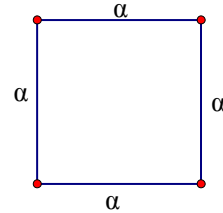


1.3 ΕΜΒΑΔΑ ΕΠΙΠΕΔΩΝ ΣΧΗΜΑΤΩΝ

ΘΕΩΡΙΑ

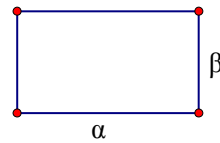
1.

Εμβαδόν τετραγώνου πλευράς α : $E = \alpha^2$



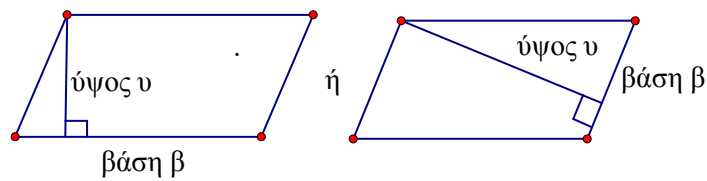
2.

Εμβαδόν ορθογωνίου : $E = \alpha \cdot \beta$



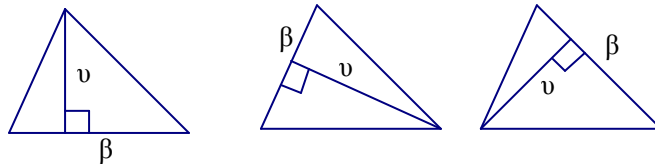
3.

Εμβαδό παραλληλογράμμου : $E = \beta \cdot \upsilon$



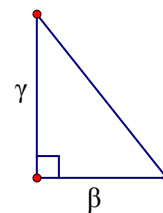
4.

Εμβαδόν τυχαίου τριγώνου : $E = \frac{\beta \cdot \upsilon}{2}$



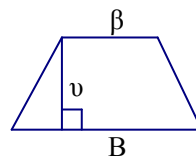
5.

Εμβαδόν ορθογωνίου τριγώνου : $E = \frac{\beta \cdot \gamma}{2}$



6.

Εμβαδόν τραπεζίου : $E = \frac{(B + \beta) \upsilon}{2}$



ΣΧΟΛΙΑ

1.

Για το παραλληλόγραμμο : Μπορώ να πάρω οποιαδήποτε πλευρά σαν βάση

2.

Για το τρίγωνο : Μπορώ να πάρω οποιαδήποτε πλευρά σαν βάση

3.

Για το πολύγωνο : Το χωρίζω σε επί μέρους σχήματα των οποίων μπορώ να υπολογίσω το εμβαδόν

4.

Συμβολισμός εμβαδού : Αν ένα επίπεδο σχήμα έχει ονομαστεί με γράμματα πχ ΑΒΓΔΕ τότε το εμβαδόν αυτού συμβολίζεται (ΑΒΓΔΕ)

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

1.

Η περίμετρος ενός ορθογωνίου είναι 28 m και μία διάσταση του είναι 8m. Να βρείτε την άλλη διάσταση και το εμβαδόν του.

Προτεινόμενη λύση

$$\begin{aligned} \text{Αν } x \text{ είναι η ζητούμενη διάσταση τότε } 28 &= 2x + 2 \cdot 8 \\ 28 &= 2x + 16 \\ 2x &= 12 \quad \text{άρα } x &= 6 \end{aligned}$$

Οπότε η άλλη διάσταση είναι 6 m.

Το εμβαδόν είναι $E = 8 \cdot 6 = 48 \text{ m}^2$

2.

Ένα ορθογώνιο τρίγωνο έχει κάθετες πλευρές με μήκη 8cm και 0,9 dm.

Να υπολογίσετε το μήκος της πλευράς ενός τετραγώνου, του οποίου το εμβαδόν είναι ίσο με το εμβαδόν του τριγώνου.

Προτεινόμενη λύση

$$0,9 \text{ dm} = 0,9 \cdot 10 \text{ cm} = 9 \text{ cm}$$

$$\text{Το εμβαδόν του ορθογωνίου τριγώνου είναι ίσο με } E = \frac{9 \cdot 8}{2} = 36 \text{ cm}^2$$

Οπότε και το εμβαδόν του τετραγώνου είναι 36 cm^2 .

$$\text{Αν } x \text{ είναι η πλευρά του τετραγώνου, τότε } x^2 = 36 \quad \text{άρα } x = \sqrt{36} = 6 \text{ cm}.$$

3.

Ένα χαλί με σχήμα ορθογωνίου έχει διαστάσεις 3,5 m και 180cm, και η αξία του χαλιού είναι 315 €. Να βρείτε πόσο κοστίζει το τετραγωνικό μέτρο του χαλιού .

Προτεινόμενη λύση

$$180 \text{ cm} = 180 : 100 \text{ m} = 1,8 \text{ m}$$

$$\text{Το εμβαδόν του χαλιού είναι } E = 3,5 \cdot 1,8 = 6,3 \text{ m}^2$$

$$\text{Αφού η αξία του χαλιού είναι } 315 \text{ € τότε το κάθε μέτρο κοστίζει } 315 : 6,3 = 50 \text{ €}$$

4.

