

Ερωτήσεις Θεωρίας Γ' Γυμνασίου

ΑΛΓΕΒΡΑ

1. Τι ονομάζεται μονώνυμο και από τι αποτελείται; Τι ονομάζεται βαθμός ενός μονωνύμου ως προς μια μεταβλητή του και τι βαθμός ως προς όλες τις μεταβλητές του;

Απάντηση

Μονώνυμο είναι μια ακέραια αλγεβρική παράσταση στην οποία σημειώνεται μόνο η πράξη του πολλαπλασιασμού.. Αποτελείται από τον αριθμητικό παράγοντα που λέγεται **συντελεστής** και από το γινόμενο των μεταβλητών του με τους αντίστοιχους εκθέτες τους που λέγεται **κύριο μέρος**. Π.χ. Στο μονώνυμο $2x^3y$, το 2 είναι ο συντελεστής και το x^3y είναι το κύριο μέρος.

Βαθμός ενός μονωνύμου **ως προς μια μεταβλητή** του είναι ο εκθέτης της μεταβλητής αυτής. Ενώ, **βαθμός ως προς όλες τις μεταβλητές του**, λέγεται το άθροισμα των εκθετών όλων των μεταβλητών του, π.χ. ο βαθμός του $2x^3y$ είναι 3 ως προς x, 1 ως προς y και $3+1=4$ ως προς x και y.

2. Πότε δύο ή περισσότερα μονώνυμα είναι όμοια, ίσα, αντίθετα;

Απάντηση

Όμοια: όταν έχουν το ίδιο κύριο μέρος, π.χ. $7αβx$, $-3αβx$.

Ίσα: όταν έχουν το ίδιο κύριο μέρος και τον ίδιο συντελεστή, π.χ. $7αβx$, $7αβx$.

Αντίθετα: όταν έχουν το ίδιο κύριο μέρος και αντίθετο συντελεστή, π.χ. $3αβx$, $-3αβx$.

3. Τι ονομάζεται πολώνυμο και τι ονομάζεται βαθμός του;

Απάντηση

Πολώνυμο είναι το άθροισμα μη όμοιων μονωνύμων, π.χ. $3x^3+7x^2-8xα$. **Βαθμός** ενός πολωνύμου ως προς μία ή περισσότερες μεταβλητές είναι ο μεγαλύτερος από τους βαθμούς των όρων του. Π.χ. το παραπάνω πολώνυμο είναι 3^{ου} βαθμού.

4. Ποιο πολώνυμο ονομάζεται σταθερό και ποιο μηδενικό; Τι βαθμό έχει το καθένα;

Απάντηση

Κάθε αριθμός θεωρείται **σταθερό** πολώνυμο και είναι μηδενικού βαθμού, ενώ το μηδέν θεωρείται το **μηδενικό** πολώνυμο και δεν έχει βαθμό.

5. Τι είναι ταυτότητα;**Απάντηση**

Ταυτότητα είναι μια ισότητα που περιέχει μεταβλητές και επαληθεύεται για όλες τις τιμές των μεταβλητών αυτών.

6. Να αναφέρετε και να αποδείξετε τις πιο αξιοσημείωτες ταυτότητες:**Απάντηση**

ΤΑΥΤΟΤΗΤΑ	ΑΠΟΔΕΙΞΗ
1. $(\alpha + \beta)^2 = \alpha^2 + 2\alpha\beta + \beta^2$	1. $(\alpha + \beta)^2 = (\alpha + \beta)(\alpha + \beta) = \alpha^2 + \alpha\beta + \beta\alpha + \beta^2 = \alpha^2 + 2\alpha\beta + \beta^2$
2. $(\alpha - \beta)^2 = \alpha^2 - 2\alpha\beta + \beta^2$	2. $(\alpha - \beta)^2 = (\alpha - \beta)(\alpha - \beta) = \alpha^2 - \alpha\beta - \beta\alpha + \beta^2 = \alpha^2 - 2\alpha\beta + \beta^2$
3. $(\alpha + \beta)(\alpha - \beta) = \alpha^2 - \beta^2$	3. $(\alpha + \beta)(\alpha - \beta) = \alpha^2 - \cancel{\alpha\beta} + \cancel{\beta\alpha} - \beta^2 = \alpha^2 - \beta^2$
4. $(\alpha + \beta)^3 = \alpha^3 + 3\alpha^2\beta + 3\alpha\beta^2 + \beta^3$	4. $(\alpha + \beta)^3 = (\alpha + \beta)^2(\alpha + \beta)$ $= (\alpha^2 + 2\alpha\beta + \beta^2)(\alpha + \beta)$ $= \alpha^3 + \alpha^2\beta + 2\alpha^2\beta + 2\alpha\beta^2 + \beta^2\alpha + \beta^3$ $= \alpha^3 + 3\alpha^2\beta + 3\alpha\beta^2 + \beta^3$
5. $(\alpha - \beta)^3 = \alpha^3 - 3\alpha^2\beta + 3\alpha\beta^2 - \beta^3$	5. $(\alpha - \beta)^3 = (\alpha - \beta)^2(\alpha - \beta)$ $= (\alpha^2 - 2\alpha\beta + \beta^2)(\alpha - \beta)$ $= \alpha^3 - \alpha^2\beta - 2\alpha^2\beta + 2\alpha\beta^2 + \beta^2\alpha - \beta^3$ $= \alpha^3 - 3\alpha^2\beta + 3\alpha\beta^2 - \beta^3$

