

Μέρος 1ο – Άλγεβρα

Ερωτήσεις Θεωρίας

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1 – ΦΥΣΙΚΟΙ ΑΡΙΘΜΟΙ

§1.1 Φυσικοί αριθμοί – Διάταξη – Στρογγυλοποίηση

1 Ποιοι αριθμοί λέγονται φυσικοί;

Απάντηση

Οι αριθμοί 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, ..., 98, 99, 100, ... ονομάζονται φυσικοί αριθμοί. Κάθε φυσικός αριθμός έχει έναν επόμενο και ένα προηγούμενο φυσικό αριθμό, εκτός από το 0 που έχει μόνο επόμενο, το 1.

2 Ποιοι αριθμοί λέγονται άρτιοι;

Απάντηση

Άρτιοι λέγονται οι φυσικοί αριθμοί που διαιρούνται με το 2

3 Ποιοι αριθμοί λέγονται περιττοί;

Απάντηση

Περιττοί λέγονται οι φυσικοί αριθμοί που δεν διαιρούνται με το 2

4 Τι είναι η στρογγυλοποίηση;

Απάντηση

Πολλές φορές αντικαθιστούμε ένα φυσικό αριθμό με μια προσέγγισή του, δηλαδή κάποιον άλλο λίγο μικρότερο ή λίγο μεγαλύτερο του. Τη διαδικασία αυτή την ονομάζουμε **στρογγυλοποίηση**.

5 Πώς στρογγυλοποιούμε έναν φυσικό αριθμό;

Απάντηση

Για να στρογγυλοποιήσουμε ένα φυσικό αριθμό:

- Προσδιορίζουμε τη τάξη στην οποία θα γίνει η στρογγυλοποίηση.
- Εξετάζουμε το ψηφίο της αμέσως μικρότερης τάξης.
- Αν αυτό είναι **μικρότερο** του 5 (δηλαδή **0, 1, 2, 3 ή 4**), το ψηφίο αυτό και όλα τα ψηφία των

μικρότερων τάξεων **μηδενίζονται**.

- Αν είναι **μεγαλύτερο ή ίσο** του **5** (δηλαδή **5, 6, 7, 8 ή 9**), το ψηφίο αυτό και όλα τα ψηφία των μικρότερων τάξεων μηδενίζονται και το ψηφίο της τάξης στρογγυλοποίησης **αυξάνεται κατά 1**.

§1.2 Πρόσθεση, αφαίρεση και πολλαπλασιασμός φυσικών αριθμών

6 Πώς λέγονται οι αριθμοί που προσθέτουμε και πώς το αποτέλεσμα της πρόσθεσης;

Απάντηση

Οι αριθμοί που προσθέτουμε λέγονται **προσθετέοι**, ενώ το αποτέλεσμα της πρόσθεσης λέγεται **άθροισμα**.

7 Ποιες είναι οι ιδιότητες της πρόσθεσης;

Απάντηση

- Αντιμεταθετική: $\alpha + \beta = \beta + \alpha$
 - Προσεταιριστική: $(\alpha + \beta) + \gamma = \alpha + (\beta + \gamma)$
 - Ουδέτερο στοιχείο: $\alpha + 0 = 0 + \alpha = \alpha$
-

8 Πώς λέγονται οι αριθμοί που μετέχουν σε μια αφαίρεση και πώς το αποτέλεσμα της

Απάντηση

Στην αφαίρεση $\alpha - \beta$, ο αριθμός α λέγεται **μειωτέος**, ο αριθμός β **αφαιρετέος** και το αποτέλεσμα της αφαίρεσης λέγεται **διαφορά**.

9 Πώς λέγονται οι αριθμοί που πολλαπλασιάζονται και πώς το αποτέλεσμα του πολλαπλασιασμού;

Απάντηση

Οι αριθμοί που πολλαπλασιάζονται λέγονται **παράγοντες του γινομένου** ή απλώς **παράγοντες**, ενώ το αποτέλεσμα του πολλαπλασιασμού λέγεται **γινόμενο**.

10 Ποιες είναι οι ιδιότητες του πολλαπλασιασμού;

Απάντηση

- Αντιμεταθετική: $\alpha \cdot \beta = \beta \cdot \alpha$
- Προσεταιριστική: $(\alpha \cdot \beta) \cdot \gamma = \alpha \cdot (\beta \cdot \gamma)$
- Ουδέτερο στοιχείο: $\alpha \cdot 1 = 1 \cdot \alpha = \alpha$

- Επιμεριστική ιδιότητα: $\alpha \cdot (\beta + \gamma) = \alpha \cdot \beta + \alpha \cdot \gamma$ (ως προς την πρόσθεση)
 $\alpha \cdot (\beta - \gamma) = \alpha \cdot \beta - \alpha \cdot \gamma$ (ως προς την αφαίρεση)
-

§1.3 Δυνάμεις φυσικών αριθμών

- 11** Τι ονομάζεται δύναμη ενός φυσικού αριθμού α ;

Απάντηση

Το γινόμενο $\alpha \cdot \alpha \cdot \dots \cdot \alpha$, που έχει n παράγοντες ίσους με το α , λέγεται **δύναμη του α στη n ή νιοστή δύναμη του α** και συμβολίζεται με α^n .
Ο αριθμός α λέγεται **βάση της δύναμης** και ο n λέγεται **εκθέτης**.

- 12** Τι ονομάζεται αριθμητική παράσταση;

Απάντηση

Αριθμητική παράσταση λέγεται κάθε σειρά αριθμών που συνδέονται μεταξύ τους με τα σύμβολα των πράξεων.

- 13** Ποια είναι η σειρά προτεραιότητας των πράξεων;

Απάντηση

- Εκτελούμε τις πράξεις μέσα στις παρενθέσεις.
 - Υπολογίζουμε τις δυνάμεις.
 - Εκτελούμε τους πολλαπλασιασμούς και τις διαιρέσεις.
 - Εκτελούμε τις προσθέσεις και τις αφαιρέσεις.
-

§1.4 Ευκλείδεια διαίρεση – Διαιρετότητα

- 14** Πώς λέγονται οι αριθμοί που μετέχουν σε μια διαίρεση;

Απάντηση

Όταν δοθούν δύο φυσικοί αριθμοί Δ και δ , τότε υπάρχουν δύο άλλοι φυσικοί αριθμοί π και ν , έτσι ώστε να ισχύει: $\Delta = \delta \cdot \pi + \nu$. Ο αριθμός Δ λέγεται **διαιρετέος**, ο δ λέγεται **διαιρέτης**, ο αριθμός π ονομάζεται **πηλίκιο** και το ν **υπόλοιπο** της διαίρεσης.
Το υπόλοιπο είναι αριθμός μεγαλύτερος ή ίσος του μηδενός και πάντα μικρότερος του διαιρέτη, δηλ. $0 \leq \nu < \delta$.

Αν το υπόλοιπο είναι 0, τότε η διαίρεση λέγεται **τέλεια**.

§1.5 Χαρακτήρες διαιρετότητας – ΕΚΠ – ΜΚΔ – Πρώτοι αριθμοί

15 Τι ονομάζουμε ελάχιστο κοινό πολλαπλάσιο (ΕΚΠ) δύο ή περισσότερων αριθμών;

Απάντηση

Το μικρότερο από τα κοινά πολλαπλάσια δύο ή περισσότερων αριθμών που δεν είναι μηδέν το ονομάζουμε **Ελάχιστο Κοινό Πολλαπλάσιο (ΕΚΠ)** των αριθμών αυτών.

16 Τι ονομάζουμε μέγιστο κοινό διαιρέτη (ΜΚΔ) δύο ή περισσότερων αριθμών;

Απάντηση

Δύο φυσικοί αριθμοί α και β μπορεί να έχουν κοινούς διαιρέτες. Ο μεγαλύτερος από αυτούς ονομάζεται **Μέγιστος Κοινός Διαιρέτης (ΜΚΔ)** των α και β και συμβολίζεται **$ΜΚΔ(\alpha, \beta)$** .

17 Πότε ένας αριθμός λέγεται πρώτος και πότε σύνθετος;

Απάντηση

Ένας αριθμός που έχει διαιρέτες μόνο τον εαυτό του και το 1 λέγεται **πρώτος αριθμός**, διαφορετικά λέγεται **σύνθετος**.

18 Πότε δυο αριθμοί λέγονται πρώτοι μεταξύ τους;

Απάντηση

Δύο αριθμοί α και β λέγονται **πρώτοι μεταξύ τους** αν είναι **$ΜΚΔ(\alpha, \beta) = 1$** .

