

ΤΕΛΙΚΗ ΕΠΑΝΑΛΗΨΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Γ' ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ - ΑΣΚΗΣΕΙΣ

1. Έστω το πολυώνυμο $P(x) = 4x^3 - \lambda x^2 + \mu$.

α) Αν $P(-1) = -7$ και $P(0) = \lambda - 3\mu$, να βρεθούν οι αριθμοί μ, λ .

β) Για $\mu = 1$ και $\lambda = 4$:

i) να παραγοντοποιήσετε τη παράσταση $P(x) - x$.

ii) να λύσετε την εξίσωση $P(x) = x$.

2. Έστω το πολυώνυμο $P(x) = (x - 1)^3 - x(x - 2)(x + 2)$.

α) Να βρείτε τον βαθμό του πολυωνύμου και να το γράψετε κατά τις φθίνουσες δυνάμεις.

β) Να βρείτε το $P(3)$.

3. Έστω οι παραστάσεις $A = x(3x - 2)^2 + (2 - 2x)^3 - 2x(7x - 8)$ και $B = 3x^2 - 4x - 4$.

α) Να αποδείξετε ότι $A = x^3 - 2x^2 - 4x + 8$.

β) Να λύσετε την εξίσωση $B = 0$.

4. Έστω η εξίσωση $x^2 + 12x + 36 = 0$.

α) να αποδείξετε ότι η εξίσωση έχει μία διπλή λύση.

β) να βρείτε τη διπλή λύση της εξίσωσης.

γ) να παραγοντοποιήσετε το τριώνυμο $x^2 + 12x + 36$.

5. α) Να λύσετε την εξίσωση $(3x + 1)^2 + x(x - 5) = 4$.

β) Να βρείτε αν ορίζεται η παράσταση $A = \frac{x^2 - 4}{4x - 2}$

για τη μεγαλύτερη από τις λύσεις της εξίσωσης του ερωτήματος α.

6. Να γίνουν οι πράξεις:

α) $\frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 + 7x + 12} : \frac{x - 3}{x + 3}$

β) $\frac{x^2 - x}{x^2 + 4x + 4} \cdot \frac{x^2 + 3x + 2}{2 - x} : \frac{x^2 - 1}{x^2 - 4}$

γ) $\frac{x}{x + 4} + \frac{3}{x - 1} - \frac{20}{x^2 + 3x - 4}$

δ) $1 - \frac{x + 2}{x - 2} - \frac{x - 10}{x^2 - 2x} - \frac{x + 2}{x}$

7. Να βρείτε τις κοινές λύσεις των ανισώσεων:

$$4(x - 3) < -8(3 - 2x) + 2(7 - 3x) \quad \text{και} \quad \frac{4x - 2}{12} - \frac{4x^2(1 - x)}{9} - \frac{21}{30} \leq -\frac{3 - 5x}{15}$$

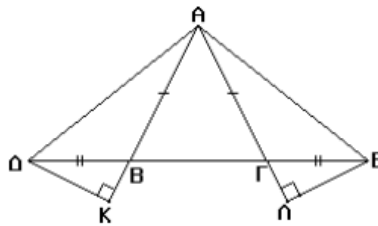
8. α) Να λύσετε το σύστημα:
$$\begin{cases} 4x + 3y = -5 - 4x \\ y + 15 = 4x \end{cases}$$

β) Να ερμηνεύσετε γραφικά τη λύση του συστήματος.

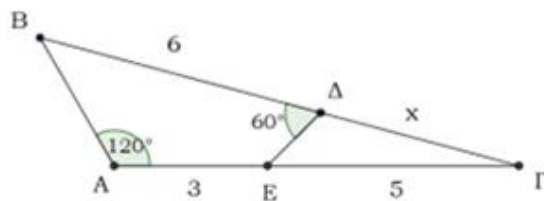
9. Στο ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$, με $AB=AG$ προεκτείνουμε τη βάση $B\Gamma$, ώστε $B\Delta=GE$.

α) Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα $AB\Delta$ και $AG\epsilon$ είναι ίσα.

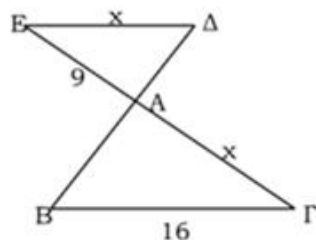
β) Αν το ΔK είναι κάθετο στο AB και το $\epsilon \Lambda$ είναι κάθετο στο AG , να αποδείξετε ότι $\Delta K=\epsilon \Lambda$, δικαιολογώντας τις απαντήσεις σας.



10. Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα $AB\Gamma$ και $\Delta\epsilon\Gamma$ είναι όμοια και να υπολογίσετε το x .



11. Στο παρακάτω σχήμα είναι $B\Gamma \parallel \epsilon \Delta$.



α) Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα $AB\Gamma$ και $A\Delta\epsilon$ είναι όμοια

β) Να βρείτε το x .

γ) Αν $B\Delta = 14$, να βρείτε τα AB και $A\Delta$.

12. Δίνεται η οξεία γωνία ω για την οποία ισχύει $\eta\mu\omega = \frac{4}{5}$.

α) Να υπολογίσετε το $\sigma\upsilon\nu\omega$ και την $\epsilon\phi\omega$.

β) Να υπολογιστεί η τιμή της παράστασης $A = 5\eta\mu\omega + 10\sigma\upsilon\nu\omega - 3\epsilon\phi\omega$.

13. Να αποδείξετε ότι:

α) $(\sigma\upsilon\nu 35^\circ + \eta\mu 35^\circ)^2 + (\eta\mu 145^\circ - \sigma\upsilon\nu 145^\circ)^2 = 2$

β) $(3\sigma\upsilon\nu\omega \cdot \sigma\upsilon\nu\phi)^2 + (3\sigma\upsilon\nu\omega \cdot \eta\mu\phi)^2 + (3\eta\mu\omega)^2 = 9$

Επιμέλεια: Πεντότη Αντ.