

Με ισοδύναμες

Ασκήσεις για το σπίτι.

2.5. Εφαρμογές των αρχών διατήρησης στην μελέτη απλών κυκλωμάτων.

1. Για το κύκλωμα του σχήματος γνωρίζουμε ότι $R_1=4\Omega$, $R_2=8\Omega$ και $V=36\text{Volt}$.

Α. Να υπολογίσετε την ισοδύναμη αντίσταση $R_{ολ}$ του κυκλώματος.

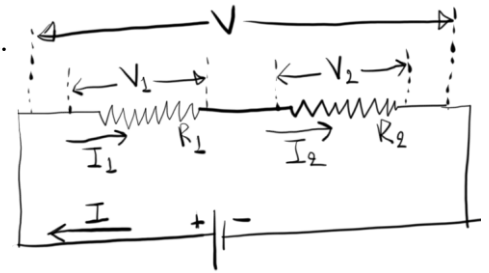
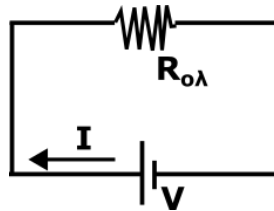
Έχουμε σύνδεση σε σειρά οπότε

$$R_{ολ} = R_1 + R_2$$

$$\Rightarrow R_{ολ} = 4\Omega + 8\Omega$$

$$\Rightarrow R_{ολ} = 12\Omega$$

Σχεδιάζουμε το ισοδύναμο κύκλωμα



Β. Να υπολογίσετε την ένταση I του ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα.

Χρησιμοποιώντας το ισοδύναμο κύκλωμα έχουμε ότι

$$R_{ολ} = \frac{V}{I}$$

$$\Rightarrow R_{ολ} \cdot I = V$$

$$\Rightarrow \frac{R_{ολ} \cdot I}{R_{ολ}} = \frac{V}{R_{ολ}}$$

$$\Rightarrow I = \frac{V}{R_{ολ}}$$

$$\Rightarrow I = \frac{36\text{Volt}}{12\Omega}$$

$$\Rightarrow I = 3\text{A}$$

Γ. Να υπολογίσετε την ένταση I_1 και I_2 του ρεύματος που διαρρέει τις αντιστάσεις R_1 και R_2 .

Έχουμε σύνδεση σε σειρά οπότε

$$I = I_1 = I_2$$

$$I_1 = 3\text{A} \text{ και } I_2 = 3\text{A}$$

Δ. Να υπολογίσετε την τάση V_1 στα άκρα της R_1 και την τάση V_2 στα άκρα της R_2 .

Έχουμε ότι

$$R_1 = \frac{V_1}{I_1}$$

$$\Rightarrow R_1 \cdot I_1 = \frac{V_1}{I_1} \cdot I_1$$

$$\Rightarrow R_1 \cdot I_1 = V_1$$

$$\Rightarrow V_1 = R_1 \cdot I_1$$

$$\Rightarrow V_1 = 4\Omega \cdot 3\text{A}$$

$$\Rightarrow V_1 = 12\text{Volt}$$

Και ακόμα:

$$R_2 = \frac{V_2}{I_2}$$

$$\Rightarrow R_2 \cdot I_2 = \frac{V_2}{I_2} \cdot I_2$$

$$\Rightarrow R_2 \cdot I_2 = V_2$$

$$\Rightarrow V_2 = R_2 \cdot I_2$$

$$\Rightarrow V_2 = 8\Omega \cdot 3A$$

$$\Rightarrow V_2 = 24Volt$$

2. Για το κύκλωμα του σχήματος γνωρίζουμε ότι $I=10A$, $R_1=20\Omega$ και $R_2=30\Omega$.

