

ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΓΙΑ ΛΥΣΗ

A.

7. Να βρείτε ποιες από τις παρακάτω δυνάμεις είναι θετικές και ποιες αρνητικές.

α. $(+7)^3$

β. $(-5)^4$

γ. $\left(-\frac{3}{2}\right)^5$

8. Να βρείτε το πρόσημο των αριθμών

α. -5^4

β. $(-5)^4$

γ. $(-5)^7$

δ. $-(-12)^5$

ε. $-(-3)^{10}$

9. Να συγκρίνετε τους αριθμούς:

$(-2009)^{2010}$

και

$(-2010)^{2009}$

B.

10. Να γράψετε ως μια δύναμη τις παρακάτω παραστάσεις.

α. $x^2 \cdot x^3$

β. $y^5 \cdot y$

γ. $\omega^3 \cdot \omega \cdot \omega^4$

δ. $\frac{x^5}{x^2}$

ε. $\frac{y^3}{y}$

στ. $\frac{\omega^3 \cdot \omega^4}{\omega^6}$

ζ. $(a^2)^3$

η. $(x^5)^2$

θ. $((y^3)^2)^5$

11. Να γράψετε ως μια δύναμη τις παρακάτω παραστάσεις και μετά να τις υπολογίσετε:

α. $2^3 \cdot 2^2$

β. $3 \cdot 3^2$

γ. $5^3 \cdot 5$

δ. $\frac{7^5}{7^3}$

ε. $\frac{9^3}{9}$

στ. $\frac{5^4 \cdot 5^7}{5^{10}}$

ζ. $(2^3)^2$

η. $(3^2)^2$

θ. $(2^2)^5$

12. Να γράψετε ως μια δύναμη τις παρακάτω παραστάσεις.

α. $x^3 y^3$

β. $3^2 y^2$

γ. $25\omega^2$

δ. $\frac{x^4}{y^4}$

ε. $\frac{\kappa^3}{2^3}$

στ. $\frac{\lambda^2}{49}$

13. Να γράψετε ως μια δύναμη τις παρακάτω παραστάσεις και μετά να τις υπολογίσετε.

α. $2^3 \cdot 5^3$

β. $0,25^{13} \cdot 4^{13}$

γ. $1,5^4 \cdot 2^4$

δ. $\frac{12^3}{6^3}$

ε. $\frac{24^2}{36}$

στ. $\frac{15^3}{27}$

Γ.

14. Να υπολογίσετε τις δυνάμεις:

α. $(+2)^3$

β. $(-7)^2$

γ. $(-3)^4$

δ. $(-1)^{56}$

ε. $(-1)^{13}$

στ. $(-2)^5$

15. Να υπολογίσετε τις δυνάμεις:

α. $\left(-\frac{5}{7}\right)^2$

β. $\left(-\frac{1}{2}\right)^4$

γ. $\left(-\frac{4}{3}\right)^3$

δ. $((-2)^2)^3$

ε. $((-1)^5)^7$

στ. $((-2)^3)^3$

Δ.

16. Να κάνετε τις πράξεις

α. $(+2)^3 + (-5)^2 + (-2)^3$

β. $(-7)^2 - 6^2 - (-2)^3$

γ. $5 - (-4)^2 - 3^2 - (-1)^7$

δ. $(-1)^6 + (-5)^3 - 3^4 - (-2)^4$

17. Να κάνετε τις πράξεις

α. $2^3 \cdot 2^2 + \frac{2^7}{2^3} - (2^2)^3 + \left(\frac{1}{2}\right)^2$

β. $\left(\frac{3}{2}\right)^2 - \frac{(2^3)^4}{2^{10}} + \frac{2^{14}}{2^5 \cdot 2^7}$

18. Να κάνετε τις πράξεις

α. $\frac{3^5}{3^3} - \frac{6^7}{3^7} - (2^3)^2$

β. $\frac{(-18)^4}{(-6)^4} - \frac{(-5)^7}{(-5)^5} - [(-2)^3]^2$

γ. $\frac{(-6)^5}{3^5} - \frac{8^4}{(-4)^4} + \frac{10^3}{(-5)^3}$

δ. $\frac{(-6)^4}{3^4} - \frac{8^3}{(-4)^3} + \frac{10^4}{(-5)^4}$

Δυνάμεις.

