{2x^2 + 2xy} + \underline{3xy + 3y^2} = 2x(x + y) + 3y(x + y) = (x + y)(2x + 3y)$$

$$\frac{x^3}{x^2} = x$$

$$\frac{x}{-x} = -1$$

Διασπάσαμε έναν
όρο σε άθροισμα
δύο όρων

$$x^3 + x^2 + x + 1 = x^2 \cdot (x + 1) + (x + 1) = (x + 1) \cdot (x^2 + 1)$$

$$x^2y - x^2 - xy + x + y - 1 = \underline{x^2(y - 1)} - \underline{x(y - 1)} + \underline{(y - 1)} = (y - 1) \cdot (x^2 - x + 1)$$

$$a^3 + a^2b + ab^2 + b^3 = \underline{a^2 \cdot (a + b)} + \underline{b^2 \cdot (a + b)} = (a + b) \cdot (a^2 + b^2)$$

$$ab - 5a - 5b + 25 = \underline{a(b - 5)} - \underline{5(b - 5)} = (b - 5)(a - 5)$$

$$2x^2 + 6xy + 4y^2 = 2 \cdot (\underline{x^2 + 3xy} + \underline{2y^2}) = 2 \cdot (\underline{x^2 + xy} + \underline{2xy + 2y^2}) = 2 \cdot (x + y) \cdot (x + 2y)$$

$$a^2 + 3ab + 2b^2 = \underline{a^2 + 2ab} + \underline{ab + 2b^2} = a(a + 2b) + b(a + 2b) = (a + 2b)(a + b)$$

πλήρως παραγοντοποιημένη

$$a) x^2 + x - 6 \quad b) 2y^2 - 5y - 3 \quad \gamma) \omega(\omega - 5) - 2(5 - \omega) - 6 \quad \delta) a(3a + 1) - 4a$$

4 Να παραγοντοποιήσετε τις παραστάσεις: σ. 61

α) $x^2 + xy + ax + ay$

β) $x^3 - x^2 + x - 1$

γ) $x^3 - 5x^2 + 4x - 20$

δ) $2x^3 - 3x^2 + 4x - 6$

ε) $4x^2 - 8x - ax + 2a$

στ) $9a\beta - 18\beta^2 + 10\beta - 5a$

ζ) $12x^2 - 8xy - 15x + 10y$

η) $x^3 + \sqrt{2}x^2 + x + \sqrt{2}$

θ) $\sqrt{6}x^2 + 2\sqrt{2}x - \sqrt{3}x - 2$

5 Να παραγοντοποιήσετε τις παραστάσεις: (διάσπαση όρου)

α) $7a^2 + 10a\beta + 3\beta^2$

β) $5x^2 - 8xy + 3y^2$

γ) $3x^2 - xy - 2y^2$