A. Να υπολογίσετε την τάση V_1 στα άκρα του αντιστάτη R_1 και την τάση V_2 στα άκρα του αντιστάτη R_2 .

Έχουμε σύνδεση σε σειρά οπότε

$$I = I_1 = I_2$$

$$I_1 = 10A \text{ και } I_2 = 10A$$

Γνωρίζουμε ότι

$$R_1 = \frac{V_1}{I_1}$$

$$\Rightarrow R_1 \cdot I_1 = \frac{V_1}{I_1} \cdot I_1$$

$$\Rightarrow R_1 \cdot I_1 = V_1$$

$$\Rightarrow V_1 = R_1 \cdot I_1$$

$$\Rightarrow V_1 = 20\Omega \cdot 10A$$

$$\Rightarrow V_1 = 200Volt$$

Γνωρίζουμε ακόμα ότι

$$R_2 = \frac{V_2}{I_2}$$

$$\Rightarrow R_2 \cdot I_2 = \frac{V_2}{I_2} \cdot I_2$$

$$\Rightarrow R_2 \cdot I_2 = V_2$$

$$\Rightarrow V_2 = R_2 \cdot I_2$$

$$\Rightarrow V_2 = 30\Omega \cdot 10A$$

$$\Rightarrow V_2 = 300Volt$$

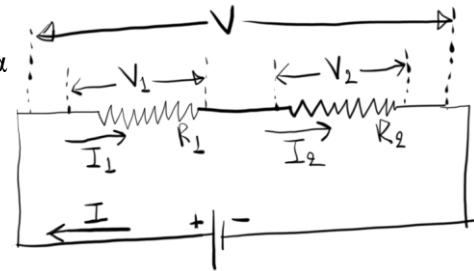
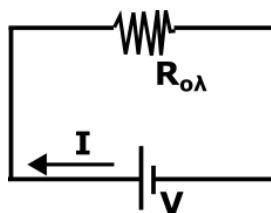
B. Να υπολογίσετε την ισοδύναμη αντίσταση $R_{ολ}$ του κυκλώματος.

Έχουμε σύνδεση σε σειρά οπότε

$$R_{ολ} = R_1 + R_2$$

$$\Rightarrow R_{ολ} = 20\Omega + 30\Omega$$

$$\Rightarrow R_{ολ} = 50\Omega$$



Γ. Να υπολογίσετε με δύο τρόπους την τάση V.

(1^{ος} Τρόπος) Γνωρίζουμε ότι:

$$\begin{aligned}R_{ολ} &= \frac{V}{I} \\ \Rightarrow R_{ολ} \cdot I &= V \\ \Rightarrow V &= R_{ολ} \cdot I \\ \Rightarrow V &= 50\Omega \cdot 10A \\ \Rightarrow V &= 500Volt\end{aligned}$$

(1^{ος} Τρόπος) Γνωρίζουμε ότι:

Έχουμε σύνδεση σε σειρά οπότε

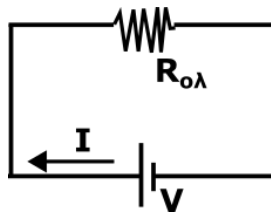
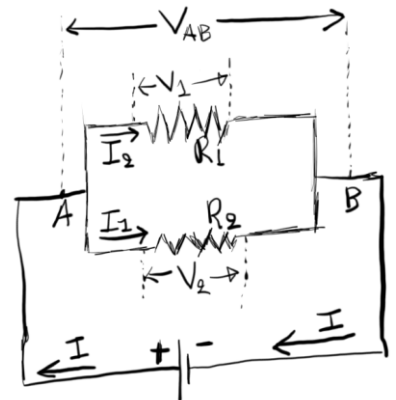
$$\begin{aligned}V &= V_1 + V_2 \\ \Rightarrow V &= 200Volt + 300Volt \\ \Rightarrow V &= 500Volt\end{aligned}$$

3. Για το κύκλωμα του σχήματος γνωρίζουμε ότι $V_{AB}=32Volt$, $R_1=20\Omega$, και $R_2=80\Omega$.

Α. Να υπολογίσετε την ισοδύναμη αντίσταση $R_{ολ}$ του κυκλώματος.

Έχουμε παράλληλη σύνδεση οπότε

$$\begin{aligned}R_{ολ} &= \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} \\ \Rightarrow R_{ολ} &= \frac{20 \cdot 80}{20 + 80} \Omega \\ \Rightarrow R_{ολ} &= \frac{1600}{100} \Omega \\ \Rightarrow R_{ολ} &= 16\Omega\end{aligned}$$



Β. Να υπολογίσετε την ένταση I του ρεύματος που διαρρέει την μπαταρία.

Χρησιμοποιώντας το ισοδύναμο κύκλωμα έχουμε ότι

$$\begin{aligned}R_{ολ} &= \frac{V}{I} \\ \Rightarrow R_{ολ} \cdot I &= V \\ \Rightarrow \frac{R_{ολ} \cdot I}{R_{ολ}} &= \frac{V}{R_{ολ}} \\ \Rightarrow I &= \frac{V}{R_{ολ}} \\ \Rightarrow I &= \frac{32Volt}{16\Omega} \\ \Rightarrow I &= 2A\end{aligned}$$

Γ. Να υπολογίσετε την ένταση I_1 του ρεύματος που διαρρέει την αντίσταση R_1 .