Μία αυλή έχει σχήμα ορθογωνίου με διαστάσεις 12 m και 8m. Την αυλή θα την στρώσουμε με τετραγωνικά πλακάκια πλευράς 40cm και αξίας 1,5 € το ένα.

α) Να βρείτε πόσα πλακάκια θα χρειαστούμε

β) Πόσα χρήματα θα πληρώσουμε για τα πλακάκια

Προτεινόμενη λύση

α)

$$\text{Το εμβαδόν της αυλής είναι } E = 12 \cdot 8 = 96 \text{ m}^2 .$$

$$\text{Το κάθε πλακάκι έχει πλευρά } 40 \text{ cm} = 40 : 100 \text{ m} = 0,4 \text{ m}$$

$$\text{και εμβαδόν } E' = 0,4^2 = 0,16 \text{ m}^2$$

$$\text{Επομένως θα χρειαστούμε } 96 : 0,16 = 600 \text{ πλακάκια}$$

β)

$$\text{Τα χρήματα που θα πληρώσουμε είναι } 600 \cdot 1,5 = 900 \text{ €}$$

5.

Ένα παραλληλόγραμμο έχει εμβαδόν όσο ένα τετράγωνο πλευράς 12 cm . Αν μία πλευρά του παραλληλογράμμου είναι 4 cm , να βρείτε το αντίστοιχο σ' αυτή ύψος

Προτεινόμενη λύση

$$\text{Το εμβαδόν του τετραγώνου είναι ίσο με } E = 12^2 = 144 \text{ cm}^2$$

$$\text{Συνεπώς και το εμβαδόν του παραλληλογράμμου είναι ίσο με } 144 \text{ cm}^2 .$$

Αν υ είναι το ζητούμενο ύψος, τότε ο τύπος του εμβαδού του παραλληλογράμμου

$$E = \beta \cdot \upsilon \text{ γίνεται } 144 = 4\upsilon \text{ άρα } \upsilon = 36 \text{ cm}$$

6.

Ένα τραπέζιο έχει μεγάλη βάση 8cm, μικρή βάση 6cm και ύψος 3cm . Ένα τρίγωνο έχει εμβαδόν όσο και το τραπέζιο και μία πλευρά του είναι 10cm. Να βρείτε το αντίστοιχο σε αυτήν ύψος.

Προτεινόμενη λύση

$$\text{Το εμβαδόν του τραπέζιου είναι ίσο με } E = \frac{(8+6) \cdot 3}{2} = 21 \text{ cm}^2$$

$$\text{Αν υ είναι το ζητούμενο ύψος τότε ο τύπος } E = \frac{\beta \cdot \upsilon}{2} \text{ του εμβαδού του τριγώνου}$$

$$\text{γίνεται } 21 = \frac{10 \cdot \upsilon}{2} \text{ απ' όπου } \upsilon = 4,2 \text{ cm}$$

7.

Το εμβαδόν ενός τραπεζίου είναι ίσο με 54 cm^2 και οι βάσεις του είναι 15 cm και 12 cm . Να υπολογίσετε το ύψος του τραπεζίου.

Προτεινόμενη λύση

Ο τύπος $E = \frac{(B+\beta) \cdot v}{2}$ για τα δεδομένα του προβλήματος γίνεται

$$54 = \frac{(15+12) \cdot v}{2} \quad \text{άρα } 108 = 27v \quad \text{άρα } v = 4 \text{ cm}$$

8.

Σε ένα ορθογώνιο τρίγωνο οι κάθετες πλευρές είναι $\beta = 6 \text{ cm}$ και $\gamma = 8 \text{ cm}$. Αν η υποτείνουσα του τριγώνου είναι ίση με 10 cm , να υπολογίσετε το ύψος που αντιστοιχεί στην υποτείνουσα.

Προτεινόμενη λύση

Το εμβαδόν του ορθογωνίου τριγώνου είναι ίσο με $E = \frac{\beta \cdot \gamma}{2} = \frac{6 \cdot 8}{2} = 24 \text{ cm}^2$

Ο τύπος $E = \frac{\beta \cdot v}{2}$ γίνεται $24 = \frac{10v}{2}$ άρα $v = 4,8 \text{ cm}$

9.

Σε ένα τραπέζιο η μεγάλη βάση είναι 3 cm μεγαλύτερη από την μικρή, το εμβαδόν του τραπεζίου είναι 81 cm^2 και το ύψος 6 cm . Να υπολογίσετε τις βάσεις του τραπεζίου.

Προτεινόμενη λύση

Έστω x η μικρή βάση τότε η μεγάλη είναι $x + 3$.

Ο τύπος $E = \frac{(B+\beta) \cdot v}{2}$ του εμβαδού του τραπεζίου δίνει

$$81 = \frac{(x+3+x) \cdot 6}{2} \quad \text{άρα } 81 = 3(2x+3)$$

$$81 = 6x + 9$$

$$6x = 72 \quad \text{άρα } x = 12$$

Επομένως η μικρή βάση είναι 12 cm και η μεγάλη 15 cm

10.

