

Πείραμα 3: Υδροστατική Πίεση

Περιεχόμενα

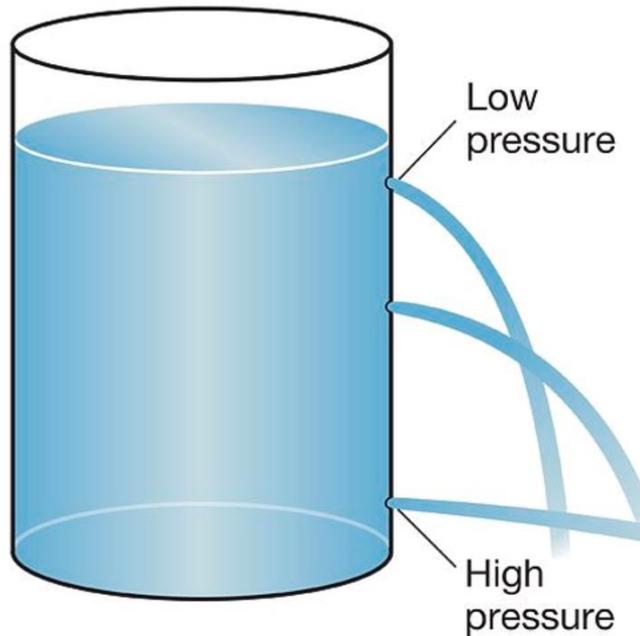
Εισαγωγή	2
Πείραμα 1: Υπολογισμός του ύψους νερού σε δοχείο	2
Μέγιστη ανάγνωση (full scale – FS)	4
Ακρίβεια μέτρησης (accuracy): 0,5%FS	4
Εύρος πίεσης	4
Προσαρμογή κλίμακας ADC – Pressure Transducer	5
Τροφοδοσία	6
Ηλεκτρονική διάταξη πειράματος.....	6
Μηχανολογικά εξαρτήματα.....	8
Ο κώδικας του πειράματος	9
Αναφορές	9
Άσκηση για τους μαθητές	10

Πίνακας εικόνων

Εικόνα 1 Αύξηση υδροστατικής πίεσης με την αύξηση του βάθους	2
Εικόνα 2 Εξοπλισμός και εγκατάσταση πειράματος	3
Εικόνα 3 Ο Αισθητήρας πίεσης (Pressure Transducer) του πειράματος.....	4
Εικόνα 4 LCD Keypad Shield για Arduino Uno	7
Εικόνα 5 Power Supply Rechargeable Dual 16340 Lithium Battery Charger Shield	7
Εικόνα 6 16340 Lithium Batteries.....	7
Εικόνα 7 Μηχανολογικά εξαρτήματα πειράματος.....	8

Εισαγωγή

Το τρίτο πείραμα έχει εφαρμογή στην υδροστατική πίεση, η θεωρία της οποίας διερευνάται στην Β' Γυμνασίου. Υδροστατική πίεση ονομάζεται η πίεση που ασκεί ένα ρευστό εντός ενός δοχείου (το οποίο βρίσκεται σε ισορροπία) στον πυθμένα του δοχείου. Η πίεση οφείλεται στην εξωτερική δύναμη της βαρύτητας και είναι ανεξάρτητη του προσανατολισμού της επιφάνειας που δέχεται την πίεση (δηλ. τα υγρά ασκούν πίεση προς πάσα κατεύθυνση), ενώ η αύξηση της υδροστατικής πίεσης είναι ανάλογη με το βάθος από την επιφάνεια του υγρού.



