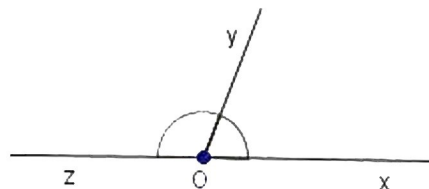
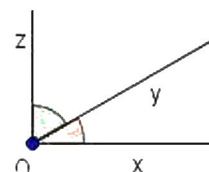


Παραπληρωματικές και Συμπληρωματικές γωνίες – Κατακορυφήν γωνίες

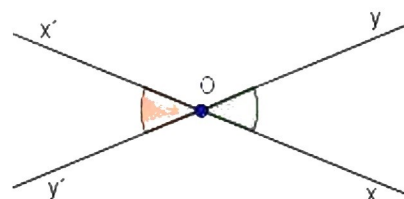
Παραπληρωματικές γωνίες ονομάζονται δύο γωνίες που έχουν άθροισμα 180° . Κάθε μία από τις γωνίες ονομάζεται παραπληρωματική της άλλης.



Συμπληρωματικές γωνίες ονομάζονται δύο γωνίες που έχουν άθροισμα 90° . Κάθε μία από αυτές τις γωνίες λέγεται συμπληρωματική της άλλης.



Κατακορυφήν γωνίες ονομάζονται δύο γωνίες που έχουν κοινή κορυφή και οι πλευρές τους είναι αντικείμενες ημιευθείες.



ΑΣΚΗΣΕΙΣ

1. Τοποθέτησε ένα «x» στη θέση που αντιστοιχεί στη σωστή απάντηση.
Αν δύο γωνίες έχουν την κορυφή τους κοινή και τις πλευρές τους αντικείμενες ημιευθείες, τότε λέγονται:

Εφεξής γωνίες

☐

Διαδοχικές γωνίες

☐

Παραπληρωματικές γωνίες

☐

Συμπληρωματικές γωνίες

☐

Κατακορυφήν γωνίες

☐

Λύση

Κατακορυφήν γωνίες

2. Να σχεδιάσεις μία γωνία 125° και μετά να βρεις και να σχηματίσεις την παραπληρωματική της.

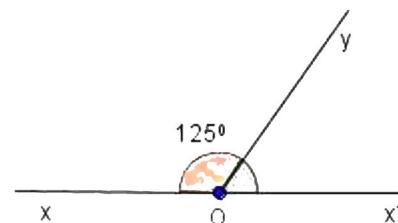
Λύση

Σχεδιάζουμε με το μοιρογνώμονιο τη γωνία $xOy = 125^\circ$.

Η παραπληρωματική της είναι $180^\circ - 125^\circ = 55^\circ$.

Για να τη σχηματίσουμε φέρνουμε την Ox'

αντικείμενη ημιευθεία Ox και είναι $yOx' = 55^\circ$..



3. Να βρεις τι είδους γωνία είναι η παραπληρωματική:
 α) μίας αμβλείας β) μίας ορθής γ) μίας οξείας γωνίας.

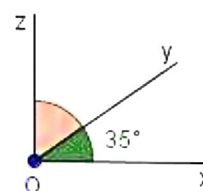
Λύση

- α) Μία αμβλεία γωνία είναι μεταξύ 90° και 180° , οπότε η παραπληρωματική της είναι μικρότερη από 90° , δηλαδή είναι οξεία.
 β) Μία ορθή γωνία ω είναι 90° , οπότε η παραπληρωματική της θα είναι και αυτή ορθή.
 γ) Μία οξεία γωνία είναι μικρότερη από 90° , οπότε η παραπληρωματική της είναι μεγαλύτερη από 90° , δηλαδή είναι αμβλεία.

4. Να σχεδιάσεις μία γωνία 35° και μετά να βρεις και να σχηματίσεις τη συμπληρωματική της.

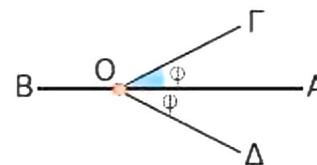
Λύση

Η γωνία $\chi O \gamma$ στο διπλανό σχήμα είναι 35° . Για να σχηματίσουμε τη συμπληρωματική της φέρουμε την Oz κάθετη στην Ox στο O . Η συμπληρωματική της $\chi O \gamma$ είναι η γωνία $\gamma O z$ και είναι ίση με $90^\circ - 35^\circ = 55^\circ$.



5. Στο διπλανό σχήμα είναι $\Gamma O A = \Delta O A = \varphi$. Να συγκρίνεις τις γωνίες $\Gamma O B$, $\Delta O B$ και να δικαιολογήσεις το αποτέλεσμα της σύγκρισης.

Λύση



Η γωνία $\Gamma O B$ είναι παραπληρωματική της $\Gamma O A$, οπότε $\Gamma O B = 180^\circ - \varphi$.