7. Τι ονομάζεται παραγοντοποίηση;**Απάντηση**

Παραγοντοποίηση ονομάζεται η διαδικασία με την οποία μια παράσταση μετατρέπεται σε γινόμενο παραγόντων.

8. Τι είναι η Διακρίνουσα; Ποιες είναι οι λύσεις της εξίσωσης: $ax^2 + \beta x + \gamma = 0$, με $\alpha \neq 0$

Απάντηση

Διακρίνουσα Δ είναι ο αριθμός $\beta^2 - 4\alpha\gamma$, δηλαδή $\Delta = \beta^2 - 4\alpha\gamma$.

- Αν $\Delta > 0$, τότε εξίσωση έχει δύο άνισες λύσεις τις: $x_{1,2} = \frac{-\beta \pm \sqrt{\Delta}}{2\alpha}$
- Αν $\Delta = 0$, τότε η εξίσωση έχει μία διπλή λύση την: $x = \frac{-\beta}{2\alpha}$
- Αν $\Delta < 0$, τότε η εξίσωση δεν έχει λύση (είναι αδύνατη).

9. Τι ονομάζεται γραμμική εξίσωση με αγνώστους x, y ; Τι ονομάζεται λύση ενός γραμμικού συστήματος δύο εξισώσεων με δύο αγνώστους x, y ; Πώς ερμηνεύεται γραφικά ότι ένα σύστημα δύο εξισώσεων με δύο αγνώστους έχει μία λύση ή είναι αδύνατο (καμία λύση) ή είναι αόριστο(άπειρες λύσεις);

Απάντηση

- Γραμμική εξίσωση με αγνώστους x, y ονομάζεται κάθε εξίσωση της μορφής $ax + \beta y = \gamma$, με $\alpha \neq 0$ ή $\beta \neq 0$.
- Λύση γραμμικού συστήματος δύο εξισώσεων με δύο αγνώστους x, y ονομάζεται κάθε ζεύγος (x, y) που επαληθεύει τις εξισώσεις του.
- Αν οι δύο ευθείες που αντιπροσωπεύουν τις δύο εξισώσεις του συστήματος τέμνονται, τότε οι συντεταγμένες του σημείου τομής τους αποτελούν τη μοναδική λύση του συστήματος. Αν οι δύο ευθείες είναι παράλληλες, τότε το σύστημα είναι αδύνατο και όταν οι ευθείες ταυτίζονται, τότε το σύστημα είναι αόριστο.

ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ

10. Να αναφέρετε τα κριτήρια ισότητας των τριγώνων.

Απάντηση

1° Κριτήριο (Π – Π – Π) Δύο τρίγωνα είναι ίσα, όταν έχουν τις πλευρές τους μία προς μία ίσες.

2° Κριτήριο (Π – Γ – Π) Δύο τρίγωνα είναι ίσα, όταν έχουν δύο πλευρές ίσες μία προς μία και τις περιεχόμενες σε αυτές γωνίες ίσες.

3° Κριτήριο (Γ – Π – Γ) Δύο τρίγωνα είναι ίσα, όταν έχουν μια πλευρά και τις προσκείμενες σε αυτή γωνίες ίσες μία προς μία.

11. Να αναφέρετε τα κριτήρια ισότητας ορθογωνίων τριγώνων.**Απάντηση**

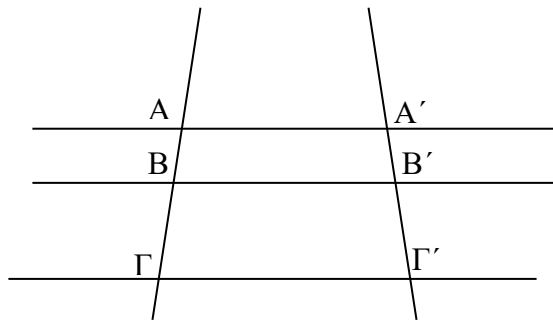
1^ο Κριτήριο: Όταν μια πλευρά και μια **οξεία** γωνία του ενός είναι ίση με μια αντίστοιχη πλευρά και οξεία γωνία του άλλου.