Έχουμε παράλληλη σύνδεση οπότε

$$V = V_1 = V_2$$

$$\Rightarrow V_1 = 32V \text{ και } V_2 = 32V$$

Γνωρίζουμε ακόμα ότι

$$\begin{aligned} R_1 &= \frac{V_1}{I_1} \\ \Rightarrow R_1 \cdot I_1 &= \frac{V_1}{I_1} \cdot I_1 \\ \Rightarrow \frac{R_1 \cdot I_1}{R_1} &= \frac{V_1}{R_1} \\ \Rightarrow I_1 &= \frac{V_1}{R_1} \\ \Rightarrow I_1 &= \frac{32V}{20\Omega} \\ \Rightarrow I_1 &= 1,6A \end{aligned}$$

Δ. Να υπολογίσετε με δύο τρόπους την ένταση I_2 του ρεύματος που διαρρέει την αντίσταση R_2 .
(1^{ος} Τρόπος) Γνωρίζουμε ότι

$$\begin{aligned} R_2 &= \frac{V_2}{I_2} \\ \Rightarrow R_2 \cdot I_2 &= \frac{V_2}{I_2} \cdot I_2 \\ \Rightarrow R_2 \cdot I_2 &= V_2 \\ \Rightarrow \frac{R_2 \cdot I_2}{R_2} &= \frac{V_2}{R_2} \\ \Rightarrow I_2 &= \frac{V_2}{R_2} \\ \Rightarrow I_2 &= \frac{32V}{80\Omega} \\ \Rightarrow I_2 &= 0,4A \end{aligned}$$

(2^{ος} Τρόπος) Έχουμε παράλληλη σύνδεση οπότε

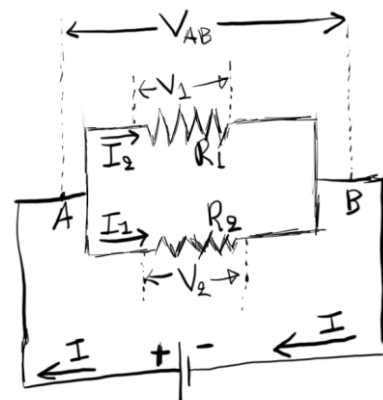
$$\begin{aligned} I &= I_1 + I_2 \\ \Rightarrow I_2 &= I - I_1 \\ \Rightarrow I_2 &= 2A - 1,6A \\ \Rightarrow I_2 &= 0,4A \end{aligned}$$

4. Για το κύκλωμα του σχήματος γνωρίζουμε ότι $I=4A$, $R_1=30\Omega$ και $I_1=2,8A$.

Α. Να υπολογίσετε την τάση V_1 στα άκρα της αντίστασης R_1 .

Γνωρίζουμε ότι

$$\begin{aligned} R_1 &= \frac{V_1}{I_1} \\ \Rightarrow R_1 \cdot I_1 &= \frac{V_1}{I_1} \cdot I_1 \\ \Rightarrow R_1 \cdot I_1 &= V_1 \\ \Rightarrow V_1 &= R_1 \cdot I_1 \end{aligned}$$



$$\Rightarrow V_1 = 30\Omega \cdot 2,8A$$

$$\Rightarrow V_1 = 84Volt$$

Β. Να υπολογίσετε την τάση V_2 στα άκρα της αντίστασης R_2 .

Έχουμε παράλληλη σύνδεση οπότε $V = V_1 = V_2 \Rightarrow V_2 = 84Volt$ και $V = 84Volt$

Γ. Να υπολογίσετε την ένταση I_2 του ρεύματος που διαρρέει την αντίσταση R_2 .

Έχουμε παράλληλη σύνδεση οπότε

$$I = I_1 + I_2$$

$$\Rightarrow I_2 = I - I_1$$

$$\Rightarrow I_2 = 4A - 2,8A$$

$$\Rightarrow I_2 = 1,2A$$

Δ. Να υπολογίσετε την αντίσταση R_2 .

Γνωρίζουμε ακόμα ότι

$$R_2 = \frac{V_2}{I_2}$$

$$\Rightarrow R_2 = \frac{84Volt}{1,2A}$$

$$\Rightarrow R_2 = 70\Omega$$

5. Για το κύκλωμα του σχήματος γνωρίζουμε ότι $V=120Volt$, $R_1=16\Omega$, $R_2=40\Omega$, $R_3=60\Omega$.

Α. Να υπολογίσετε την ισοδύναμη αντίσταση $R_{2,3}$ των R_2 και R_3 .