19 Πότε ένας αριθμός διαιρείται με το 2, το 3, το 4, το 5, το 9, το 10 ή το 25;

Απάντηση

- Ένας φυσικός αριθμός διαιρείται με **10** αν λήγει σε **ένα μηδενικό**.
 - Ένας φυσικός αριθμός διαιρείται με το **2**, αν το τελευταίο ψηφίο είναι 0, 2, 4, 6, 8.
 - Ένας φυσικός αριθμός διαιρείται με το **3** ή το **9**, αν το **άθροισμα των ψηφίων του** διαιρείται με το **3** ή το **9** αντίστοιχα.
 - Ένας φυσικός αριθμός διαιρείται συγχρόνως με το **4** ή και το **25**, αν τα **δύο τελευταία ψηφία του** είναι μηδέν.
 - Ένας φυσικός αριθμός διαιρείται με το **5**, αν λήγει σε **0** ή **5**.
-

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2 - ΚΛΑΣΜΑΤΑ

§2.1 Η έννοια του κλάσματος

20 Τι εκφράζει ένα κλάσμα;

Απάντηση

Κάθε κλάσμα εκφράζει ένα μέρος ενός μεγέθους.

Όταν ένα μέγεθος ή ένα σύνολο ομοειδών αντικειμένων χωρισθεί σε n ίσα μέρη, το κάθε ένα από αυτά ονομάζεται νιοστό και συμβολίζεται με το $\frac{1}{n}$. Κάθε τμήμα του μεγέθους ή του συνόλου αντικειμένων, που αποτελείται από k τέτοια ίσα μέρη, συμβολίζεται με το κλάσμα $\frac{k}{n}$ και διαβάζεται «κάπα νιοστά».

§2.2 Ισοδύναμα κλάσματα

21 Πότε δυο κλάσματα λέγονται ίσα ή ισοδύναμα;

Απάντηση

Δυο κλάσματα λέγονται ίσα ή ισοδύναμα όταν εκφράζουν το ίδιο μέρος ενός μεγέθους.

22 Πώς μπορούμε να δημιουργήσουμε ίσα κλάσματα ;

Απάντηση

Όταν πολλαπλασιαστούν οι όροι ενός κλάσματος με τον ίδιο φυσικό αριθμό προκύπτει κλάσμα ισοδύναμο.

Ομοίως όταν οι όροι ενός κλάσματος διαιρεθούν με τον ίδιο φυσικό αριθμό προκύπτει κλάσμα ισοδύναμο. Η διαδικασία αυτή λέγεται απλοποίηση του κλάσματος.

23 Πότε ένα κλάσμα λέγεται ανάγωγο;

Απάντηση

Αν ένα κλάσμα δεν μπορεί να απλοποιηθεί (δηλ δεν υπάρχει κοινός διαιρέτης για τον αριθμητή και τον παρονομαστή), λέγεται **ανάγωγο**.

24 Ποια κλάσματα λέγονται ομώνυμα;

Απάντηση

Δυο κλάσματα λέγονται ομώνυμα όταν έχουν τον ίδιο παρονομαστή.

25 Ποια κλάσματα λέγονται ετερόνυμα;

Απάντηση

Δυο κλάσματα λέγονται ετερόνυμα όταν δεν έχουν τον ίδιο παρονομαστή.

§2.3 Σύγκριση κλασμάτων

26 Πώς μπορούμε να συγκρίνουμε δυο κλάσματα;

Απάντηση

- Από δύο ομώνυμα κλάσματα, εκείνο που έχει τον μεγαλύτερο αριθμητή είναι μεγαλύτερο.
 - Για να συγκρίνουμε ετερόνυμα κλάσματα τα μετατρέπουμε σε ομώνυμα και συγκρίνουμε τους αριθμητές τους.
 - Από δύο κλάσματα με τον ίδιο αριθμητή μεγαλύτερο είναι εκείνο με τον μικρότερο παρονομαστή.
-

§2.4 Πρόσθεση και αφαίρεση κλασμάτων

27 Πώς προσθέτουμε δυο κλάσματα;

Απάντηση

Για να προσθέσουμε δυο ομώνυμα κλάσματα, προσθέτουμε τους αριθμητές και αφήνουμε παρονομαστή τον ίδιο.

$$\frac{a}{\gamma} + \frac{\beta}{\gamma} = \frac{a + \beta}{\gamma}$$

Για να προσθέσουμε δυο ετερόνυμα κλάσματα, πρέπει να τα μετατρέπουμε πρώτα σε ομώνυμα.

28 Πώς αφαιρούμε δυο κλάσματα;

Απάντηση

Για να αφαιρέσουμε δυο ομώνυμα κλάσματα, αφαιρούμε τους αριθμητές και αφήνουμε παρονομαστή τον ίδιο.

$$\frac{a}{\gamma} - \frac{\beta}{\gamma} = \frac{a - \beta}{\gamma}$$

Για να αφαιρέσουμε δυο ετερόνυμα κλάσματα, πρέπει να τα μετατρέπουμε πρώτα σε ομώνυμα.

§2.5 Πολλαπλασιασμός κλασμάτων

29 Πώς πολλαπλασιάζουμε δυο κλάσματα;

Απάντηση

Για να πολλαπλασιάσουμε δυο κλάσματα, δημιουργούμε ένα νέο κλάσμα που έχει ως αριθμητή το γινόμενο των αριθμητών και ως παρονομαστή το γινόμενο των παρονομαστών.

$$\frac{a}{\beta} \cdot \frac{\gamma}{\delta} = \frac{a \cdot \gamma}{\beta \cdot \delta}$$

30 Ποιοι αριθμοί λέγονται αντίστροφοι;

Απάντηση

Αντίστροφοι ονομάζονται οι αριθμοί που έχουν γινόμενο ίσο με 1.

§2.6 Διαίρεση κλασμάτων

31 Πώς διαιρούμε δυο κλάσματα;

Απάντηση

Για να διαιρέσουμε δυο κλάσματα, αρκεί να πολλαπλασιάσουμε το διαρετέο με τον αντίστροφο του διαιρέτη.

$$\frac{a}{\beta} \cdot \frac{\gamma}{\delta} = \frac{a}{\beta} \cdot \frac{\delta}{\gamma}$$

32 Ποιο κλάσμα λέγεται σύνθετο;

Απάντηση

Ένα κλάσμα του οποίου ένας τουλάχιστον όρος είναι κλάσμα, λέγεται **σύνθετο**.

33 Πώς μετατρέπεται ένα σύνθετο κλάσμα σε απλό;

Απάντηση

Για να μετατραπεί ένα σύνθετο κλάσμα σε απλό ακολουθούμε την εξής διαδικασία:

$$\left[\begin{array}{l} \frac{\alpha}{\beta} \\ \frac{\gamma}{\delta} \end{array} = \frac{\alpha \cdot \delta}{\beta \cdot \gamma} \right.$$

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3 - ΔΕΚΑΔΙΚΟΙ ΑΡΙΘΜΟΙ

§3.1 Δεκαδικά κλάσματα, δεκαδικοί αριθμοί, διάταξη, στρογγυλοποίηση

34 Ποιο κλάσμα λέγεται δεκαδικό;

Απάντηση

Δεκαδικό λέγεται ένα κλάσμα που έχει παρονομαστή μια δύναμη του 10.

35 Πώς στρογγυλοποιούμε έναν δεκαδικό αριθμό;

Απάντηση

Για να στρογγυλοποιήσουμε ένα δεκαδικό αριθμό:

- Προσδιορίζουμε τη δεκαδική τάξη στην οποία θα γίνει η στρογγυλοποίηση.
 - Εξετάζουμε το ψηφίο της αμέσως μικρότερης τάξης.
 - Αν αυτό είναι **μικρότερο του 5**, το ψηφίο αυτό και όλα τα ψηφία των μικρότερων τάξεων μηδενίζονται.
 - Αν είναι **μεγαλύτερο ή ίσο του 5**, το ψηφίο αυτό και όλα τα ψηφία των μικρότερων τάξεων μηδενίζονται και το ψηφίο της τάξης στρογγυλοποίησης **αυξάνεται κατά 1**.
-

§3.2 Πράξεις με δεκαδικούς αριθμούς

36 Πώς προσθέτουμε ή αφαιρούμε δεκαδικούς αριθμούς;

Απάντηση

Η πρόσθεση και η αφαίρεση δεκαδικών αριθμών γίνεται, όπως και στους φυσικούς αριθμούς. Προσθέτουμε ή αφαιρούμε τα ψηφία της ίδιας τάξης, τοποθετώντας τους αριθμούς τον ένα κάτω από τον άλλο έτσι, ώστε οι υποδιαστολές να γράφονται στην ίδια στήλη.

37 Πώς πολλαπλασιάζουμε δεκαδικούς αριθμούς;

Απάντηση

Ο πολλαπλασιασμός δεκαδικών αριθμών γίνεται, όπως και των φυσικών αριθμών. Τοποθετούμε στο αποτέλεσμα της πράξης την υποδιαστολή τόσες θέσεις από τα δεξιά προς τα αριστερά, όσα είναι συνολικά τα ψηφία στα δεκαδικά μέρη και των δύο παραγόντων.