Να υπολογιστεί το εμβαδόν του διπλανού σχήματος.

Προτεινόμενη λύση

Το ζητούμενο εμβαδόν Ε είναι ίσο με

$$E = (ABZ) + (BZH\Gamma) + (\Gamma H\Delta) + (A\Delta E)$$

Όμως

$$(ABZ) = \frac{\beta \cdot \gamma}{2} = \frac{2 \cdot 4}{2} = 4 \text{ cm}^2$$

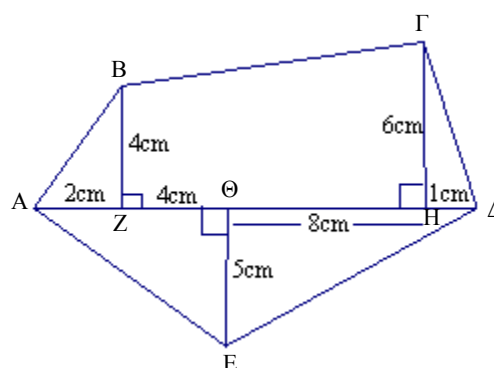
$$(BZH\Gamma) = \frac{(B + \beta) \cdot \upsilon}{2} = \frac{(6 + 4) \cdot 12}{2} = 60 \text{ cm}^2$$

$$(\Gamma H\Delta) = \frac{\beta \cdot \gamma}{2} = \frac{1 \cdot 6}{2} = 3 \text{ cm}^2$$

$$A\Delta = 2 + 4 + 8 + 1 = 15$$

$$(A\Delta E) = \frac{\beta \cdot \upsilon}{2} = \frac{15 \cdot 5}{2} = 37,5 \text{ cm}^2 \text{ άρα}$$

$$E = 4 + 60 + 3 + 15 + 37,5 = 119,5 \text{ cm}^2$$



Σχόλιο 4

11.

Ένα χωράφι με σχήμα ορθογωνίου έχει μήκος 60 m και πωλείται 1000 € το στρέμμα.

Το χωράφι πουλήθηκε 12000 €.

α) Να βρείτε το εμβαδόν του χωραφιού

β) Να βρείτε το πλάτος του χωραφιού

Προτεινόμενη λύση

α)

Επειδή $12000 : 1000 = 12$, το εμβαδόν του χωραφιού είναι

$$12 \text{ στρέμματα} = 12 \cdot 1000 \text{ m}^2 = 12000 \text{ m}^2$$

β)

Ο τύπος $E = \alpha \beta$ του εμβαδού του ορθογωνίου δίνει $12000 = 60 \beta$ άρα $\beta = 200$.

Δηλαδή το πλάτος είναι 200 m

12.

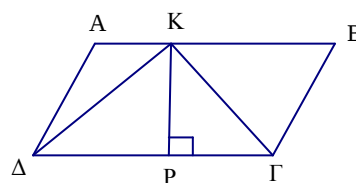
Το παραλληλόγραμμο ABΓΔ του διπλανού σχήματος έχει εμβαδόν 100 cm^2 .

Να υπολογίσετε το εμβαδόν του τριγώνου ΚΔΓ

Προτεινόμενη λύση

$$(AB\Gamma\Delta) = \beta \cdot \upsilon = \Delta\Gamma \cdot KP \text{ άρα } 100 = \Delta\Gamma \cdot KP \text{ (1)}$$

$$(K\Delta\Gamma) = \frac{\beta \cdot \upsilon}{2} = \frac{\Delta\Gamma \cdot KP}{2} \stackrel{(1)}{=} \frac{100}{2} = 50 \text{ cm}^2$$

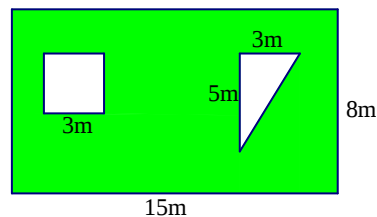


Σχόλιο 4

13.

Στον διπλανό κήπο, στο πράσινο μέρος θα φυτευτεί γκαζόν και στις λευκές περιοχές με σχήμα τετραγώνου και ορθογωνίου τριγώνου θα μπει άμμος.

Το τετραγωνικό μέτρο του γκαζόν κοστίζει 10 €. Πόσο θα στοιχίσει το γκαζόν;



Προτεινόμενη λύση

Η επιφάνεια στην οποία θα φυτευτεί το γκαζόν προκύπτει αν από το εμβαδόν του ορθογωνίου αφαιρέσουμε το εμβαδόν του τετραγώνου και του ορθογωνίου τριγώνου.

$$E_{\text{ορθ}} = 15 \cdot 8 = 120 \text{ m}^2$$

$$E_{\text{τετρ}} = 3 \cdot 3 = 9 \text{ m}^2$$

$$E_{\text{τργ}} = \frac{3 \cdot 5}{2} = 7,5 \text{ m}^2$$

$$E_{\text{γκαζόν}} = 120 - 9 - 7,5 = 103,5 \text{ m}^2$$

$$\text{Οπότε κόστος γκαζόν} = 103,5 \cdot 10 = 1035 \text{ €}$$