Εικόνα 1 Αύξηση υδροστατικής πίεσης με την αύξηση του βάθους

Τύπος υδροστατικής πίεσης: $P = \rho \cdot g \cdot h$ (Μονάδες μέτρησης: N/m^2), όπου:

- ρ : η πυκνότητα του υγρού σε kg/m^3
- g : η επιτάχυνση εξαιτίας της δύναμης της βαρύτητας στη γη σε m/s^2 ($g = 9,81 m/s^2$)
- h : το βάθος από την επιφάνεια του υγρού σε m

Πείραμα 1: Υπολογισμός του ύψους νερού σε δοχείο

Χρησιμοποιούμε δοχείο 5 λίτρων το οποίο γεμίζουμε με νερό. Με μία πλακέτα Arduino διαβάζουμε την ένδειξη της πίεσης από τον αισθητήρα και την απεικονίζουμε σε οθόνη LCD σε μονάδες psi και Pa, ενώ από τον τύπο της υδροστατικής πίεσης μπορούμε να εξάγουμε και την πληροφορία του ύψους του νερού από το επίπεδο του αισθητήρα. Πιθανή χρήση του πειράματος σε πραγματικές συνθήκες θα ήταν, για παράδειγμα, η εκτίμηση του πετρελαίου που υπάρχει στο λέβητα του σπιτιού μας.

Για την εξαγωγή τη πληροφορίας του ύψους σε μέτρα (m), **απαιτείται η μετατροπή της μετρούμενης πίεσης σε Pa**, καθότι η μονάδα μέτρησης αυτή ισοδυναμεί με 1 newton ανά τετραγωνικό μέτρο (N/m^2):

$$h = \frac{P}{g \cdot \rho} \frac{\left(\frac{N}{m^2}\right)}{\left(\frac{m}{s^2}\right) \cdot \left(\frac{Kg}{m^3}\right)} = \frac{N \cdot s^2}{Kg} = \frac{(N \cdot s) \cdot s}{Kg}$$

όπου το (N·s) είναι ισοδυναμεί με την με τη μονάδα ορμής χιλιόγραμμα μέτρο ανά δευτερόλεπτο (Kg · m/s), οπότε το ύψος προκύπτει σε μέτρα (m) ως εξής:

$$h = \frac{P}{g \cdot \rho} = \frac{(N \cdot s) \cdot s}{Kg} = \frac{(Kg \cdot m/s) \cdot s}{Kg} = m$$



Εικόνα 2 Εξοπλισμός και εγκατάσταση πειράματος

Ο Αισθητήρας Πίεσης (Pressure Transducer) του πειράματος

Για το πείραμα χρησιμοποιήθηκε ¼" Pressure transducer για νερό, πετρέλαιο, αέριο με τα ακόλουθα χαρακτηριστικά:

- Μέγιστη ανάγνωση (full scale – FS): 15psi
- Ακρίβεια μέτρησης (accuracy): 0,5%FS
- Εύρος πίεσης: 0,5V–4,5V
- Τροφοδοσία: 5V



Εικόνα 3 Ο Αισθητήρας πίεσης (Pressure Transducer) του πειράματος

Μέγιστη ανάγνωση (full scale – FS)

Για να γίνει κατανοητή η επιλογή του εν λόγω αισθητήρα [1], μετατρέπουμε τη μέγιστη ανάγνωση αυτού σε μέτρα, χρησιμοποιώντας τον τύπο της υδροστατικής πίεσης, αφού μετατρέψουμε την τιμή psi σε Pa:

$$\begin{aligned}1\text{psi} &= 6894,76\text{Pa} \\15\text{psi} &= x \\x &= \frac{15\text{psi} \cdot 6894,76\text{Pa}}{1\text{psi}} = 103421,4\text{Pa}\end{aligned}$$

$$h = \frac{P}{g \cdot \rho} \text{ όπου η πυκνότητα φρέσκου νερού ισούται με } \rho = 997,0474 (\approx 1000) \text{ kg/m}^3$$

Συνεπώς, το μέγιστο ύψος νερού σε ανοικτό δοχείο που μπορεί να υπολογιστεί σε:

- $h = \frac{103421,4\text{Pa}}{9,81 \cdot 1000} = \frac{103421,4}{9810} \approx 10,5\text{m}$