38 Πώς διαιρούμε δεκαδικούς αριθμούς;

Απάντηση

Η διαίρεση δεκαδικού αριθμού με δεκαδικό αριθμό γίνεται, όπως και η ευκλείδεια διαίρεση. Πολλαπλασιάζουμε το διαιρέτη και το διαιρετέο με την κατάλληλη δύναμη του 10 έτσι, ώστε ο διαιρέτης να γίνει φυσικός αριθμός. Όταν εξαντληθεί το ακέραιο μέρος του διαιρετέου, "κατεβάζουμε" το μηδέν, ως πρώτο δεκαδικό ψηφίο από τον διαιρετέο και τοποθετούμε στο πηλίκο υποδιαστολή.

39 Πώς πολλαπλασιάζουμε έναν αριθμό με 0,1, 0,01, 0,001 κλπ;

Απάντηση

Όταν πολλαπλασιάζουμε με **0,1, 0,01, 0,001...** μεταφέρουμε την υποδιαστολή προς τα **αριστερά** **μια, δυο, τρεις, ...** αντίστοιχα θέσεις.

40 Πώς διαιρούμε έναν αριθμό με 10, 100, 1000 κλπ;

Απάντηση

Όταν διαιρούμε έναν αριθμό με **10, 100, 1000, ...** μεταφέρουμε την υποδιαστολή προς τα **αριστερά** **μια, δυο, τρεις, ...** αντίστοιχα θέσεις.

41 Πώς πολλαπλασιάζουμε έναν αριθμό με 10, 100, 1000 κλπ;

Απάντηση

Όταν πολλαπλασιάζουμε ένα δεκαδικό αριθμό με **10, 100, 1000...** μεταφέρουμε την υποδιαστολή του αριθμού προς τα **δεξιά μία, δύο, τρεις, ...** θέσεις αντίστοιχα.

§3.4 Τυποποιημένη μορφή μεγάλων αριθμών

42 Ποια είναι η τυποποιημένη μορφή ενός μεγάλου αριθμού;

Απάντηση

Ένας μεγάλος αριθμός μπορεί να γραφεί στη μορφή $a \cdot 10^n$, δηλαδή ως γινόμενο ενός αριθμού a επί μια δύναμη του 10. Τη μορφή αυτή την ονομάζουμε τυποποιημένη. Ο αριθμός a είναι ένας δεκαδικός αριθμός με ακέραιο ψηφίο μεγαλύτερο ή ίσο του 1 και μικρότερο του 10

§3.5 Μονάδες μέτρησης

43 Ποιες είναι οι μονάδες μέτρησης μήκους;

Απάντηση

Βασική μονάδα μέτρησης:	μέτρο (m)		
Υποδιαιρέσεις του μέτρου:	δεκατόμετρο (dm)	-	1dm = 0,1m
	Εκατοστόμετρο (cm)	-	1cm = 0,01m
	Χιλιοστόμετρο (mm)	-	1mm = 0,001m
Πολλαπλάσια του μέτρου:	Χιλιόμετρο (km)	-	1km = 1000m

44 Ποιες είναι οι μονάδες μέτρησης εμβαδού;

Απάντηση

Βασική μονάδα μέτρησης:	τετραγωνικό μέτρο (m^2)		
Υποδιαιρέσεις του τετραγωνικού μέτρου:	τετραγωνικό δεκατόμετρο (dm^2)	-	$1dm^2 = 0,01m^2$
	Τετραγωνικό εκατοστόμετρο (cm^2)	-	$1cm^2 = 0,0001m^2$
	Τετραγωνικό χιλιοστόμετρο (mm^2)	-	$1mm^2 = 0,000001m^2$
Πολλαπλάσια του τετραγωνικού μέτρου:	Τετραγωνικό χιλιόμετρο (km^2)	-	$1km^2 = 1000000m^2$
	Στρέμμα	-	$1 \text{ στρέμμα} = 1000 km^2$

45 Ποιες είναι οι μονάδες μέτρησης όγκου;

Απάντηση

Βασική μονάδα μέτρησης: κυβικό μέτρο (m^3)

Υποδιαιρέσεις του κυβικού μέτρου: κυβικό δεκατόμετρο (dm^3) ή λίτρο (lt) - $1dm^3 = 0,001m^3$

κυβικό εκατοστόμετρο (cm^3) - $1cm^3 = 0,000001m^3$

Τετραγωνικό χιλιοστόμετρο (mm^3) - $1mm^3 = 0,000000001m^3$

$0,0000000001m^3$

46 Ποιες είναι οι μονάδες μέτρησης χρόνου;

Απάντηση

Η βασική μονάδα μέτρησης του χρόνου είναι το δευτερόλεπτο (sec ή s).

Πολλαπλάσια: το λεπτό (min) - $1min = 60 sec$

η ώρα (h) - $1h = 60 min = 3600 sec$

η ημέρα - $1 ημέρα = 24h = 1440 min = 86400 sec$

47 Ποιες είναι οι μονάδες μέτρησης μάζας;

Απάντηση

Η βασική μονάδα μέτρησης της μάζας είναι το κιλό (Kg).

Υποδιαιρέσεις: το γραμμάριο (gr) - $1gr = 0,001 Kg$

το χιλιοστόγραμμα (mg) - $1mg = 0,001 gr = 0,000001 Kg$

Πολλαπλάσιο: ο τόννος (t) - $1t = 1000 kg$

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4 - ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ ΚΑΙ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

§4.1 Η έννοια της εξίσωσης

48 Τι ονομάζουμε εξίσωση με έναν άγνωστο;

Απάντηση

Εξίσωση με έναν άγνωστο είναι μία ισότητα, που περιέχει αριθμούς και ένα γράμμα (άγνωστος).

49 Τι ονομάζουμε λύση ή ρίζα της εξίσωσης;

Απάντηση

Λύση ή ρίζα της εξίσωσης είναι ο αριθμός που, όταν αντικαταστήσει τον άγνωστο, επαληθεύει την ισότητα.

50 Τι ονομάζουμε επίλυση της εξίσωσης;

Απάντηση

Η διαδικασία, μέσω της οποίας, βρίσκουμε τη λύση της εξίσωσης, λέγεται **επίλυση της εξίσωσης**.

51 Πότε μια εξίσωση λέγεται ταυτότητα ή αόριστη;

Απάντηση

Μια εξίσωση λέγεται **ταυτότητα ή αόριστη**, όταν όλοι οι αριθμοί είναι λύσεις της.

52 Πότε μια εξίσωση λέγεται αδύνατη;

Απάντηση

Μια εξίσωση λέγεται **αδύνατη**, όταν κανένας αριθμός δεν την επαληθεύει.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5 - ΠΟΣΟΣΤΑ

§5.1 Ποσοστά

53 Τι ονομάζουμε ποσοστό;

Απάντηση

Το σύμβολο $a\%$ ονομάζεται ποσοστό επί τοις εκατό ή απλούστερα ποσοστό και είναι ίσο με το κλάσμα $\frac{a}{100}$.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6 - ΑΝΑΛΟΓΑ ΚΑΙ ΑΝΤΙΣΤΡΟΦΩΣ

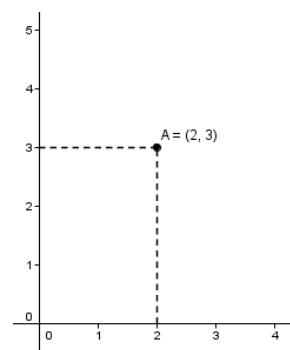
ΑΝΑΛΟΓΑ ΠΟΣΑ

§6.1 Παράσταση σημείων στο επίπεδο

54 Πώς μπορούμε να προσδιορίσουμε τη θέση ενός σημείου στο επίπεδο; Τι είναι ένα ορθογώνιο σύστημα αξόνων; Τι είναι η τετμημένη και η τεταγμένη ενός σημείου;

Απάντηση

Προκειμένου να προσδιορίσουμε τη θέση ενός σημείου στο επίπεδο, σχεδιάζουμε δύο κάθετες μεταξύ τους ημιευθείες Ox και Oy . Πάνω σε κάθε μια απ' αυτές ορίζουμε την ίδια μονάδα μέτρησης. Αυτές οι ημιευθείες αποτελούν ένα ορθογώνιο σύστημα ημιαξόνων. Ο ημιάξονας Ox λέγεται ημιάξονας των τετμημένων ή ημιάξονας των x . Ο ημιάξονας Oy λέγεται ημιάξονας των τεταγμένων ή ημιάξονας των y . Το σημείο O ονομάζεται αρχή των ημιαξόνων. Το 3 λέγεται τεταγμένη του σημείου A και το 2 τετμημένη του σημείου. Η τετμημένη και η τεταγμένη του σημείου, λέγονται συντεταγμένες του σημείου A .