Οι αντιστάτες αντίστασης R_2 και R_3 είναι παράλληλα

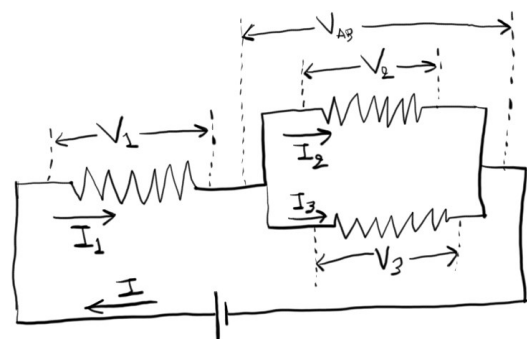
συνδεδεμένοι οπότε

$$R_{2,3} = \frac{R_2 \cdot R_3}{R_2 + R_3}$$

$$\Rightarrow R_{2,3} = \frac{40 \cdot 60}{40 + 60} \Omega$$

$$\Rightarrow R_{2,3} = \frac{2400}{100} \Omega$$

$$\Rightarrow R_{2,3} = 24\Omega$$



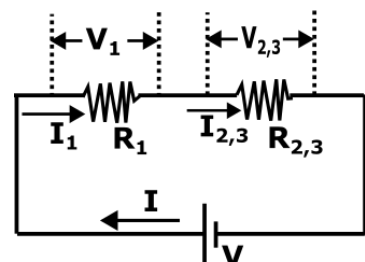
Β. Να υπολογίσετε την ισοδύναμη αντίσταση $R_{ολ}$ του κυκλώματος.

Σχεδιάζουμε το δεξιά ισοδύναμο κύκλωμα. Παρατηρούμε ότι σε αυτό το κύκλωμα οι αντιστάτες αντίστασης R_1 και $R_{2,3}$ είναι σε σειρά οπότε

$$R_{ολ} = R_1 + R_{2,3}$$

$$\Rightarrow R_{ολ} = 16\Omega + 24\Omega$$

$$\Rightarrow R_{ολ} = 40\Omega$$



Γ. Να υπολογίσετε την ένταση I του ρεύματος που διαρρέει την μπαταρία.

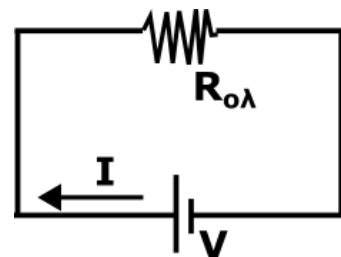
Σχεδιάζουμε το δεξιά ισοδύναμο κύκλωμα οπότε Χρησιμοποιώντας το ισοδύναμο κύκλωμα έχουμε ότι

$$R_{ολ} = \frac{V}{I}$$

$$\Rightarrow R_{ολ} \cdot I = V$$

$$\Rightarrow \frac{R_{ολ} \cdot I}{R_{ολ}} = \frac{V}{R_{ολ}}$$

$$\Rightarrow I = \frac{V}{R_{ολ}}$$



$$\Rightarrow I = \frac{120Volt}{40\Omega}$$

$$\Rightarrow I = 3A$$

Δ. Να υπολογίσετε την ένταση I_1 του ρεύματος που διαρρέει την αντίσταση R_1 και την ένταση του ρεύματος $I_{2,3}$ που διαρρέει την $R_{2,3}$.

Χρησιμοποιώντας το πρώτο από τα δύο ισοδύναμα κυκλώματα (βλέπε δεξιά) παρατηρούμε ότι επειδή οι αντιστάτες αντίστασης R_1 και $R_{2,3}$ είναι σε σειρά θα έχουμε

$$I = I_1 = I_{2,3}$$

$$\Rightarrow I_1 = 3A \text{ και } I_{2,3} = 3A$$

Ε. Να υπολογίσετε την τάση V_1 στα άκρα της αντίστασης R_1 και την τάση $V_{2,3}$ στα άκρα της αντίστασης $R_{2,3}$.

Έχουμε ότι

$$R_1 = \frac{V_1}{I_1}$$

$$\Rightarrow R_1 \cdot I_1 = \frac{V_1}{I_1} \cdot I_1$$

$$\Rightarrow R_1 \cdot I_1 = V_1$$

$$\Rightarrow V_1 = R_1 \cdot I_1$$

$$\Rightarrow V_1 = 16\Omega \cdot 3A$$

$$\Rightarrow V_1 = 48Volt$$

Ακόμα έχουμε ότι

$$R_{2,3} = \frac{V_{2,3}}{I_{2,3}}$$

$$\Rightarrow R_{2,3} \cdot I_{2,3} = \frac{V_{2,3}}{I_{2,3}} \cdot I_{2,3}$$

$$\Rightarrow R_{2,3} \cdot I_{2,3} = V_{2,3}$$

$$\Rightarrow V_{2,3} = R_{2,3} \cdot I_{2,3}$$

$$\Rightarrow V_{2,3} = 24\Omega \cdot 3A$$

$$\Rightarrow V_{2,3} = 72Volt$$

ΣΤ. Να υπολογίσετε την τάση V_2 και V_3 και τις εντάσεις I_2 και I_3 .