Ορισμός

$$\alpha^v = \underbrace{\alpha \cdot \alpha \cdot \alpha \cdots \alpha}_v \text{ Παράγοντες.}$$

α : Βάση
 v : Εξθέτης
αριθμός
 $v > 1$
δηλ $v = 2, 3, 4, \dots$

$$\alpha^1 = \alpha, \quad \alpha^0 = 1, \alpha \neq 0$$

Π.χ. $5^6 = 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 = 15625$ $3^6 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 729$
 $(-2)^2 = (-2) \cdot (-2) = 4$ $(-3)^5 = (-3) \cdot (-3) \cdot (-3) \cdot (-3) \cdot (-3) = -243$

Ιδιότητες Δυνάμεων.

$$\left. \begin{array}{l} \text{Ίδια} \\ \text{Βάση} \end{array} \right\} \begin{array}{l} 1. \alpha^{\mu} \cdot \alpha^v = \alpha^{\mu+v} \\ 2. \alpha^{\mu} : \alpha^v = \alpha^{\mu-v} \end{array}$$

Πράξεις.
Πολ/εὐός / Διάρκεια

Ασκ 10/Μπ

α) $x^2 \cdot x^3 = x^5$ β) $y^5 \cdot y = y^6$ γ) $\omega^3 \cdot \omega \cdot \omega^4 = \omega^8$

δ) $\frac{x^5}{x^2} = x^3$ ε) $\frac{y^3}{y} = y^2$ ζ) $\frac{\omega^3 \cdot \omega^4}{\omega^6} = \frac{\omega^7}{\omega^6} = \omega$

3η Ιδιότητα

$$(\alpha^{\mu})^v = \alpha^{\mu \cdot v}$$

ζ) $(\alpha^2)^3 = \alpha^6$ η) $(x^5)^2 = x^{10}$ θ) $((y^3)^2)^5 = y^{30}$

4η Ιδιότητα

5η Ιδιότητα

$$\left. \begin{array}{l} \text{Ίδια} \\ \text{Ευθέτη} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \alpha^v \cdot \beta^v = (\alpha \cdot \beta)^v \\ \frac{\alpha^v}{\beta^v} = \left(\frac{\alpha}{\beta}\right)^v \end{array}$$

Ασκ. 12/Μπ

α) $x^3 \cdot y^3 = (x \cdot y)^3$ β) $3^2 \cdot y^2 = (3y)^2$

γ) $25\omega^2 = 5^2 \cdot \omega^2 = (5\omega)^2$ δ) $\frac{x^4}{y^4} = \left(\frac{x}{y}\right)^4$

ε) $\frac{k^3}{2^3} = \left(\frac{k}{2}\right)^3$ ζ) $\frac{\lambda^2}{49} = \frac{\lambda^2}{7^2} = \left(\frac{\lambda}{7}\right)^2$

Ασκ 13 / Μπ. α) $2^3 \cdot 5^3 = (2 \cdot 5)^3 = 10^3 = 1000$

β) $0,25^{21} \cdot 4^{21} = (0,25 \cdot 4)^{21} = 1^{21} = 1$

γ) $1,5^4 \cdot 2^4 = (1,5 \cdot 2)^4 = 3^4 = 81$

δ) $\frac{12^3}{6^3} = \left(\frac{12}{6}\right)^3 = 2^3 = 8$

ε) $\frac{24^2}{36} = \frac{24^2}{6^2} = \left(\frac{24}{6}\right)^2 = 4^2 = 16$

στ) $\frac{15^3}{27} = \frac{15^3}{3^3} = \left(\frac{15}{3}\right)^3 = 5^3 = 125$

Παρατήρηση Δύναμη: α^v
 Βάση $\rightarrow$ θετικός αριθμός (Δηλ $\alpha > 0$) Τότε $\alpha^v > 0$
 Δύναμη $\rightarrow$ θετικός αριθμός

{ Βάση
 Αρνητικός αριθμός (Δηλ $\alpha < 0$) $\rightarrow$ Ευθείας Άξιος $v=2k$ $\rightarrow$ Δύναμη θετική $\alpha^v > 0$
 Ευθείας Περιτός $v=2k+1$ $\rightarrow$ Δύναμη Αρνητική $\alpha^v < 0$

Ασκ 7 / Μπ.

α) $(+7)^3 > 0$

β) $(-5)^4 > 0$

γ) $(-\frac{3}{2})^5 < 0$

Ασκ 8 / Μπ.

α) $-5^4 < 0$

β) $(-5)^6 > 0$

γ) $(-5)^7 < 0$

δ) $-\underbrace{(-12)^5}_{-} > 0$

ε) $-\underbrace{(-3)^{10}}_{+} < 0$

στ) $-\underbrace{(-5)^8}_{+} < 0$

Ασκ 9 / Μπ.