§6.2 Λόγος δύο αριθμών - Αναλογία

55 Τι ονομάζεται λόγος δύο αριθμών;

Απάντηση

Λόγος δύο αριθμών ονομάζεται το πηλίκο των αριθμών αυτών.

56 Τι ονομάζεται αναλογία;

Απάντηση

Η ισότητα λόγων, λέγεται αναλογία.

57 Τι ονομάζεται κλίμακα;

Απάντηση

Ο λόγος της απόστασης δύο σημείων μιας εικόνας ενός αντικειμένου προς την απόσταση των δύο αντίστοιχων σημείων του ιδίου αντικειμένου, εφόσον οι απόστάσεις μετριοούνται με την ίδια μονάδα, ονομάζεται κλίμακα..

58 Πότε δυο σχήματα λέγονται όμοια;

Απάντηση

Δύο σχήματα λέγονται όμοια όταν το ένα αποτελεί σμίκρυνση ή μεγέθυνση του άλλου.

§6.3 Ανάλογα ποσά – Ιδιότητες αναλόγων ποσών

59 Πότε δυο ποσά λέγονται ανάλογα;

Απάντηση

Δύο ποσά λέγονται ανάλογα, εάν μεταβάλλονται με τέτοιο τρόπο, που όταν οι τιμές του ενός πολλαπλασιάζονται με έναν αριθμό, τότε και οι αντίστοιχες τιμές του άλλου να πολλαπλασιάζονται με τον ίδιο αριθμό.

Δηλ. δύο ποσά x και y είναι ανάλογα, όταν οι αντίστοιχες τιμές τους δίνουν πάντα ίδιο πηλίκο:

$$\frac{y}{x} = a$$

Το πηλίκο a λέγεται συντελεστής αναλογίας.

Επομένως τα ανάλογα ποσά x , y συνδέονται με τη σχέση $y=ax$.

§6.4 Γραφική παράσταση σχέσης αναλογίας

60 Ποια είναι η γραφική παράσταση δύο αναλόγων ποσών;

Απάντηση

Τα σημεία που αντιστοιχούν στα ζεύγη τιμών (x, y) δύο αναλόγων ποσών βρίσκονται πάνω σε μία ημιευθεία με αρχή την αρχή $O(0,0)$ των ημιαξόνων.

§6.6 Αντιστρόφως ανάλογα ποσά

61 Πότε δυο ποσά είναι αντιστρόφως ανάλογα;

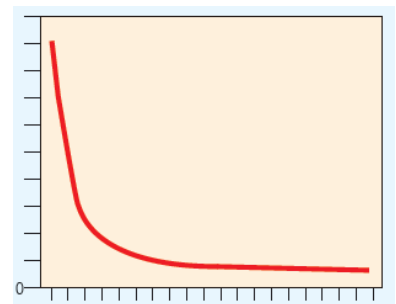
Απάντηση

Δύο ποσά είναι αντιστρόφως ανάλογα, στην περίπτωση, που η μεταβολή τους είναι τέτοια, ώστε: όταν το ένα ποσό πολλαπλασιάζεται επί έναν αριθμό, το άλλο διαιρείται με τον ίδιο αριθμό. Επομένως, όταν δύο ποσά x και y είναι αντιστρόφως ανάλογα, το γινόμενο των αντίστοιχων τιμών τους παραμένει σταθερό: $y \cdot x = \alpha, \alpha \neq 0$.

62 Ποια είναι η γραφική παράσταση δυο αντιστρόφως αναλόγων ποσών;

Απάντηση

Τα σημεία που παριστούν τα ζεύγη (x, y) βρίσκονται σε μία καμπύλη γραμμή. Η καμπύλη αυτή ονομάζεται υπερβολή. Η υπερβολή δεν τέμνει ποτέ τους ημιάξονες Ox και Oy , διότι οι συντεταγμένες των σημείων της δεν παίρνουν ποτέ την τιμή 0.



63 Δυο αντιστρόφως ανάλογα ποσά μπορούν να πάρουν τιμές ίσες με το μηδέν;

Απάντηση

Δυο αντιστρόφως ανάλογα ποσά **δεν** μπορούν ποτέ να πάρουν τιμές ίσες με το μηδέν

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7 - ΘΕΤΙΚΟΙ ΚΑΙ ΑΡΝΗΤΙΚΟΙ ΑΡΙΘΜΟΙ

§7.1 Ρητοί αριθμοί

64 Πώς ονομάζονται τα σύμβολα “+” και “-” και ποιος ο ρόλος τους;

Απάντηση

Τα σύμβολα «+» και «-» λέγονται πρόσημα. Γράφονται πριν από τους αριθμούς και τους χαρακτηρίζουν, αντίστοιχα, ως θετικούς ή αρνητικούς.

65 Το μηδέν είναι θετικός ή αρνητικός αριθμός;

Απάντηση

Το μηδέν (0) δεν είναι ούτε θετικός ούτε αρνητικός αριθμός.

66 Ποιοι αριθμοί λέγονται ομόσημοι και ποιοι ετερόσημοι;

Απάντηση

Ομόσημοι λέγονται οι αριθμοί που έχουν το ίδιο πρόσημο και ετερόσημοι οι αριθμοί που έχουν διαφορετικά πρόσημα.

67 Ποιοι αριθμοί λέγονται ακέραιοι;

Απάντηση

Όλοι οι φυσικοί αριθμοί μαζί με τους αντίστοιχους αρνητικούς αποτελούν τους ακέραιους αριθμούς. Δηλ. ..., -2, -1, 0, 1, 2, ...

68 Ποιοι αριθμοί λέγονται ρητοι;

Απάντηση

Ρητοί αριθμοί είναι όλοι οι γνωστοί μας έως τώρα αριθμοί: φυσικοί, κλάσματα και δεκαδικοί μαζί με τους αντίστοιχους αρνητικούς αριθμούς.

§7.2 Απόλυτη τιμή – Αντίθετοι αριθμοί – Σύγκριση ρητών

69 Τι ονομάζεται απόλυτη τιμή ενός ρητού αριθμού;

Απάντηση

Η απόλυτη τιμή ενός ρητού αριθμού a εκφράζει την απόσταση του σημείου με τετμημένη a από την αρχή O του άξονα και συμβολίζεται με $|a|$.

70 Ποιοι αριθμοί λέγονται αντίθετοι;

Απάντηση

Δυο ετερόσημοι αριθμοί με την ίδια απόλυτη τιμή λέγονται αντίθετοι.

71 Πώς συγκρίνουμε δυο ρητούς αριθμούς;

Απάντηση

Για να συγκρίνουμε δυο ρητούς αριθμούς, τους τοποθετούμε πάνω στον άξονα των αριθμών. Ο αριθμός που είναι τοποθετημένος δεξιότερα, είναι πάντοτε ο μεγαλύτερος..

§7.3 Πρόσθεση ρητών αριθμών

72 Πώς προσθέτουμε δυο ομόσημους αριθμούς;

Απάντηση

Για να προσθέσουμε δύο ομόσημους ρητούς αριθμούς, προσθέτουμε τις απόλυτες τιμές τους και στο άθροισμα βάζουμε το κοινό τους πρόσημο.

73 Πώς προσθέτουμε δυο ετερόσημους αριθμούς;

Απάντηση

Για να προσθέσουμε δύο ετερόσημους ρητούς αριθμούς, αφαιρούμε από τη μεγαλύτερη τη μικρότερη απόλυτη τιμή και στη διαφορά βάζουμε το πρόσημο του ρητού με τη μεγαλύτερη απόλυτη τιμή.

74 Ποιες είναι οι ιδιότητες της πρόσθεσης;

Απάντηση

- **Αντιμεταθετική ιδιότητα:** Μπορούμε να αλλάζουμε τη σειρά των δύο προσθετέων
$$\alpha + \beta = \beta + \alpha$$
 - **Προσεταιριστική ιδιότητα:**
$$(\alpha + \beta) + \gamma = \alpha + (\beta + \gamma)$$
 - **Ουδέτερο στοιχείο:** Το άθροισμα ενός ρητού με το μηδέν ισούται με τον ίδιο τον ρητό.
$$\alpha + 0 = 0 + \alpha = \alpha$$
 - **Συμμετρικό στοιχείο:** Το άθροισμα δύο αντίθετων αριθμών είναι μηδέν
$$\alpha + (-\alpha) = (-\alpha) + \alpha = 0$$
-

§7.4 Αφαίρεση ρητών αριθμών

75 Πώς αφαιρούμε δυο ομόσημους αριθμούς;

Απάντηση

Για να αφαιρέσουμε από τον αριθμό α τον αριθμό β , προσθέτουμε στον α τον αντίθετο του β .

