

Υπολογισμός ποσοστών σε προβλήματα

- Σε ορισμένα προβλήματα ο υπολογισμός ενός ποσοστού γίνεται διαιρώντας την τελική τιμή με την βασική ή αρχική τιμή ώστε να βρούμε τι μέρος του συνόλου είναι η ζητούμενη τιμή και αυτό να το εκφράσουμε ως ποσοστό του %.
- Εναλλακτικά, μπορούμε να κάνουμε ένα πίνακα τιμών και να υπολογίσουμε το ποσοστό όπως στο παράδειγμα που ακολουθεί.

Πχ. Τι ποσοστό των 50μέτρων είναι τα 12 μέτρα;

Αρχικά	12	x
Τελικά	50	100

$$x = \frac{12}{50} \cdot 100 = 24\%$$

Υπολογισμός ποσού από ένα δοθέν ποσοστό

- Σε ορισμένα προβλήματα ο υπολογισμός του ποσού γίνεται πολλαπλασιάζοντας το ποσοστό με την τιμή ώστε να βρούμε το ζητούμενο.
- Εναλλακτικά, μπορούμε να κάνουμε ένα πίνακα τιμών και να υπολογίσουμε την τιμή όπως στο παράδειγμα που ακολουθεί.

Πχ: Να βρεθεί το 15% των 200€

Αρχικά	100	200
Τελικά	15	x

$$x = \frac{200 \cdot 15}{100} = 30\text{€}$$

Υπολογισμός βασικής (αρχικής) τιμής από ένα δοθέν ποσοστό

- Σε ορισμένα προβλήματα ο υπολογισμός της βασικής τιμής γίνεται διαιρώντας την τιμή με το **(ποσοστό +100%)** ώστε να βρούμε την αρχική τιμή αν έχουμε αύξηση ή διαιρώντας με το **(100%-ποσοστό)** αν έχουμε μείωση.
- Ένας άλλος τρόπος είναι η λεγόμενη αναγωγή στη μονάδα. Δηλαδή να βρούμε πόσο είναι το 1% και μετά εύκολα να βρούμε το 100%. Δες το ακόλουθο παράδειγμα.

Πχ: Αν το 15% είναι 200€ να βρεθεί πόσα € έχουμε συνολικά;

Αρχικά	15	200
Τελικά	100	x

$$x = \frac{200 \cdot 100}{15} = 1333,3\text{€}$$

ή

τα 15% είναι 200€

το 1% είναι $200/15\text{€}=13,333\text{€}$

τα 100€ είναι $13,333 \cdot 100=1333,3\text{€}$

Ποσοστά στην καθημερινότητα

➤ Προβλήματα με **έκπτωση** αντιμετωπίζονται ως εξής:

1. υπολογίζουμε το ποσό της έκπτωσης πολλαπλασιάζοντας το ποσοστό με την αρχική τιμή και μετά αφαιρούμε την έκπτωση για την εύρεση της τελικής τιμής

2. Διαφορετικά, πολλαπλασιάζουμε την αρχική τιμή με το ποσοστό που προκύπτει αν αφαιρέσουμε το ποσοστό από το 100%.

3. Μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε και πίνακα τιμών εναλλακτικά. Δες τα παρακάτω παραδείγματα:

(Η περίπτωση προβλημάτων **φόρου** αντιμετωπίζεται ανάλογα προσθέτοντας αντί της αφαίρεσης που κάνουμε στην έκπτωση)

4. Για τον υπολογισμό του ποσοστού της έκπτωσης εργαζόμαστε όπως στις παραπάνω περιπτώσεις αφού πρώτα βρούμε τα ποσά.

Παραδείγματα

1. Ζητάμε την έκπτωση 10% σε ποσό 250€.

α)

αρχική	100	250
εκπτωση	90	x

$$x = \frac{90 \cdot 250}{100} = 0,9 \cdot 250 = 225€$$

Ή διαφορετικά υπολογίζουμε το ποσό της έκπτωσης και μετά το αφαιρούμε για να βρούμε την τελική τιμή.

$$10\% \cdot 250 = 25€$$

$$250 - 25 = 225€$$

2. Αν είχαμε έκπτωση 25 € και πληρώσαμε 225€ να βρεθεί το ποσοστό της έκπτωσης.