Ακρίβεια μέτρησης (accuracy): 0,5%FS

Η ακρίβεια μέτρησης του αισθητήρα του πειράματος **0,5%FS** όπου FS=15psi, συνεπώς:

- $\frac{0,5}{100} \cdot 15\text{psi} = \frac{7,5\text{psi}}{100} = 0,075\text{psi}$

Άρα το βήμα αύξησης του αισθητήρα είναι 0,075psi ή αλλιώς σε Pascal και σε μέτρα, ακρίβεια του αισθητήρα, ορίζεται ακολούθως:

- $\frac{0,5}{100} \cdot 6894,76\text{Pa} \approx 34,5\text{Pa}$
- $\frac{0,5}{100} \cdot 10,5\text{m} = 0,0525\text{m} = 5,25\text{cm}$

Εύρος πίεσης

Ο αισθητήρας του πειράματος έχει έξοδο αναλογική, εύρους 0,5V έως 4,5V. Σύμφωνα με την ακρίβεια μέτρησης (0,5%FS) του αισθητήρα, το βήμα αύξησης της αναλογικής τάσης του αισθητήρα ορίζεται σε:

$$\frac{0,5}{100} \cdot (4,5\text{V} - 0,5\text{V}) = 0,02\text{V} = 20\text{mV}$$

Για να μπορέσουμε να μετατρέψουμε την αναλογική τάση εξόδου του αισθητήρα σε πίεση (ή βάθος) θα πρέπει αρχικά να συνδέσουμε την τιμή αυτή σε ένα μετατροπέα αναλογικού σήματος σε ψηφιακό (Analog to Digital Converter – ADC). Η πλακέτα Arduino Uno που

χρησιμοποιείται για τις ανάγκες του πειράματος διαθέτει ενσωματωμένο 10-bit ADC, απόλυτης ακρίβειας (absolute accuracy) 2 LSB.

Αρχικά θα πρέπει να κατανοήσουμε μερικές πληροφορίες για τον ADC. Ένας 10-bit μετατροπέας μπορεί να αποδώσει $2^{10}=1024$ διαφορετικές ψηφιακές τιμές. Τα τεχνικά εγχειρίδια του μικροελεγκτή ATmega328P που υπάρχει στην πλακέτα του Arduino Uno αναφέρουν το ακόλουθο τύπο για την για τον υπολογισμό αναλογικής τάσης από τον ADC

$$ADC \cdot \frac{V_{ref}}{1024}$$

όπου:

- **ADC** η τιμή που διαβάζουμε από τον μετατροπέα στο δεκαδικό αριθμητικό σύστημα,
- **Vref** η προκαθορισμένη τάση αναφοράς της πλακέτας Arduino Uno, η οποία ορίζεται στα 5V.

Σύμφωνα με τα παραπάνω ο ADC δίνει τιμές από 0-1023 (στο δεκαδικό αριθμητικό σύστημα) και συνεπώς, μπορεί να διαβάσει αναλογική τάση από 0V έως 4,995V

$$\frac{1023}{1024} \cdot 5V = 4,995V$$

Η αύξηση κατά μία μονάδα του μετατροπέα (1LSB) ορίζεται στα 4,88mV όμως, όπως προαναφέρθηκε, σύμφωνα με τις προδιαγραφές της πλακέτας Arduino Uno χαρακτηρίζεται η ακρίβεια ορίζεται σε 2LSB, άρα σε $2 \cdot 4,88mV = 9,76mV$

$$\frac{1}{1024} \cdot 5V = 0,00488V = 4,88mV \quad (2LSB: 2 \cdot 4,88mV = 9,76mV)$$

Σύμφωνα με τα παραπάνω, ο ADC του Arduino Uno είναι κατάλληλος για το πείραμα αφού μπορεί να μετρήσει ελάχιστη διαφορά αναλογικής τάσης της τάξης των 9,76mV, ενώ ο αισθητήρας μας έχει ελάχιστο βήμα αύξησης 20mV. Ακόμη, ο ADC μπορεί να υποστηρίξει το εύρος πίεσης του αισθητήρα (δηλαδή τα 0,5V-4,5V), αφού μπορεί να μετρήσει τιμές 0V-4,995V.