Δηλ.: $\alpha - \beta = \alpha + (-\beta)$

Επομένως στους ρητούς αριθμούς η αφαίρεση μετατρέπεται σε πρόσθεση και είναι πάντα δυνατή

76 Πώς γίνεται η απαλοιφή παρενθέσεων;

Απάντηση

- Όταν μια παρένθεση έχει μπροστά της το $+$ (ή δεν έχει πρόσημο), μπορούμε να την απαλείψουμε μαζί με το $+$ (αν έχει) και να γράψουμε τους όρους που περιέχει με τα πρόσημά τους.
 - Όταν μια παρένθεση έχει μπροστά της το $-$, μπορούμε να την απαλείψουμε μαζί με το $-$ και να γράψουμε τους όρους που περιέχει με αντίθετα πρόσημα.
-

§7.5 Πολλαπλασιασμός ρητών αριθμών

77 Πώς πολλαπλασιάζουμε δυο ομόσημους αριθμούς;

Απάντηση

Για να πολλαπλασιάσουμε δύο ομόσημους ρητούς αριθμούς, πολλαπλασιάζουμε τις απόλυτες τιμές τους και στο γινόμενο βάζουμε το πρόσημο «+».

78 Πώς πολλαπλασιάζουμε δυο ετερόσημους αριθμούς;

Απάντηση

Για να πολλαπλασιάσουμε δύο ετερόσημους ρητούς αριθμούς, πολλαπλασιάζουμε τις απόλυτες τιμές τους και στο γινόμενο βάζουμε το πρόσημο «-».

79 Ποιες είναι οι ιδιότητες του πολλαπλασιασμού;

Απάντηση

- **Αντιμεταθετική ιδιότητα:** Μπορούμε να αλλάζουμε τη σειρά των δύο παραγόντων

$$\alpha \cdot \beta = \beta \cdot \alpha$$
- **Προσεταιριστική ιδιότητα:** $(\alpha \cdot \beta) \cdot \gamma = \alpha \cdot (\beta \cdot \gamma)$
- **Ουδέτερο στοιχείο:** Το γινόμενο ενός ρητού με τη μονάδα ισούται με τον ίδιο τον ρητό.

$$\alpha \cdot 1 = 1 \cdot \alpha = \alpha$$
- **Συμμετρικό στοιχείο:** Το γινόμενο δύο αντίστροφων αριθμών είναι ίσο με τη μονάδα

$$\alpha \cdot \frac{1}{\alpha} = \frac{1}{\alpha} \cdot \alpha = 1$$
- **Απορροφητικό στοιχείο:** Το γινόμενο ενός ρητού με το μηδέν, ισούται με μηδέν.

$$\alpha \cdot 0 = 0 \cdot \alpha = 0$$
- **Επιμεριστική ιδιότητα:** Ως προς την πρόσθεση: $\alpha \cdot (\beta + \gamma) = \alpha \cdot \beta + \alpha \cdot \gamma$
 Ως προς την αφαίρεση: $\alpha \cdot (\beta - \gamma) = \alpha \cdot \beta - \alpha \cdot \gamma$

80 Πώς πολλαπλασιάζουμε πολλούς παράγοντες;

Απάντηση

Για να υπολογίσουμε ένα γινόμενο πολλών παραγόντων (που κανένας δεν είναι μηδέν), πολλαπλασιάζουμε τις απόλυτες τιμές τους και στο γινόμενο βάζουμε:

- Το πρόσημο +, αν το πλήθος των αρνητικών παραγόντων είναι άρτιο (ζυγό).
- Το πρόσημο –, αν το πλήθος των αρνητικών παραγόντων είναι περιττό (μονό).

Αν τουλάχιστον ένας παράγοντας είναι μηδέν, τότε και το γινόμενο είναι ίσο με μηδέν.

Το σύμβολο του πολλαπλασιασμού (·) μεταξύ των γραμμάτων και των παρενθέσεων μπορεί να παραλείπεται.

§7.6 Διαίρεση ρητών αριθμών

81 Πώς διαιρούμε δυο ρητούς αριθμούς;

Απάντηση

Για να διαιρέσουμε δύο ρητούς αριθμούς, διαιρούμε τις απόλυτες τιμές τους και στο πηλίκο βάζουμε:

- το πρόσημο +, αν είναι ομόσημοι. Δηλαδή: $(+) : (+) = (+)$ και $(-) : (-) = (+)$
- το πρόσημο –, αν είναι ετερόσημοι. Δηλαδή: $(+) : (-) = (-)$ και $(-) : (+) = (-)$

82 Ορίζεται η διαίρεση με διαιρέτη το μηδέν;

Απάντηση

Διαίρεση με διαιρέτη το μηδέν **δεν ορίζεται**.

§7.8 Διαίρεση ρητών αριθμών με εκθέτη φυσικό αριθμό

83 Πώς ορίζεται μια δύναμη με βάση ρητό αριθμό και εκθέτη φυσικό;

Απάντηση

Το γινόμενο $\underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_v \text{ παράγοντες}$ (είτε ο a είναι θετικός είτε αρνητικός ρητός), συμβολίζεται με το a^v και

λέγεται δύναμη με βάση το a και εκθέτη το φυσικό $v > 1$. Δηλαδή: $\underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_v \text{ παράγοντες} = a^v$

- Για $v = 0$, γράφουμε $a^0 = 1$.
- Για $v = 1$, γράφουμε $a^1 = a$.
- Η δύναμη a^v διαβάζεται και νιοστή δύναμη του a .
- Η δύναμη a^2 λέγεται και τετράγωνο του a ή a στο τετράγωνο.
- Η δύναμη a^3 λέγεται κύβος του a ή a στον κύβο.

84 Τι πρόσημο έχει μια δύναμη με βάση ακέραιο αριθμό και εκθέτη φυσικό;

Απάντηση

- Δύναμη με βάση θετικό αριθμό είναι θετικός αριθμός, δηλ αν $a > 0$ τότε $a^v > 0$
- Δύναμη με βάση αρνητικό αριθμό και εκθέτη άρτιο είναι θετικός αριθμός, δηλ αν $a < 0$ και v άρτιος τότε $a^v > 0$
- Δύναμη με βάση αρνητικό αριθμό και εκθέτη περιττό είναι αρνητικός αριθμός, δηλ αν $a < 0$ και v περιττό τότε $a^v < 0$

85 Διατυπώστε τις ιδιότητες των δυνάμεων.

Απάντηση

- Για να πολλαπλασιάσουμε δυνάμεις με την ίδια βάση, αφήνουμε την ίδια βάση και βάζουμε εκθέτη το άθροισμα των εκθετών.

$$a^u \cdot a^v = a^{u+v}$$

- Για να διαιρέσουμε δυνάμεις με την ίδια βάση, αφήνουμε την ίδια βάση και βάζουμε εκθέτη τη διαφορά του εκθέτη του διαιρέτη από τον εκθέτη του διαιρετέου.

$$\frac{a^u}{a^v} = a^{u-v}$$

- Για να υψώσουμε ένα γινόμενο σε εκθέτη, υψώνουμε κάθε παράγοντα του γινομένου στον εκθέτη αυτό.

$$(a \cdot b)^v = a^v \cdot b^v$$

- Για να υψώσουμε ένα πηλίκο σε έναν εκθέτη, υψώνουμε καθένα από τους όρους του πηλίκου στον εκθέτη αυτό.

$$\left(\frac{\alpha}{\beta}\right)^v = \frac{\alpha^v}{\beta^v}$$

- Για να υψώσουμε μία δύναμη σε έναν εκθέτη, υψώνουμε τη βάση της δύναμης στο γινόμενο των εκθετών.

$$\left(\alpha^u\right)^v = \alpha^{u \cdot v}$$

§7.9 Δυνάμεις ρητών αριθμών με εκθέτη ακέραιο

86 Πώς ορίζεται μια δύναμη με βάση ρητό αριθμό και εκθέτη αρνητικό;

Απάντηση

Η δύναμη κάθε αριθμού, διάφορου του μηδενός, με εκθέτη αρνητικό είναι ίση με κλάσμα που έχει αριθμητή τη μονάδα και παρονομαστή τη δύναμη του αριθμού αυτού με αντίθετο εκθέτη.

$$\alpha^{-v} = \frac{1}{\alpha^v}$$

Επομένως θα ισχύει και η σχέση:

$$\left(\frac{\alpha}{\beta}\right)^{-v} = \left(\frac{\beta}{\alpha}\right)^v$$

Μέρος 2ο - Γεωμετρία

Ερωτήσεις θεωρίας

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1 - ΒΑΣΙΚΕΣ ΓΕΩΜΕΤΡΙΚΕΣ ΕΝΝΟΙΕΣ

§1.1 Σημείο – Ευθύγραμμο τμήμα – Ευθεία – Ημιευθεία – Επίπεδο

87 Πώς ορίζεται η ευθεία;

Απάντηση

Εάν προεκτείνουμε απεριόριστα ένα ευθύγραμμο τμήμα AB , τότε το νέο σχήμα, που δεν έχει ούτε αρχή ούτε τέλος, λέγεται ευθεία.