$\underbrace{(-2009)^{2010}}_{+} > \underbrace{(-2010)^{2009}}_{-}$

Άσκηση 11 Δυνάμεις. Εφαρμόζω ιδιότητες δυνάμεων

$$\alpha. 2^3 \cdot 2^2 = 2^{3+2} = 2^5 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 32$$

$$\beta. 3 \cdot 3^2 = 3^{1+2} = 3^3 = 3 \cdot 3 \cdot 3 = 27$$

$$\gamma. 5^3 \cdot 5 = 5^{3+1} = 5^4 = 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 = 625$$

$$\delta. \frac{7^5}{7^3} = 7^{5-3} = 7^2 = 7 \cdot 7 = 49$$

$$\epsilon. \frac{9^3}{9} = 9^{3-1} = 9^2 = 9 \cdot 9 = 81$$

$$\zeta. \frac{5^4 \cdot 5^7}{5^{10}} = \frac{5^{4+7}}{5^{10}} = \frac{5^{11}}{5^{10}} = 5^{11-10} = 5^1 = 5$$

$$\eta. (3^2)^2 = 3^{2 \cdot 2} = 3^4 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 81$$

$$\theta. (2^2)^5 = 2^{2 \cdot 5} = 2^{10} = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 1024$$

Ίδια βάση: με πολ/ισμό $\rightarrow$ Προσθέτω τους
Ευθέτες
 $a^{\mu} \cdot a^{\nu} = a^{\mu+\nu}$

Ίδια βάση: με διαίρεση $\rightarrow$ Αφαιρώ τους
Ευθέτες
 $a^{\mu} : a^{\nu} = a^{\mu-\nu}$

Δύναμη σε έναν νέο Ευθέτη $\rightarrow$ Αφήνω ίδια τη
βάση και πολ/ίζω
τους Ευθέτες.
 $((a)^{\mu})^{\nu} = a^{\mu \cdot \nu}$

Агк 14/Мп.

$$а) (+2)^3 = 8, \quad б) (-7)^2 = 49 \quad в) (-3)^4 = 81$$

$$г) (-1)^{56} = 1 \quad д) (-1)^{13} = -1 \quad е) (-2)^5 = -32$$

Агк 15/Мп.

$$а) \left(-\frac{5}{7}\right)^2 = \frac{25}{49} \quad б) \left(-\frac{1}{2}\right)^4 = \frac{1}{16} \quad в) \left(-\frac{4}{3}\right)^3 = -\frac{64}{27}$$

$$г) ((-2)^2)^3 = (-2)^6 = 64 \quad д) ((-1)^5)^7 = (-1)^{35} = -1$$

$$е) ((-2)^3)^3 = (-2)^9 = -512$$

Агк 16/Мп.

$$а) (+2)^3 + (-5)^2 + (-2)^3 = 8 + 25 - 8 = 25$$

$$б) (-7)^2 - 6^2 - (-2)^3 = 49 - 36 - (-8) = 49 - 36 + 8 = 21$$

$$в) 5 - (-4)^2 - 3^2 - (-1)^7 = 5 - (16) - 9 - (-1) = 5 - 16 - 9 + 1 =$$

$$г) (-1)^6 + (-5)^3 - 3^4 - (-2)^4 = 1 - 125 - 81 - (16) = 1 - 125 - 81 - 16 = -221$$

Агк 17/Мп.

$$а) 2^3 \cdot 2^2 + \frac{2^7}{2^3} - (2^2)^3 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 = 2^5 + 2^4 - 2^6 + \frac{1}{4} =$$

$$= 32 + 16 - 64 + 0,25 = -15,75$$

$$б) \left(\frac{3}{2}\right)^2 - \frac{(2^3)^4}{2^{10}} + \frac{2^{14}}{2^5 \cdot 2^7} = \frac{9}{4} - \frac{2^{12}}{2^{10}} + \frac{2^{14}}{2^{12}} = \frac{9}{4} - 2^2 + 2^2 = \frac{9}{4}$$

Агк 18/Мп.

$$а) \frac{3^5}{3^3} - \frac{6^7}{3^7} - (2^3)^2 = 3^2 - \left(\frac{6}{3}\right)^7 - 2^6 = 9 - 2^7 - 64 =$$

$$= 9 - 128 - 64 = -183$$

$$б) \frac{(-18)^4}{(-6)^4} - \frac{(-5)^7}{(-5)^5} - [(-2)^3]^2 = 3^4 - (-5)^2 - (-2)^6 = 81 - 25 - 64 =$$

$$= 81 - 91 = -10$$

$$в) \frac{(-6)^5}{3^5} - \frac{8^4}{(-4)^4} + \frac{10^3}{(-5)^3} = (-2)^5 - (-2)^4 + (-2)^3 = -32 - 16 - 8 = -56$$

$$г) \frac{(-6)^4}{3^4} - \frac{8^3}{(-4)^3} + \frac{10^4}{(-5)^4} = (-2)^4 - (-2)^3 + (-2)^4 = 16 - (-8) + 16 =$$

$$16 + 8 + 16 = 40$$