2^ο Κριτήριο: Όταν δύο πλευρές του ενός είναι ίσες με δύο αντίστοιχες πλευρές του άλλου.

12. Να αναφέρετε το Θεώρημα του Θαλή. Να κάνετε κατάλληλο σχήμα και να γράψετε τη σχέση που το εκφράζει.**Απάντηση**

Όταν δύο ή περισσότερες ευθείες τέμνονται από παράλληλες ευθείες, τότε τα ευθύγραμμα τμήματα που ορίζονται στη μία ευθεία είναι ανάλογα προς τα αντίστοιχα τμήματα που ορίζονται στην άλλη.

$$\frac{AB}{A'B'} = \frac{BG}{B'G'} = \frac{AG}{A'G'}$$

**13. Πότε δύο πολύγωνα είναι όμοια;****Απάντηση**

Όταν έχουν τις **πλευρές τους ανάλογες** και τις **αντίστοιχες γωνίες τους ίσες**.

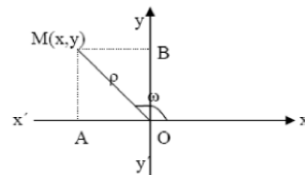
14. Πότε δύο τρίγωνα είναι όμοια;**Απάντηση**

1^ο Κριτήριο: Όταν έχουν τις γωνίες τους μία προς μία ίσες.

2^ο Κριτήριο: Όταν έχουν τις πλευρές τους ανάλογες.

15. Έστω σημείο M(x,y) του επιπέδου.

Πώς ορίζονται οι τριγωνομετρικοί αριθμοί της γωνίας $\hat{\omega} = x\hat{O}y$;

**Απάντηση**

Έστω ρ η απόσταση του M από την αρχή O των αξόνων. Είναι $\rho = \sqrt{x^2 + y^2}$.

$$\eta\mu\omega = \frac{y}{\rho}$$

$$\sigma\upsilon\nu\omega = \frac{x}{\rho}$$

$$\epsilon\phi\omega = \frac{y}{x}$$

16. Ποιο είναι το πρόσημο των τριγωνομετρικών αριθμών μια γωνία ω ;

Απάντηση

Αν η γωνία ω είναι οξεία, τότε $\eta\mu\omega > 0$, $\sigma\upsilon\nu\omega > 0$, $\epsilon\phi\omega > 0$.

Αν η γωνία ω είναι αμβλεία, τότε $\eta\mu\omega > 0$, $\sigma\upsilon\nu\omega < 0$, $\epsilon\phi\omega < 0$.

17. Να γράψετε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς των γωνιών 0° , 30° , 45° , 60° , 90° και 180° .

Απάντηση

$\omega =$	0°	30°	45°	60°	90°	180°
$\eta\mu\omega$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0
$\sigma\upsilon\nu\omega$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1
$\epsilon\phi\omega$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	Δεν ορίζεται	0

18. Τι γνωρίζετε για τους τριγωνομετρικούς αριθμούς παραπληρωματικών γωνιών;

Απάντηση

Οι παραπληρωματικές γωνίες έχουν το ίδιο ημίτονο και αντίθετο το συνημίτονο και την

εφαπτομένη. $\eta\mu(180^\circ - \omega) = \eta\mu\omega$, $\sigma\upsilon\nu(180^\circ - \omega) = -\sigma\upsilon\nu\omega$, $\epsilon\phi(180^\circ - \omega) = -\epsilon\phi\omega$.

19. Να αποδείξετε τις βασικές τριγωνομετρικές ταυτότητες:

$$\eta\mu^2\omega + \sigma\upsilon\nu^2\omega = 1 \quad \text{και} \quad \epsilon\phi\omega = \frac{\eta\mu\omega}{\sigma\upsilon\nu\omega}.$$

Απάντηση

$$\eta\mu^2\omega + \sigma\upsilon\nu^2\omega = \left(\frac{y}{\rho}\right)^2 + \left(\frac{x}{\rho}\right)^2 = \frac{y^2}{\rho^2} + \frac{x^2}{\rho^2} = \frac{y^2 + x^2}{\rho^2} = \frac{\rho^2}{\rho^2} = 1 \quad \text{και}$$

$$\frac{\eta\mu\omega}{\sigma\upsilon\nu\omega} = \frac{\frac{y}{\rho}}{\frac{x}{\rho}} = \frac{y\cancel{\rho}}{x\cancel{\rho}} = \frac{y}{x} = \epsilon\phi\omega.$$

Επιμέλεια: Πεντότη Αντωνία