88 Από ένα σημείο πόσες ευθείες διέρχονται;

Απάντηση

Από ένα σημείο διέρχονται άπειρες ευθείες.

89 Από δύο σημεία πόσες ευθείες διέρχονται;

Απάντηση

Από δύο σημεία διέρχεται μία μόνο ευθεία.

90 Τι είναι η ημιευθεία;

Απάντηση

Εάν προεκτείνουμε απεριόριστα ένα ευθύγραμμο τμήμα πέρα από το ένα μόνο άκρο του, τότε το νέο σχήμα, που έχει αρχή αλλά δεν έχει τέλος, λέγεται ημιευθεία.

91 Ποιες ημιευθείες λέγονται αντικείμενες;

Απάντηση

Δυο ημιευθείες που έχουν κοινή αρχή και βρίσκονται στην ίδια ευθεία, λέγονται αντικείμενες ημιευθείες.

92 Τι είναι το επίπεδο;

Απάντηση

Επίπεδο είναι μια επιφάνεια, πάνω στην οποία εφαρμόζει παντού η ευθεία γραμμή. Ένα επίπεδο επεκτείνεται απεριόριστα. Από τρία μη συνευθειακά σημεία διέρχεται ένα μοναδικό επίπεδο, ενώ από ένα ή δύο σημεία διέρχονται άπειρα επίπεδα.

§1.2 Γωνία – Γραμμή – Επίπεδα, ευθύγραμμο και ίσα σχήματα

93 Τι ονομάζεται γωνία;

Απάντηση

Γωνία είναι η περιοχή του επιπέδου που σχηματίζουν δύο ημιευθείες με κοινή αρχή. Η κοινή αρχή των ημιευθειών λέγεται κορυφή της γωνίας και οι ημιευθείες λέγονται πλευρές της γωνίας.

94 Τι ονομάζεται τεθλασμένη γραμμή;

Απάντηση

Τεθλασμένη γραμμή είναι το σχήμα που αποτελείται από διαδοχικά ευθύγραμμο τμήματα, τα οποία δεν βρίσκονται όλα στην ίδια ευθεία.

95 Τι ονομάζεται ευθύγραμμο σχήμα;

Απάντηση

Ευθύγραμμο σχήμα ονομάζεται κάθε τεθλασμένη γραμμή, της οποίας τα άκρα συμπίπτουν.

96 Πότε μια τεθλασμένη γραμμή είναι κυρτή;

Απάντηση

Μια τεθλασμένη γραμμή ονομάζεται κυρτή, όταν η προέκταση κάθε πλευράς της αφήνει όλες τις άλλες πλευρές στο ίδιο ημιεπίπεδο. Διαφορετικά λέγεται μη κυρτή.

97 Πότε δυο σχήματα είναι ίσα;

Απάντηση

Δύο ευθύγραμμο σχήματα λέγονται ίσα, αν συμπίπτουν, όταν τοποθετηθούν το ένα επάνω στο άλλο με κατάλληλο τρόπο. Στα ίσα σχήματα, τα στοιχεία που συμπίπτουν, δηλαδή οι κορυφές, οι πλευρές και οι γωνίες, ονομάζονται αντίστοιχα στοιχεία των σχημάτων αυτών.

§1.3 Μέτρηση, σύγκριση τμημάτων – Απόσταση σημείων – Μέσο τμήματος

98 Τι ονομάζεται απόσταση δύο σημείων;

Απάντηση

Απόσταση δύο σημείων Α και Β λέγεται το μήκος του ευθύγραμμου τμήματος ΑΒ, που τα ενώνει.

99 Τι ονομάζεται μέσο ενός ευθύγραμμου τμήματος;

Απάντηση

Μέσο ενός ευθύγραμμου τμήματος ΑΒ ονομάζουμε το σημείο Μ του τμήματος, που απέχει εξίσου από τα άκρα του. Οποιοδήποτε ευθύγραμμο τμήμα έχει ένα μέσο που είναι και μοναδικό.

§1.4 Πρόσθεση κι αφαίρεση ευθύγραμμων τμημάτων

100 Τι ονομάζεται περίμετρος ενός σχήματος;

Απάντηση

Το άθροισμα των πλευρών ενός ευθύγραμμου σχήματος, θα το λέμε περίμετρο του σχήματος.

§1.5 Μέτρηση, σύγκριση και ισότητα γωνιών – Διχοτόμος γωνίας

101 Τι γνωρίζετε για τις προσκείμενες γωνίες στη βάση ισοσκελούς τριγώνου;

Απάντηση

Οι προσκείμενες γωνίες στη βάση ισοσκελούς τριγώνου είναι ίσες.

102 Τι ονομάζεται διχοτόμος μιας γωνίας;

Απάντηση

Διχοτόμος γωνίας ονομάζεται η ημιευθεία που έχει αρχή την κορυφή της γωνίας και τη χωρίζει σε δυο ίσες γωνίες

§1.6 Είδη γωνιών – Κάθετες ευθείες

103 Ποια γωνία λέγεται ορθή;

Απάντηση

Ορθή γωνία λέγεται η γωνία της οποίας το μέτρο είναι ίσο με 90° . Οι πλευρές της ορθής γωνίας είναι κάθετες ημιευθείες.

104 Ποια γωνία λέγεται οξεία;

Απάντηση

Οξεία γωνία λέγεται κάθε γωνία με μέτρο μικρότερο των 90° .

105 Ποια γωνία λέγεται αμβλεία;

Απάντηση

Αμβλεία γωνία λέγεται κάθε γωνία με μέτρο μεγαλύτερο των 90° και μικρότερο των 180° .

106 Ποια γωνία λέγεται ευθεία;

Απάντηση

Ευθεία γωνία λέγεται η γωνία της οποίας το μέτρο είναι ίσο με 180° . Οι πλευρές της ευθείας γωνίας είναι αντικείμενες ημιευθείες.

107 Ποια γωνία λέγεται μη κυρτή;

Απάντηση

Μη κυρτή γωνία λέγεται κάθε γωνία με μέτρο μεγαλύτερο των 180° και μικρότερο των 360° .

109 Ποια γωνία λέγεται μηδενική;

Απάντηση

Μηδενική γωνία λέγεται η γωνία της οποίας το μέτρο είναι ίσο με 0° .

110 Ποια γωνία λέγεται πλήρης;

Απάντηση

Πλήρης γωνία λέγεται η γωνία της οποίας το μέτρο είναι ίσο με 360° .

111 Πότε δυο ευθείες είναι κάθετες;

Απάντηση

Δύο ευθείες είναι κάθετες όταν οι γωνίες, που σχηματίζουν αυτές τεμνόμενες, είναι ορθές. Για να δηλώσουμε ότι δύο ευθείες ε_1 και ε_2 είναι κάθετες, χρησιμοποιούμε το σύμβολο " $\perp$ ", γράφουμε $\varepsilon_1 \perp \varepsilon_2$ και διαβάζουμε: "η ε_1 είναι κάθετη στην ε_2 ".

112 Πότε δυο ευθύγραμμα τμήματα (ή δυο ημιευθείες) είναι κάθετα;

Απάντηση

Δύο ευθύγραμμα τμήματα (ή δύο ημιευθείες) που βρίσκονται πάνω σε δύο κάθετες ευθείες, λέγονται κάθετα ευθύγραμμα τμήματα (ή κάθετες ημιευθείες).

§1.7 Εφεξής και διαδοχικές γωνίες – Άθροισμα γωνιών

113 Ποιες γωνίες λέγονται εφεξής;

Απάντηση

Εφεξής γωνίες ονομάζονται δύο γωνίες που έχουν την ίδια κορυφή, μία κοινή πλευρά και δεν έχουν κανένα άλλο κοινό σημείο.

114 Ποιες γωνίες λέγονται διαδοχικές;

Απάντηση

Τρεις ή περισσότερες γωνίες λέγονται διαδοχικές, όταν ανα δύο είναι εφεξής.

§1.8 Παραπληρωματικές, συμπληρωματικές, κατακορυφήν γωνίες

115 Ποιες γωνίες λέγονται παραπληρωματικές;

Απάντηση

Παραπληρωματικές γωνίες ονομάζονται δύο γωνίες που έχουν άθροισμα 180° . Η κάθε μία από αυτές λέγεται παραπληρωματική της άλλης.

116 Ποιες γωνίες λέγονται συμπληρωματικές;

Απάντηση

Συμπληρωματικές γωνίες ονομάζονται δύο γωνίες που έχουν άθροισμα 90° . Η κάθε μία από αυτές λέγεται συμπληρωματική της άλλης.

117 Ποιες γωνίες λέγονται κατακορυφήν; Τι σχέση έχουν μεταξύ τους;

Απάντηση

Κατακορυφήν γωνίες ονομάζονται δύο γωνίες που έχουν την κορυφή τους κοινή και τις πλευρές τους αντικείμενες ημιευθείες. Οι κατακορυφήν γωνίες είναι μεταξύ τους ίσες.