Προσαρμογή κλίμακας ADC – Pressure Transducer

Η ψηφιακή τιμή που λαμβάνουμε από τον ADC θα πρέπει να προσαρμοστεί στο εύρος μετρήσεων του αισθητήρα πίεσης. Αν υπήρχε πλήρης ταύτιση των τιμών του ADC με το εύρος τιμών του pressure transducer, θα μπορούσαμε εύκολα να υπολογίσουμε την μετρούμενη πίεση, π.χ. σε psi, ως εξής (στο παρακάτω παράδειγμα θεωρούμε ότι ο ADC μετράει τη μέγιστη τιμή, δηλαδή το 1023):

$$\frac{\text{Τιμή ADC (σε 10δικό αριθμ. σύστημα)}}{\text{Εύρος τιμών του ADC}} = \frac{1023}{1024} \cdot 15PSI$$

Για να μπορέσουμε να εξάγουμε τη σωστή τιμή μέτρησης θα αρχικά να προσδιορίσουμε την ελάχιστη και τη μέγιστη ψηφιακή τιμή του ADC (στο δεκαδικό αριθμητικό σύστημα) που αντιστοιχεί στην ελάχιστη (0,5V) και μέγιστη (4,5V) αναλογική τιμή που εξάγει ο αισθητήρας.

Για να προσδιορίσουμε την ελάχιστη τιμή, παίρνουμε το λόγο ADC_minValue διά το ψηφιακό εύρος τιμών του ADC (1024), και τον εξισώνουμε με το λόγο της μηδενικής

αναλογικής τάσης του αισθητήρα (0,5V) προς το αναλογικό εύρος τιμών του ADC (δηλαδή $\text{maxVoltage} - \text{minVoltage} = 4,995V - 0V = 4,995V$)

$$\frac{ADC_minValue}{1024} = \frac{0,5V}{4,995V} \rightarrow ADC_{minValue} = 102,5 \rightarrow 102$$

Άρα, η ελάχιστη ψηφιακή τιμή (στο δεκαδικό αριθμητικό σύστημα) που θα δείξει ο ADC όταν διαβάζει το αισθητήρα του πειράματος θα είναι το 102 (στρογγυλοποιούμε προς τα κάτω διότι, αφενός ο ADC δίνει ακέραια τιμή και αφετέρου, δε θέλουμε να εμφανιστεί αρνητική τιμή πίεσης στη συνέχεια, άρα σε περίπτωση απόκλισης τιμών μπορούμε αυτή την τιμή να την ελαττώσουμε κι άλλο).

Αντιστοίχως, η τιμή του ADC που αντιστοιχεί στη μέγιστη τιμή του αισθητήρα προσδιορίζονται ως εξής:

$$\frac{ADC_maxValue}{1024} = \frac{4,5V}{4,995V} \rightarrow ADC_{maxValue} = 922,5 \rightarrow 922$$

Άρα το ψηφιακό εύρος του ADC που αντιστοιχεί στο αναλογικό εύρος του αισθητήρα (0,5V-4,5V) ορίζεται ως:

$$ADC_pressureRange = 922 - 102 = 800$$

Συνεπώς, για προσαρμόσουμε την τιμή του ADC στο εύρος του αισθητήρα πίεσης θα πρέπει να κάνουμε την ακόλουθη πράξη (όπου $ADC_{measurement}$, η τιμή που λαμβάνουμε από τον ADC σε δεκαδικό αριθμητικό σύστημα):

$$X = \frac{ADC_{measurement} - ADC_minValue}{ADC_pressureRange} = \frac{ADC_{measurement} - 102}{800}$$

