

3.3 Η ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ $y = ax$

ΘΕΩΡΙΑ

1.

Ανάλογα ποσά : Δύο ποσά x και y που το πηλίκο των αντιστοίχων τιμών τους είναι σταθερό, λέγονται ανάλογα ποσά. Αν τώρα το σταθερό πηλίκο $\frac{y}{x}$ είναι ίσο με a , τα ποσά x και y συνδέονται με την σχέση $\frac{y}{x} = a$ δηλαδή $y = ax$.

2.

Η συνάρτηση $y = ax$: Ο τύπος $y = ax$ ορίζει μία συνάρτηση της οποίας η γραφική παράσταση είναι ευθεία γραμμή που διέρχεται από την αρχή των αξόνων.

3.

Κλίση της ευθείας $y = ax$: Το συντελεστή του x , δηλαδή το a τον ονομάζουμε κλίση της ευθείας που έχει εξίσωση την $y = ax$

ΣΧΟΛΙΑ

1.

Γραφική παράσταση της $y = ax$: Επειδή η γραφική παράσταση είναι ευθεία γραμμή που διέρχεται από την αρχή των αξόνων, για να την σχεδιάσουμε χρειαζόμαστε εκτός της αρχής των αξόνων ένα ακόμα σημείο. Για να το προσδιορίσουμε βάζουμε στον τύπο $y = ax$ στη θέση του x μία τιμή οπότε βρίσκουμε το αντίστοιχο y .

2.

Θέση της γραφικής παράστασης σε σχέση με το πρόσημο του a :

Αν $a > 0$, η γραφική παράσταση βρίσκεται στο πρώτο και τρίτο τεταρτημόριο

Αν $a < 0$, η γραφική παράσταση βρίσκεται στο δεύτερο και τέταρτο τεταρτημόριο

Αν $a = 0$, η γραφική παράσταση είναι ο άξονας $x'x$.

3.

Δύο σπέσιαλ ευθείες : Η ευθεία με εξίσωση $y = x$ είναι διχοτόμος της $1^{\text{ης}}$ και $3^{\text{ης}}$ γωνίας των αξόνων, ενώ η ευθεία $y = -x$ είναι διχοτόμος της $2^{\text{ης}}$ και $4^{\text{ης}}$ γωνίας των αξόνων.

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

1.

Χαρακτηρίστε με Σ αν είναι σωστές και με Λ αν είναι λανθασμένες τις παρακάτω προτάσεις

- α) Η ευθεία $y = -x$ είναι διχοτόμος της 2^{ης} και 4^{ης} γωνίας των αξόνων Σ
- β) Η ευθεία $y = 3x$ διέρχεται από το σημείο $(3, 0)$ Λ
- γ) Η ευθεία $y = -3x$ έχει κλίση 3 Λ
- δ) Το σημείο $(1, 4)$ βρίσκεται στην ευθεία $y = 4x$ Σ
- ε) Η γραφική παράσταση της συνάρτησης $y = -5x$ βρίσκεται στο 2^ο και 4^ο τεταρτημόριο Σ

Προτεινόμενη λύση

α)

Σωστό όπως προκύπτει από την θεωρία

β)

Για $x = 3$ και $y = 0$ έχουμε $0 = 9$ που είναι ψευδές, άρα η πρόταση είναι λάθος

γ)

Η ευθεία έχει κλίση -3 , άρα η πρόταση είναι λάθος

δ)

Για $x = 1$ και $y = 4$ έχουμε $4 = 4$ που είναι αληθές, άρα η πρόταση είναι σωστή

ε)

Σωστό όπως προκύπτει από την θεωρία

2.

Δίνεται η συνάρτηση $y = ax$

Στις παρακάτω ερωτήσεις επιλέξτε την σωστή απάντηση

- α) Αν η γραφική παράσταση διέρχεται από το σημείο $(1, 2)$ τότε
Α. $a = 1$ Β. $a = 2$ Γ. $a = -1$ Δ. $a = 0,5$
- β) Αν η γραφική παράσταση διέρχεται από το σημείο $(2, 1)$ τότε
Α. $a = 1$ Β. $a = 2$ Γ. $a = -1$ Δ. $a = 0,5$
- γ) Αν $a = 3$, τότε η γραφική παράσταση διέρχεται από το σημείο
Α. $(1, 3)$ Β. $(0, 3)$ Γ. $(a, 3)$ Δ. $(3, a)$
- δ) Η γραφική παράσταση είναι ευθεία που διέρχεται πάντα από το σημείο
Α. $(1, 1)$ Β. $(0, 0)$ Γ. $(a, 1)$ Δ. $(0, a)$

Προτεινόμενη λύση

α)

Για $x = 1$ και $y = 2$ έχουμε $2 = a$. Οπότε σωστό το Β

β)

Για $x = 2$ και $y = 1$ έχουμε $1 = 2a$ άρα $a = 0,5$. Οπότε σωστό το Δ

γ)

Για $a = 3$, ο τύπος γίνεται $y = 3x$ και επαληθεύεται για $x = 1, y = 3$. Σωστό το Α

δ)

Από την θεωρία προκύπτει ότι σωστό είναι το Β

3.