§1.9 Θέσεις ευθειών στο επίπεδο

118 Ποιες ευθείες λέγονται παράλληλες;

Απάντηση

Δύο ευθείες του ιδίου επιπέδου λέγονται **παράλληλες**, αν δεν έχουν κοινό σημείο όσο κι αν προεκταθούν. Για να δηλώσουμε ότι δύο ευθείες e_1 και e_2 είναι παράλληλες, χρησιμοποιούμε το σύμβολο $//$ και γράφουμε $e_1//e_2$.

119 Ποιες ευθείες λέγονται τεμνόμενες;

Απάντηση

Δύο ευθείες του ιδίου επιπέδου που έχουν ένα κοινό σημείο ονομάζονται **τεμνόμενες** και το κοινό τους σημείο λέγεται **σημείο τομής** των δύο ευθειών.

120 Ποιες είναι οι σχετικές θέσεις δύο ευθειών στο επίπεδο;

Απάντηση

Δύο ευθείες που βρίσκονται στο ίδιο επίπεδο ή θα είναι παράλληλες ή θα τέμνονται..

121 Από ένα σημείο εκτός ευθείας e , πόσες παράλληλες μπορούμε να φέρουμε προς την ευθεία e ;

Απάντηση

Από ένα σημείο A , εκτός ευθείας e , διέρχεται μία και μοναδική ευθεία e_1 παράλληλη στην e .

§1.10 Απόσταση σημείου από ευθεία

122 Τι ονομάζεται απόσταση σημείου από ευθεία;

Απάντηση

Απόσταση του σημείου Α από την ευθεία ε ονομάζεται το μήκος του κάθετου ευθυγράμμου τμήματος από το σημείο Α προς την ευθεία ε.

123 Τι ονομάζεται απόσταση δύο παραλλήλων ευθειών;

Απάντηση

Απόσταση δύο παραλλήλων ευθειών λέγεται το μήκος οποιουδήποτε ευθυγράμμου τμήματος που είναι κάθετο στις δύο παράλληλες ευθείες και έχει τα άκρα του σ' αυτές

§1.11 Κύκλος και στοιχεία του κύκλου

124 Τι είναι ο κύκλος;

Απάντηση

Κύκλος είναι το σύνολο όλων των σημείων του επιπέδου που απέχουν την ίδια απόσταση από ένα σταθερό σημείο Ο. Η απόσταση αυτή συμβολίζεται με ρ και λέγεται ακτίνα του κύκλου. Το σημείο Ο λέγεται κέντρο του κύκλου.

Ένας κύκλος με κέντρο Ο και ακτίνα ρ , συμβολίζεται $(Ο, \rho)$.

125 Πότε δυο κύκλοι είναι ίσοι;

Απάντηση

Δύο κύκλοι με ίσες ακτίνες, είναι ίσοι.

126 Τι ονομάζεται χορδή του κύκλου;

Απάντηση

Το ευθύγραμμο τμήμα ΑΒ, που συνδέει δύο σημεία Α και Β του κύκλου, λέγεται χορδή του κύκλου.

127 Τι ονομάζεται διάμετρος του κύκλου;

Απάντηση

Η χορδή που διέρχεται από το κέντρο του κύκλου, λέγεται διάμετρος.

Η διάμετρος είναι η μεγαλύτερη χορδή του κύκλου, είναι διπλάσια από την ακτίνα και χωρίζει τον κύκλο σε δύο ίσα μέρη (ημικύκλια).

128 Τι ονομάζεται τόξο του κύκλου;

Απάντηση

Δύο σημεία του κύκλου, τον χωρίζουν σε δύο μέρη που το καθένα λέγεται τόξο του κύκλου.

129 Τι ονομάζεται κυκλικός δίσκος;

Απάντηση

Κυκλικός δίσκος (O, ρ) είναι ο κύκλος (O, ρ) μαζί με το μέρος του επιπέδου που περικλείει.

Όλα τα σημεία του κυκλικού δίσκου απέχουν από το κέντρο O απόσταση μικρότερη ή ίση με την ακτίνα ρ .

§1.12 Επίκεντρη γωνία – Μέτρηση τόξου

130 Ποια γωνία λέγεται επίκεντρη;

Απάντηση

Επίκεντρη ονομάζεται η γωνία που η κορυφή της είναι στο κέντρο του κύκλου.

131 Πώς ορίζεται το μέτρο ενός τόξου;

Απάντηση

Ως μέτρο ενός τόξου ορίζεται το μέτρο της αντίστοιχης επίκεντρης γωνίας, δηλαδή το μέτρο ενός τόξου το μετράμε σε μοίρες.

§1.13 Θέσεις ευθείας και κύκλου

132 Ποιες είναι οι σχετικές θέσεις ευθείας και κύκλου;

Απάντηση

- Όταν ευθεία και κύκλος δεν έχουν κανένα κοινό σημείο λέμε ότι η ευθεία είναι εξωτερική του κύκλου

- Όταν ευθεία και κύκλος έχουν ένα μόνο κοινό σημείο M , η ευθεία λέγεται εφαπτόμενη του κύκλου στο σημείο M .
 - Όταν ευθεία και κύκλος έχουν δύο κοινά σημεία A και B , η ευθεία λέγεται τέμνουσα του κύκλου ή λέμε ότι η ευθεία τέμνει τον κύκλο στα A και B .
-

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2 - ΣΥΜΜΕΤΡΙΑ

§2.1 Συμμετρία ως προς άξονα

133 Τι είναι το συμμετρικό ενός σημείου ως προς ευθεία;

Απάντηση

Συμμετρικό σημείου B ως προς ευθεία ϵ , είναι το σημείο Γ με το οποίο συμπίπτει το B , αν διπλώσουμε το φύλλο κατά μήκος της ευθείας ϵ .

134 Τι σχέση έχουν μεταξύ τους δυο συμμετρικά ως προς ευθεία σχήματα;

Απάντηση

Τα συμμετρικά ως προς ευθεία σχήματα είναι ίσα.

§2.2 Άξονας συμμετρίας

135 Τι είναι ο άξονας συμμετρίας ενός σχήματος;

Απάντηση

Άξονας συμμετρίας σχήματος ονομάζεται η ευθεία που χωρίζει το σχήμα σε δύο μέρη, τα οποία συμπίπτουν όταν διπλωθεί το σχήμα κατά μήκος της ευθείας.
Στην περίπτωση αυτή λέμε ότι το σχήμα έχει άξονα συμμετρίας την ευθεία αυτή.

§2.3 Μεσοκάθετος ευθύγραμμου τμήματος

136 Τι είναι ο η μεσοκάθετος ενός ευθυγράμμου τμήματος;

Απάντηση

Μεσοκάθετος ευθυγράμμου τμήματος λέγεται η ευθεία που είναι κάθετη προς αυτό και διέρχεται από το μέσον του.

137 Τι ιδιότητες έχει η μεσοκάθετος ενός ευθυγράμμου τμήματος;

Απάντηση

- Κάθε σημείο της μεσοκαθέτου ενός ευθυγράμμου τμήματος έχει ίσες αποστάσεις (ισαπέχει) από τα άκρα του.
 - Κάθε σημείο που ισαπέχει από τα άκρα ενός ευθυγράμμου τμήματος βρίσκεται πάνω στη μεσοκάθετό του.
 - Η μεσοκάθετος ενός ευθυγράμμου τμήματος είναι άξονας συμμετρίας του.
-

§2.4 Συμμετρία ως προς σημείο

138 Πότε δυο σημεία είναι συμμετρικά ως προς σημείο O ;

Απάντηση

Δύο σημεία M και M' είναι συμμετρικά ως προς σημείο O , όταν το O είναι μέσο του τμήματος MM' .

139 Τι σχέση έχουν μεταξύ τους δυο συμμετρικά σχήματα ως προς σημείο;

Απάντηση

Τα συμμετρικά ως προς σημείο σχήματα είναι ίσα.

§2.5 Κέντρο συμμετρίας

140 Τι ονομάζεται κέντρο συμμετρίας ενός σχήματος;

Απάντηση

Κέντρο συμμετρίας σχήματος ονομάζεται ένα σημείο του O , γύρω από το οποίο αν περιστραφεί το σχήμα κατά 180° , συμπίπτει με το αρχικό. Στην περίπτωση που υπάρχει τέτοιο σημείο, λέμε ότι το σχήμα έχει κέντρο συμμετρίας το σημείο O .
Όταν ένα σχήμα έχει κέντρο συμμετρίας, το συμμετρικό του ως προς το κέντρο αυτό είναι το ίδιο το σχήμα.