Επειδή οι αντιστάτες αντίστασης R_2 και R_3 είναι παράλληλα συνδεδεμένοι θα έχουμε ότι

$$V_{2,3} = V_2 = V_3$$

$$\Rightarrow V_2 = 72Volt \text{ και } V_3 = 72Volt$$

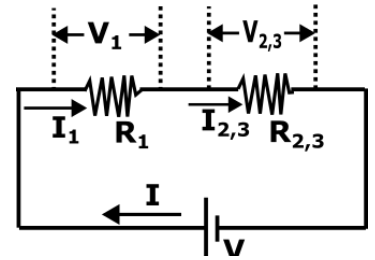
Ακόμα έχουμε ότι για το I_2 :

$$R_2 = \frac{V_2}{I_2}$$

$$\Rightarrow R_2 \cdot I_2 = V_2$$

$$\Rightarrow \frac{R_2 \cdot I_2}{R_2} = \frac{V_2}{R_2}$$

$$\Rightarrow I_2 = \frac{V_2}{R_2}$$



$$\Rightarrow I_2 = \frac{72\text{Volt}}{40\Omega}$$

$$\Rightarrow I_2 = 1,8\text{A}$$

(1^{ος} τρόπος) Ακόμα έχουμε ότι για το I_3 :

$$R_3 = \frac{V_3}{I_3}$$

$$\Rightarrow R_3 \cdot I_3 = V_3$$

$$\Rightarrow \frac{R_3 \cdot I_3}{R_3} = \frac{V_3}{R_3}$$

$$\Rightarrow I_3 = \frac{V_3}{R_3}$$

$$\Rightarrow I_3 = \frac{72\text{Volt}}{60\Omega}$$

$$\Rightarrow I_3 = 1,2\text{A}$$

(2^{ος} τρόπος) Ακόμα έχουμε ότι για το I_3 (βλέπε σχήμα δεξιά):

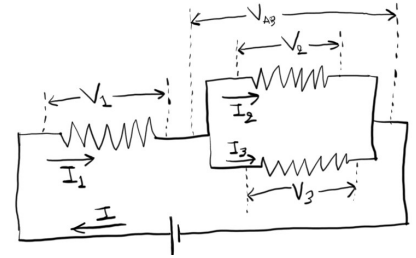
Επειδή οι αντιστάτες αντίστασης R_2 και R_3 είναι παράλληλα συνδεδεμένοι θα έχουμε ότι

$$I_1 = I_2 + I_3$$

$$\Rightarrow I_3 = I_1 - I_2$$

$$\Rightarrow I_3 = 3\text{A} - 1,8\text{A}$$

$$\Rightarrow I_3 = 1,2\text{A}$$



6. Για το κύκλωμα του σχήματος γνωρίζουμε ότι $V=120\text{Volt}$, $R_1=10\Omega$, $R_2=30\Omega$ και $R_3=60\Omega$.

A. Να υπολογίσετε την ισοδύναμη αντίσταση $R_{1,2}$ των R_1 και R_2 .

B. Να υπολογίσετε την ισοδύναμη αντίσταση $R_{ολ}$ του κυκλώματος.

Γ. Να υπολογίσετε την ένταση I του ρεύματος που διαρρέει την μπαταρία.

Δ. Να υπολογίσετε την διαφορά δυναμικού V_3 στα άκρα του αντιστάτη αντίστασης R_3 και την διαφορά δυναμικού $V_{1,2}$ στα άκρα του αντιστάτη αντίστασης $R_{1,2}$.

Ε. Να υπολογίσετε την ένταση I_3 που διαρρέει την αντίσταση R_3 και την ένταση $I_{1,2}$ του ρεύματος που διαρρέει την αντίσταση $R_{1,2}$.

ΣΤ. Να υπολογίσετε την ένταση I_1 του ρεύματος που διαρρέει την αντίσταση R_1 και την ένταση I_2 του ρεύματος που διαρρέει την αντίσταση R_2 .

Ζ. Να υπολογίσετε την τάση V_1 στα άκρα της αντίστασης R_1 και την V_2 στα άκρα της αντίστασης R_2 .