- α) Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας η οποία διέρχεται από την αρχή των αξόνων και από το σημείο $A(2, \sqrt{2})$
 β) Να σχεδιάσετε τη γραφική της παράσταση
 γ) Να υπολογίσετε τη γωνία xOA

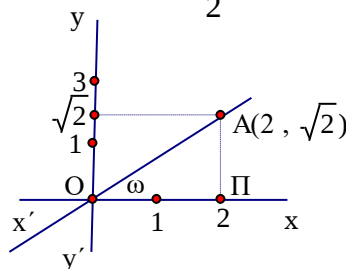
Προτεινόμενη λύση**α)**

Επειδή $A(2, \sqrt{2})$, είναι $\frac{y}{x} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ πράγμα που σημαίνει ότι η ευθεία έχει κλίση

$$\alpha = \frac{\sqrt{2}}{2} \text{ επομένως εξίσωση } y = \frac{\sqrt{2}}{2} x$$

β)

Η γραφική παράσταση φαίνεται δίπλα

**γ)**

Από την τριγωνομετρία είναι γνωστό ότι $\varepsilon\varphi\omega = \frac{\sqrt{2}}{2} = 0,705$ και

από τους τριγωνομετρικούς πίνακες βρίσκουμε ότι $\omega = 35^\circ$

4.

Τα ποσά x και y του διπλανού πίνακα είναι ανάλογα

- α) Να βρείτε τη σχέση που συνδέει τα ποσά x και y
 β) Να συμπληρώσετε τον πίνακα
 γ) Να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση της σχέσης, θεωρώντας ότι τα x, y είναι πραγματικοί αριθμοί.

x	2	4	6	8
y	3	6	9	12

Προτεινόμενη λύση**α)**

Αφού τα ποσά είναι ανάλογα, οι αντίστοιχες τιμές τους έχουν σταθερό πηλίκο.

Από την δεύτερη στήλη προκύπτει ότι $\frac{y}{x} = \frac{3}{2}$ άρα $y = \frac{3}{2}x$ **(1)**

β)

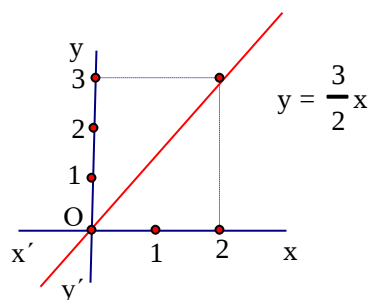
Για $x = 4$ και 6 , η (1) αντίστοιχα δίνει $y = 6$ και 9 .

Για $y = 12$ δίνει $x = 8$

Συμπληρωμένος ο πίνακας φαίνεται παραπάνω

γ)

Η γραφική παράσταση φαίνεται δίπλα



5.

Να βρείτε την τιμή του κ ώστε η ευθεία με εξίσωση $y = (2\kappa + 4)x$ να διέρχεται από το σημείο $A(-1, 2)$ και στη συνέχεια να σχεδιάσετε τη γραφική της παράσταση.

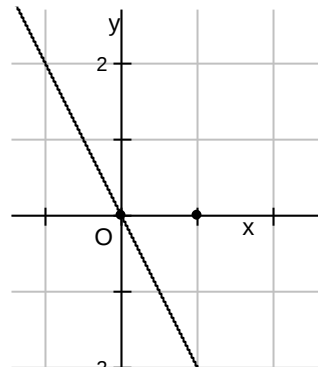
Προτεινόμενη λύση

Πρέπει να ισχύει $2 = (2\kappa + 4)(-1)$ άρα

$$2 = -2\kappa - 4$$

$$\kappa = -3$$

Η εξίσωση της ευθείας γίνεται $y = [2(-3) + 4]x$
 $y = -2x$



6.

Ο ΦΠΑ στην τιμή πώλησης ειδών ένδυσης είναι 23 %

α) Πόσο θα πληρώσουμε για ένα σακάκι αξίας 85 € πριν τον ΦΠΑ ;

β) Να εκφράσετε τον ΦΠΑ y συναρτήσει της τιμής x των ειδών ένδυσης

γ) Να εξετάσετε αν τα ποσά x και y είναι ανάλογα.

Προτεινόμενη λύση

α)

$$\text{Θα πληρώσουμε } 85 + \frac{23}{100} \cdot 85 = 85 + 19,55 = 104,55 \text{ €}$$

β)

$$\text{Είναι } y = \frac{23}{100}x$$

γ)

Επειδή η σχέση $y = \frac{23}{100}x$ δίνει $\frac{y}{x} = \frac{23}{100}$, τα ποσά είναι ανάλογα δεδομένου ότι το πηλίκο των αντιστοίχων τιμών τους είναι σταθερό.

7.