§2.6 Παράλληλες ευθείες που τέμνονται από μια άλλη ευθεία

141 Τι σχέση έχουν οι εντός εναλλάξ γωνίες που σχηματίζονται μεταξύ δύο παραλλήλων ευθειών που τέμνονται από μία τρίτη ευθεία;

Απάντηση

Οι εντός εναλλάξ γωνίες που σχηματίζονται μεταξύ δύο παραλλήλων ευθειών που τέμνονται από μία τρίτη ευθεία, είναι μεταξύ τους ίσες.

142 Τι σχέση έχουν οι εντός εκτός κι επί τα αυτά γωνίες που σχηματίζονται μεταξύ δύο παραλλήλων ευθειών που τέμνονται από μία τρίτη ευθεία;

Απάντηση

Οι εντός εκτός κι επί τα αυτά γωνίες που σχηματίζονται μεταξύ δύο παραλλήλων ευθειών που τέμνονται από μία τρίτη ευθεία, είναι μεταξύ τους ίσες.

143 Τι σχέση έχουν οι εντός κι επί τα αυτά γωνίες που σχηματίζονται μεταξύ δύο παραλλήλων ευθειών που τέμνονται από μία τρίτη ευθεία;

Απάντηση

Οι εντός κι επί τα αυτά γωνίες που σχηματίζονται μεταξύ δύο παραλλήλων ευθειών που τέμνονται από μία τρίτη ευθεία, είναι παραπληρωματικές.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3 - ΤΡΙΓΩΝΑ, ΠΑΡΑΛΛΗΛΟΓΡΑΜΜΑ, ΤΡΑΠΕΖΙΑ

§3.1 Στοιχεία τριγώνου – Είδη

144 Ποια είναι τα είδη των τριγώνων ως προς τις πλευρές τους;

Απάντηση

- **Ισόπλευρο** είναι το τρίγωνο που έχει όλες τις πλευρές του ίσες.
 - **Ισοσκελές** είναι το τρίγωνο δύο πλευρές του ίσες.
 - **Σκαληνό** είναι το τρίγωνο που έχει όλες τις πλευρές του άνισες.
-

145 Ποια είναι τα είδη των τριγώνων ως προς τις γωνίες τους;

Απάντηση

- **Ορθογώνιο** είναι το τρίγωνο που μια ορθή γωνία.
 - **Αμβλυγώνιο** είναι το τρίγωνο που έχει μια αμβλεία γωνία.
 - **Οξυγώνιο** είναι το τρίγωνο που έχει όλες τις γωνίες του ορθές.
-

146 Τι είναι η διάμεσος ενός τριγώνου;

Απάντηση

Το ευθύγραμμο τμήμα που ενώνει την κορυφή ενός τριγώνου με το μέσο της απέναντι πλευράς, λέγεται διάμεσος.

147 Τι είναι η διχοτόμος ενός τριγώνου;

Απάντηση

Το ευθύγραμμο τμήμα της διχοτόμου μιας γωνίας ενός τριγώνου που φέρνουμε από μια κορυφή και καταλήγει στην απέναντι πλευρά, λέγεται διχοτόμος του τριγώνου.

148 Τι είναι το ύψος ενός τριγώνου;

Απάντηση

Το ευθύγραμμο τμήμα που φέρνουμε από μία κορυφή ενός τριγώνου κάθετο στην ευθεία της απέναντι πλευράς, λέγεται ύψος του τριγώνου.

§3.2 Στοιχεία τριγώνου – Είδη

149 Ποιο είναι το άθροισμα των γωνιών ενός τριγώνου;

Απάντηση

Το άθροισμα των γωνιών ενός τριγώνου είναι 180^0 .

150 Ποιες είναι οι ιδιότητες ενός ισοσκελούς τριγώνου;

Απάντηση

- Η ευθεία της διαμέσου, που αντιστοιχεί στη βάση είναι άξονας συμμετρίας του ισοσκελούς τριγώνου.
 - Η διάμεσος, που αντιστοιχεί στη βάση είναι ύψος και διχοτόμος.
 - Οι προσκείμενες γωνίες στη βάση του ισοσκελούς είναι ίσες.
-

151 Ποιες είναι οι ιδιότητες ενός ισόπλευρου τριγώνου;

Απάντηση

- Οι ευθείες των διαμέσων είναι άξονες συμμετρίας του ισοπλεύρου τριγώνου.
 - Κάθε διάμεσος είναι ύψος και διχοτόμος.
 - Όλες οι πλευρές και όλες οι γωνίες του ισοπλεύρου τριγώνου είναι ίσες.
-

§3.3 Παραλληλόγραμμο, ορθογώνιο, ρόμβος, τετράγωνο, τραπέζιο

152 Ποιο τετράπλευρο λέγεται παραλληλόγραμμο;

Απάντηση

Παραλληλόγραμμο λέγεται το τετράπλευρο ΑΒΓΔ που έχει τις απέναντι πλευρές του παράλληλες, δηλαδή ΑΒ//ΓΔ και ΑΔ//ΒΓ

153 Ποια είναι η βάση και ποιο το ύψος του παραλληλογράμμου;

Απάντηση

Κάθε πλευρά του παραλληλογράμμου μπορεί να ονομαστεί βάση του παραλληλογράμμου. Η απόσταση της βάσης από την απέναντι πλευρά λέγεται ύψος του παραλληλογράμμου.

154 Ποιο τετράπλευρο λέγεται ορθογώνιο παραλληλόγραμμο;

Απάντηση

Ένα παραλληλόγραμμο που έχει όλες τις γωνίες του ορθές λέγεται ορθογώνιο παραλληλόγραμμο ή απλά ορθογώνιο.

155 Ποιο τετράπλευρο λέγεται ρόμβος;

Απάντηση

Ένα παραλληλόγραμμο που έχει όλες τις πλευρές του ίσες, λέγεται ρόμβος.

156 Ποιο τετράπλευρο λέγεται τετράγωνο;

Απάντηση

Ένα παραλληλόγραμμο που έχει όλες τις γωνίες του ορθές και όλες τις πλευρές του ίσες λέγεται τετράγωνο.

157 Ποιο τετράπλευρο λέγεται τραπέζιο;

Απάντηση

Ένα τετράπλευρο του οποίου μόνο δύο πλευρές είναι παράλληλες λέγεται τραπέζιο

158 Ποιες είναι οι βάσεις και ποιο το ύψος ενός τραpezίου;

Απάντηση

Οι παράλληλες πλευρές του τραpezίου λέγονται βάσεις, ενώ η απόσταση των βάσεων λέγεται ύψος.

159 Πότε ένα τραπέζιο λέγεται ισοσκελές

Απάντηση

Ένα τραπέζιο που έχει τις μη παράλληλες πλευρές του ίσες, λέγεται ισοσκελές τραπέζιο.

§3.4 Ιδιότητες παρ/μου, ορθογωνίου, ρόμβου, τετραγώνου, τραπεζίου

160 Να διατυπώσετε τις ιδιότητες του παραλληλογράμμου.

Απάντηση

- Σε κάθε παραλληλόγραμμο το σημείο τομής των διαγωνίων του είναι κέντρο συμμετρίας του.
 - Οι διαγωνίες του διχοτομούνται (κάθε μία περνάει από το μέσον της άλλης).
 - Οι απέναντι πλευρές είναι ίσες.
 - Οι απέναντι γωνίες είναι ίσες.
-

161 Να διατυπώσετε τις ιδιότητες του ορθογωνίου.

Απάντηση

- Οι μεσοκάθετοι των πλευρών του είναι άξονες συμμετρίας.
 - Οι διαγωνίες του είναι ίσες και διχοτομούνται.
- Το ορθογώνιο έχει και όλες τις ιδιότητες του παραλληλογράμμου
-

162 Να διατυπώσετε τις ιδιότητες του ρόμβου.

Απάντηση

- Οι ευθείες των διαγωνίων είναι άξονες συμμετρίας.
 - Οι διαγωνίες του είναι κάθετες και διχοτομούνται.
 - Οι διαγωνίες του είναι και διχοτόμοι των γωνιών του.
- Ο ρόμβος έχει και όλες τις ιδιότητες του παραλληλογράμμου
-

163 Να διατυπώσετε τις ιδιότητες του τετραγώνου.

Απάντηση

- Οι ευθείες των διαγωνίων του και οι μεσοκάθετοι των πλευρών του είναι άξονες συμμετρίας.
 - Οι διαγωνίες του είναι ίσες, κάθετες και διχοτομούνται.
 - Οι διαγωνίες του είναι και διχοτόμοι των γωνιών του.
- Το τετράγωνο έχει και όλες τις ιδιότητες του παραλληλογράμμου
-

164 Να διατυπώσετε τις ιδιότητες του ισοσκελούς τραπεζίου.

Απάντηση

- Η ευθεία που διέρχεται από τα μέσα των βάσεων είναι άξονας συμμετρίας και μεσοκάθετος στις βάσεις του.
 - Οι προσκείμενες σε κάθε βάση γωνίες του είναι ίσες.
-