Το αρχικό ποσό είναι 225+25=250€. Άρα το ποσοστό της έκπτωσης είναι

$$\frac{25}{250} = \frac{1}{10} = 0,1 = 10\%$$

3. Αν αρχικό ποσό είναι τα 250€ και τελικό ποσό πληρωμής τα 225€ τότε πόσο είναι το ποσοστό της έκπτωσης;

αρχική	250	100
εκπτωση	25	x

$$x = \frac{25 \cdot 100}{250} = 10\%$$

Ή διαφορετικά

αρχική	250	100
τελική	225	x

$$x = \frac{225 \cdot 100}{250} = 90€ \text{ δηλαδή } 10€ \text{ έκπτωση}$$

που σημαίνει $10/100=10\%$

ΓΕΝΙΚΑ: Αν γνωρίζουμε την τελική και την αρχική τιμή τότε το % της **έκπτωσης** ή της **αύξησης** μπορούμε να τη βρούμε αμέσως υπολογίζοντας το πηλίκο:

$$\frac{\text{τελική} - \text{αρχική}}{\text{αρχική}} \cdot 100\%$$

➤ **Σε προβλήματα τόκου-κεφαλαίου εργαζόμαστε ως εξής:**

1. Τα προβλήματα τόκου είναι προβλήματα ανάλογα με τα προβλήματα φόρου.

Το κεφάλαιο είναι η αρχική τιμή, το επιτόκιο είναι σαν το ποσοστό του φόρου και ο τόκος είναι σαν το ποσό του φόρου που προστίθεται στην αρχική τιμή. (Ο τόκος αποτελεί μια “επιβράβευση” της τράπεζας για όσο καιρό της έχεις δανείσει τα χρήματά σου)

Στο κεφάλαιο που καταθέτουμε θεωρούμε ότι γίνεται ανατοκισμός σε ετήσια βάση και όχι σε μηνιαία. Δηλαδή ο τόκος που είναι ένα ποσό το οποίο προστίθεται στο κεφάλαιο, υπολογίζεται κατ’έτος και διαιρείται με το 12 για τον κάθε μήνα. Στο τέλος του έτους το νέο κεφάλαιο αποτελείται από το αρχικό + το ποσό του τόκου.

2. Το επιτόκιο είναι ο τόκος σε ποσοστό του κεφαλαίου. (σε ετήσια βάση) Δηλαδή αν ξέρουμε το επιτόκιο πολλαπλασιάζουμε με το κεφάλαιο και βρίσκουμε τον τόκο, όπως στην έκπτωση ή τον φόρο.

1. Καταθέτουμε σε μία τράπεζα κεφάλαιο (αρχ. τιμή) 15000€ με επιτόκιο (σαν φόρος που πληρώνεται από την τράπεζα προς εμάς) 4%. Να βρείτε πόσο τόκο θα πάρουμε

α) σε ένα χρόνο

β) σε 7 μήνες

ΛΥΣΗ:

1. α) Ο τόκος σε ένα χρόνο θα είναι $15.000 \times 0,04 = 600\text{€}$

β) Σε ένα μήνα $600/12 = 50\text{€}$. Άρα σε 7 μήνες $7 \times 50 = 350\text{€}$

2. Ένα κεφάλαιο (αρχική τιμή) που καταθέσαμε στην τράπεζα με επιτόκιο 4% σε ένα χρόνο έγινε 8528 €. Να βρείτε το κεφάλαιο αυτό.

ΛΥΣΗ:

Στο πρόβλημα αυτό ψάχνουμε την αρχική τιμή. Επειδή τα προβλήματα τόκων είναι προβλήματα αύξησης θα διαιρέσουμε την τελική τιμή με το ποσοστό+100%. Δηλαδή:

$$8528/1,04=8200\text{€}$$

3. Καταθέσαμε στην τράπεζα κεφάλαιο 800€ και μετά από 5 μήνες έγινε μαζί με τους τόκους 820€. Βρείτε το επιτόκιο.

ΛΥΣΗ:

Κερδίσαμε 20€ σε 5 μήνες άρα 4€ σε ένα μήνα. Οπότε στο έτος $4 \times 12 = 48\text{€}$.
Συνεπώς για να βρω το ποσοστό θα έχουμε $48/800 = 0,06 = 6\%$

4. Αν καταθέσουμε στην τράπεζα 120000€ για 3 χρόνια με ετήσιο επιτόκιο 5%, πόσα χρήματα θα πάρω στο τέλος του 3^{ου} χρόνου?

ΛΥΣΗ:

Στο τέλος του 1^{ου} χρόνου θα πάρω $120000 + \text{ΤΟΚΟΣ } 1^{\text{ου}} \text{ ετους}$. Δηλαδή,
 $120000 + 6000 = 126000$

Στο τέλος του 2^{ου} χρόνου θα πάρω $126000 + \text{ΤΟΚΟΣ } 2^{\text{ου}} \text{ έτους}$. Δηλαδή,
 $126000 + 6300 = 132300\text{€}$

Στο τέλος του 3^{ου} χρόνου θα πάρω $132300 + \text{ΤΟΚΟΣ } 3^{\text{ου}} \text{ έτους}$. Δηλαδή,
 $132300 + 6615 = 138915\text{€}$