Στο διπλανό σχήμα να βρείτε τις εξισώσεις των ευθειών ε_1 και ε_2 .

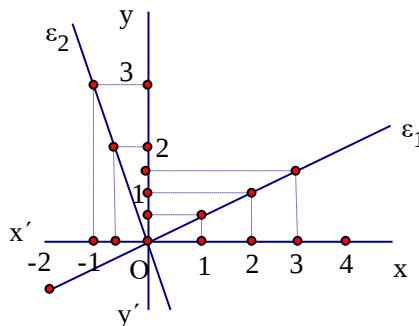
Προτεινόμενη λύση

Η ευθεία ε_1 διέρχεται από την αρχή των αξόνων

και το σημείο $(2, 1)$, άρα έχει κλίση $\frac{y}{x} = \frac{1}{2}$

και συνεπώς εξίσωση $y = \frac{1}{2}x$

Ομοίως η ε_2 έχει κλίση $\frac{y}{x} = \frac{3}{-1} = -3$ άρα εξίσωση $y = -3x$



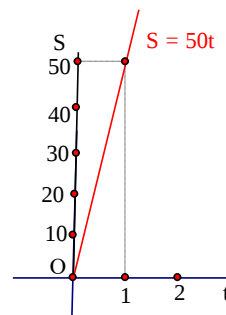
8.

Ένα τρένο κινείται με ταχύτητα 50 km/h . Να εκφράσετε το διάστημα που διανύει το τρένο συναρτήσει του χρόνου και να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση της σχέσης που θα βρείτε.

Προτεινόμενη λύση

Αν S είναι το διανυόμενο διάστημα που διανύει σε χρόνο t , τότε ισχύει ότι $S = 50t$.

Η γραφική παράσταση φαίνεται δίπλα



9.

Μία επιχείρηση έκανε αύξηση στις αποδοχές των υπαλλήλων της κατά 5%

α) Να βρείτε τη σχέση που μας δίνει τις νέες αποδοχές y συναρτήσει των παλαιών αποδοχών x .

β) Ένας υπάλληλος είχε παλιές αποδοχές 850 € . Ποιες θα είναι οι νέες αποδοχές ;

γ) Ένας υπάλληλος έχει νέες αποδοχές 945 € . Ποιες ήταν είναι οι παλιές αποδοχές ;

Προτεινόμενη λύση

α)

Αν x είναι μία παλιά τιμή, τότε η αύξηση σε αυτήν είναι $\frac{5}{100}x = 0,05x$

Συνεπώς η αντίστοιχη νέα τιμή y είναι $y = x + 0,05x = 1,05x$

β)

Για $x = 850$, η σχέση δίνει $y = 1,05 \cdot 850 = 892,5 \text{ €}$

γ)

Για $y = 945$ έχουμε ότι $945 = 1,05x$ οπότε $x = 900 \text{ €}$

10.

Στο διπλανό σχήμα φαίνεται η κατανάλωση x σε λίτρα καυσίμων από ένα όχημα σε σχέση με το διάστημα y σε χιλιόμετρα που διανύει το όχημα.

Να βρείτε πόσα λίτρα θα καταναλώσει για ένα διάστημα 380 χιλιομέτρων.

Προτεινόμενη λύση

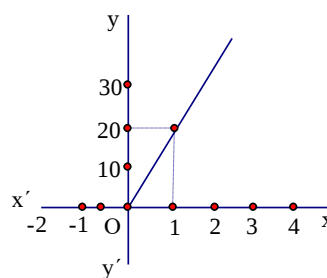
Επειδή, στο διπλανό σχέδιο, η τιμή 380 στον άξονα των y δεν είναι μέσα στο σχέδιο, για να δώσουμε απάντηση πρέπει να βρούμε τη σχέση διαστήματος – καυσίμων.

Επειδή η γραφική παράσταση της σχέσης διέρχεται από το σημείο $(1, 20)$, η

γραφική παράσταση έχει κλίση $\frac{y}{x} = \frac{20}{1}$, οπότε $y = 20x$

Για $y = 380$ έχουμε $380 = 20x$ οπότε $x = 19$

Συνεπώς απαιτούνται 19 λίτρα καύσιμα



11.

Μία ποικιλία σταφυλιών αποδίδει 60% της μάζας τους σε κρασί. Να βρείτε τη σχέση που συνδέει τη μάζα x των σταφυλιών με το παραγόμενο κρασί y . Αν το κρασί που βγήκε από την παραγωγή ενός αμπελιού ήταν 1200 κιλά, πόση ήταν η παραγωγή του αμπελιού;

Προτεινόμενη λύση

Αν x είναι η μάζα μιας ποσότητας σταφυλιών τότε το κρασί y που θα παραχθεί από

αυτή την μάζα θα είναι $y = \frac{60}{100}x = 0,6x$

Για $y = 1200$, η σχέση δίνει $1200 = 0,6x$ οπότε $x = 2000$

Συνεπώς η παραγωγή του αμπελιού ήταν 2000 κιλά σταφύλια