Η γωνία $\Delta O B$ είναι και αυτή παραπληρωματική της $\Gamma O A$, οπότε $\Delta O B = 180^\circ - \varphi$.

Επειδή και οι δύο γωνίες $\Gamma O A$ και $\Delta O B$ είναι παραπληρωματικές της $\Gamma O A$, είναι μεταξύ τους ίσες.

6. Οι γωνίες α και β είναι παραπληρωματικές. Η α είναι γνωστή και το μέτρο της δίνεται στον παρακάτω πίνακα.

α) Να σχεδιάσεις την α ,

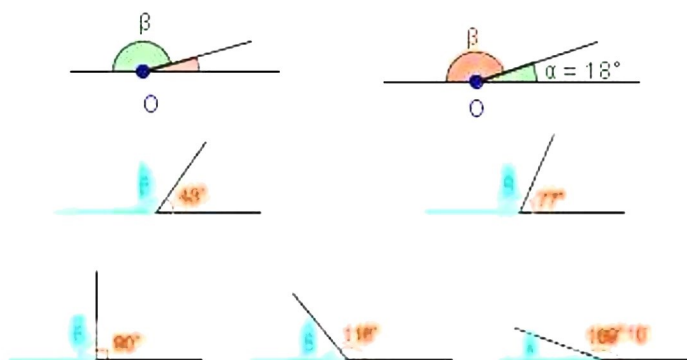
β) να σχεδιάσεις και να μετρήσεις τη β με το μοιρογνώνιο,

γ) να υπολογίσεις την β .

Μετά να αντιγράψεις στο τετράδιο σου τον πίνακα και να τον συμπληρώσεις.

α	15°	18°	43°	77°	90°	116°	$169^\circ 10'$
β από μέτρηση							
β από υπολογισμό							

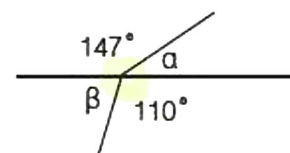
Λύση



α	15°	18°	43°	77°	90°	116°	$169^\circ 10'$
β από μέτρηση	165°	160°	135°	100°	90°	65°	10°
β από υπολογισμό	165°	162°	137°	103°	90°	64°	$10^\circ 50'$

7. Υπολόγισε τις γωνίες α και β του σχήματος.

Λύση



Η γωνία α είναι παραπληρωματική της γωνίας των 147° , οπότε
 $\alpha = 180^\circ - 147^\circ = 33^\circ$.

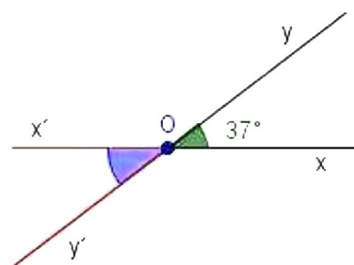
Η γωνία β είναι παραπληρωματική της γωνίας των 110° , οπότε
 $\beta = 180^\circ - 110^\circ = 70^\circ$.

8. Σχεδίασε μια γωνία 37° και μετά σχεδίασε την κατακορυφήν της.

Λύση

Αρχικά σχεδιάζουμε τη γωνία $\angle xOy = 37^\circ$.

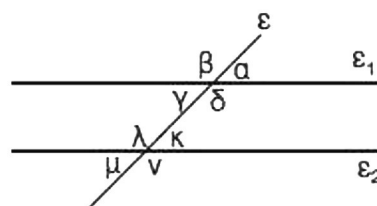
Στη συνέχεια σχεδιάζουμε τις αντικείμενες ημιευθείες Ox' και Oy' των Ox και Oy αντίστοιχα. Η γωνία $\angle x'Oy'$ είναι η κατακορυφήν της $\angle xOy$.



9. Να βρείς όλα τα ζεύγη των κατακορυφών γωνιών του διπλανού σχήματος.

Λύση

Κατακορυφών γωνίες είναι τα ζεύγη:
 α και $\hat{\gamma}$, β και $\hat{\delta}$, λ και ν , κ και μ .



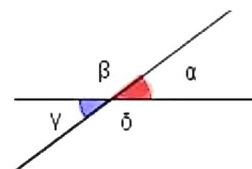
10. Αν γνωρίζεις ότι μία γωνία από τις τέσσερις, που σχηματίζουν δύο τεμνόμενες ευθείες είναι 57° , υπολόγισε τις υπόλοιπες.

Λύση

Εστω ότι η γωνία α είναι 57° . Τότε η γωνία β είναι παραπληρωματική της α , οπότε $\beta = 180^\circ - 57^\circ = 123^\circ$.

Η γωνία γ είναι κατακορυφήν της α , οπότε είναι και αυτή 57° .

Τέλος η $\hat{\delta}$ είναι κατακορυφήν της β , οπότε $\hat{\delta} = 123^\circ$.



- 11. Να υπολογίσεις τις γωνίες του διπλανού σχήματος (χωρίς μοιρογνώνιο).**

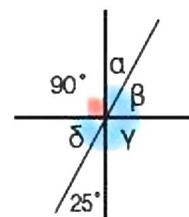
Λύση

Η γωνία $\hat{\delta}$ είναι συμπληρωματική της γωνίας των 25° , οπότε $\hat{\delta} = 90^\circ - 25^\circ = 65^\circ$.

Η γωνία α είναι κατακορυφήν της γωνίας των 25° , άρα $\alpha = 25^\circ$.

Η β είναι κατακορυφήν της $\hat{\delta}$, άρα $\beta = \hat{\delta} = 65^\circ$.

Τέλος η $\hat{\gamma}$ είναι κατακορυφήν της ορθής, οπότε είναι και αυτή ορθή.



- 12. Να υπολογίσεις δύο γωνίες που είναι συμπληρωματικές και η μία από αυτές είναι διπλάσια της άλλης.**

Λύση

Εστω ω η μία γωνία, τότε η άλλη θα είναι 2ω . Αφού οι δύο γωνίες είναι συμπληρωματικές έχουν άθροισμα 90° . Δηλαδή $\omega + 2\omega = 90^\circ$, δηλαδή $3\omega = 90^\circ$, άρα $\omega = 90^\circ : 3 = 30^\circ$.

Οπότε η μία γωνία είναι 30° και η άλλη είναι $90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$.

- 13. Να υπολογίσεις δύο γωνίες αν είναι παραπληρωματικές και η μία είναι τριπλάσια της άλλης.**

Λύση

Εστω ω μία γωνία τότε η άλλη θα είναι 3ω .

Επειδή οι δύο γωνίες είναι παραπληρωματικές έχουν άθροισμα 180° , δηλαδή

$$\omega + 3\omega = 180^\circ \text{ ή } 4\omega = 180^\circ \text{ άρα } \omega = 180^\circ : 4 = 45^\circ$$

Άρα η άλλη γωνία είναι $180^\circ - 45^\circ = 135^\circ$.

- 14. Αν μία γωνία είναι μεγαλύτερη κατά 36° από την παραπληρωματικότης, πόσες μοίρες είναι κάθε μία τους;**

Λύση

Εστω ω η μία γωνία τότε η άλλη θα είναι $\omega + 36^\circ$. Επειδή οι δύο γωνίες είναι παραπληρωματικές, έχουμε:

$$\omega + \omega + 36^\circ = 180^\circ \text{ ή } 2\omega + 36^\circ = 180^\circ \text{ άρα } 2\omega = 180^\circ - 36^\circ = 144^\circ, \text{ οπότε } \omega = 144^\circ : 2 = 72^\circ$$

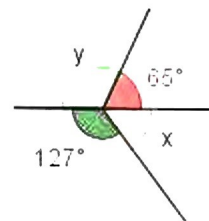
Άρα η μία γωνία είναι 72° και η άλλη $72^\circ + 36^\circ = 108^\circ$.

ΕΞΑΣΚΗΣΗ

15. Να βρείτε τη συμπληρωματική των γωνιών: **α)** 22° **β)** 88°

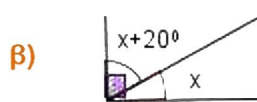
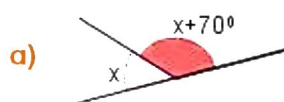
16. Να βρείτε τη παραπληρωματική των γωνιών: **α)** 25° **β)** 114°

17. Να υπολογίσετε τις γωνίες x , y του διπλανού σχήματος

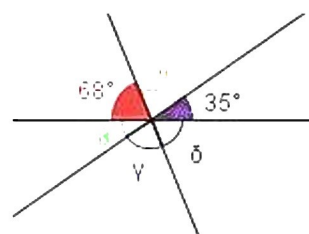


18. Ποιας γωνίας η παραπληρωματική της ισούται με 85° ;

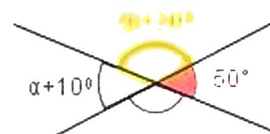
19. Να υπολογίσετε χωρίς μοιρογνωμόνιο τη γωνία x στα παρακάτω σχήματα.



20. Να υπολογίσετε τις γωνίες $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ του διπλανού σχήματος.



21. Να υπολογίσετε το α και το β στο διπλανό σχήμα.



22. Αν μία γωνία από εκείνες που σχηματίζουν δύο τεμνόμενες ευθείες είναι τριπλάσια της άλλης να υπολογιστούν και οι τέσσερις γωνίες.

23. Να βρείτε τη γωνία που είναι πενταπλάσια από την παραπληρωματική της.

24. Να βρείτε τη γωνία που είναι πενταπλάσια από την συμπληρωματική της.

25. Να βρείτε δύο παραπληρωματικές γωνίες που διαφέρουν κατά 20° .

26. Να βρείτε γωνία που είναι 30° μοίρες μικρότερη από τη συμπληρωματική της.