Πολλαπλασιάζοντας τη παραπάνω τιμή X με το FS του αισθητήρα, π.χ. 15psi που χρησιμοποιείται στο τρέχον παράδειγμα, παίρνουμε την πραγματική τιμή πίεσης σε psi. Πολλαπλασιάζοντας τον τελευταίο αριθμό που προέκυψε με τον αριθμό 6894,76 λαμβάνουμε την τιμή πίεσης σε pascal

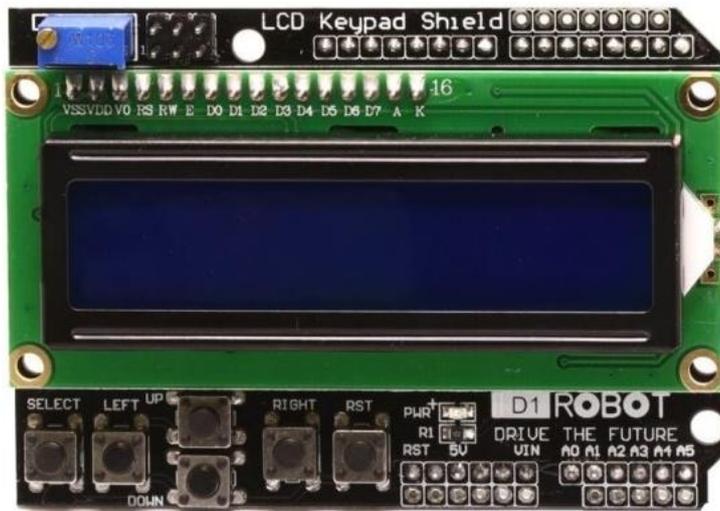
Τροφοδοσία

Η τροφοδοσία του αισθητήρα είναι 5V και συνεπώς μπορεί απ' ευθείας να τροφοδοτηθεί από την πλακέτα Arduino Uno

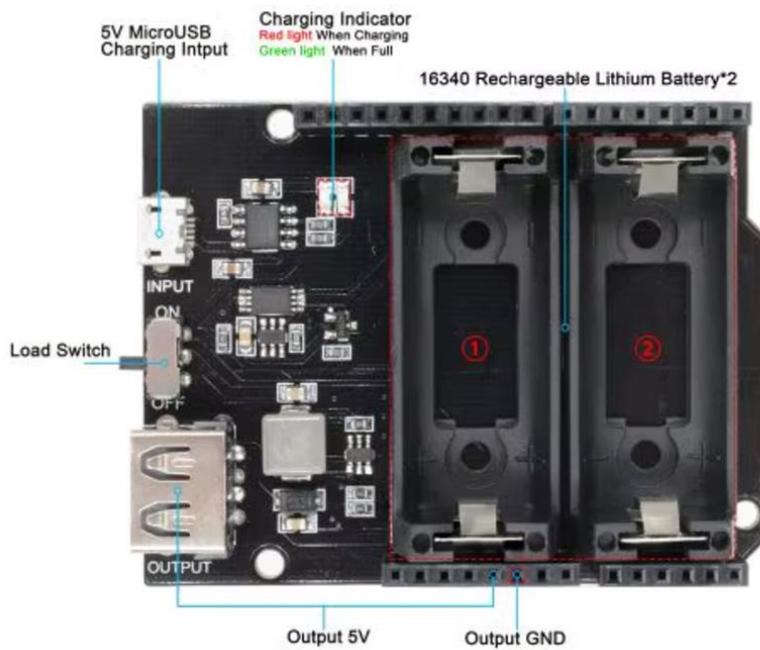
Ηλεκτρονική διάταξη πειράματος

Για το πείραμα τα ακόλουθα ηλεκτρονικά υλικά:

1. Πλακέτα Arduino Uno
2. LCD Keypad Shield για Arduino Uno [2] (Εικόνα 4)
3. Power Supply Rechargeable Dual 16340 Lithium Battery Charger Shield [3] (Εικόνα 5)
4. 2 Μπαταρίες Λίθου 16340 [4] (Εικόνα 6)



Εικόνα 4 LCD Keypad Shield για Arduino Uno



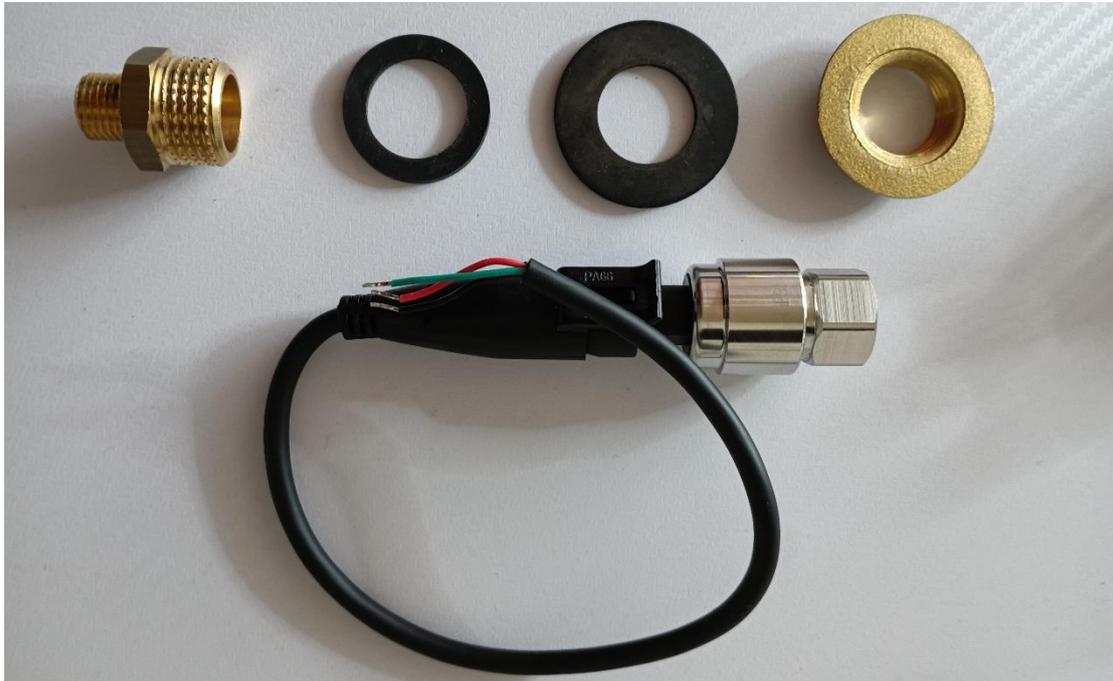
Εικόνα 5 Power Supply Rechargeable Dual 16340 Lithium Battery Charger Shield



Εικόνα 6 16340 Lithium Batteries

Μηχανολογικά εξαρτήματα

Για το πείραμα χρησιμοποιήθηκαν τα ακόλουθα μηχανολογικά εξαρτήματα για την τοποθέτηση του αισθητήρα στο μπιτόνι:



Εικόνα 7 Μηχανολογικά εξαρτήματα πειράματος

Ο κώδικας του πειράματος

```
hydroPressure_rev2 | Arduino 1.8.16
File Edit Sketch Tools Help

hydroPressure_rev2
#include <LiquidCrystal.h>

LiquidCrystal lcd(8, 9, 4, 5, 6, 7); // pins used on the LCD panel

const int AnalogPin = A1; //select the analog input pin in Arduino Uno Board
const int pressureZero = 102; //ADC output (in decimal) of pressure transducer at 0psi
const int pressureMax = 922; //ADC output (in decimal) of pressure transducer at 15psi
const int transducer_maxPSI = 15; //max psi value of the transducer used in the example
const int baudRate = 9600;
const int sensorreadDelay = 250; //delay between the sensor's successive readings

float AnalogValue_DEC;
float pressureValue = 0; //variable to store the Analog Voltage obtained from the transducer
float pressure_Pa = 0;
float height = 0;

void setup() //setup routine, runs once when system turned on or reset
{
  lcd.begin(16, 2); // start LCD library
}

void loop()
{
  AnalogValue_DEC = analogRead(AnalogPin); //read Analog Input pin (Voltage data)
  pressureValue=AnalogValue_DEC;
  pressureValue = ((pressureValue-pressureZero)*transducer_maxPSI)/(pressureMax-pressureZero); //convert Analog Voltage to PSI
  pressure_Pa = pressureValue * 6894.76; //convert PSI value to Pascal

  lcd.setCursor(0,0); //sets cursor to column 0, row 0
  lcd.print(pressureValue, 3);
  lcd.print("psi ");
  lcd.print(AnalogValue_DEC, 0);
  lcd.print("d ");

  lcd.setCursor(0, 1);
  lcd.print(pressure_Pa, 1);
  lcd.print("Pa");

  height = (pressure_Pa - 101.325) / 9800;
  height = (pressure_Pa) / 9800;
  lcd.print(" h=");
  lcd.print(height*100, 1);
  lcd.print("cm ");

  delay(sensorreadDelay);
}

Done uploading
Sketch uses 3998 bytes (12%) of program storage space. Maximum is 32256 bytes.
Global variables use 97 bytes (4%) of dynamic memory, leaving 1951 bytes for local variables. Maximum is 2048 bytes.
```

Αναφορές

[1]https://www.aliexpress.com/item/1005005274673428.html?spm=a2g0o.order_list.order_list_main.100.447b1802TiwHvM

[2]https://grobotronics.com/lcd-keypad-shield-for-arduino.html?gad_source=1&gclid=CjwKCAiA3Na5BhAZEiwAzrfagNp10jEvxd1QWWPXwdMElaG4dSrQilwuo2J_6wdf7E291cJRLuu1MxoCYE8QAvD_BwE

[3]https://www.aliexpress.com/item/1005007634299125.html?spm=a2g0o.productlist.main.3.3fe23be6pi6fiL&algo_pvid=e4463d3c-5876-4b42-b9c9-aa15bf1b2899&algo_exp_id=e4463d3c-5876-4b42-b9c9-aa15bf1b2899-1&pdp_npi=4%40dis%21EUR%212.56%211.75%21%21%212.64%211.80%21%40211b80c217330893968528012e60b2%2112000041585251465%21sea%21GR%21119935868%21X&curPageLogUid=YagaZ97i1EUL&utparam-url=scene%3Asearch%7Cquery_from%3A

[4]https://www.aliexpress.com/item/1005006826843881.html?spm=a2g0o.productlist.main.1.3f9852b3dVVmpJ&algo_pvid=56f88e8d-56a0-4179-9753-1653f0288555&algo_exp_id=56f88e8d-56a0-4179-9753-1653f0288555-0&pdp_npi=4%40dis%21EUR%2123.91%218.37%21%21%211178.31%2162.41%21%40211b617b17330896359425209e3525%2112000038429952324%21sea%21GR%21119935868%21X&curPageLogUid=Z118BSI0jtOj&utparam-url=scene%3Asearch%7Cquery_from%3A

Άσκηση για τους μαθητές

1. Μετρήστε τις διαστάσεις του δοχείου: μήκος και πλάτος. Γεμίστε νερό στο δοχείο έως ότου καλυφθεί ο αισθητήρας. Καταγράψτε τη μέτρηση ύψους του νερού που δίνει η πλακέτα Arduino (Ύψος 1). Στη συνέχεια προσθέστε στο δοχείο μία συγκεκριμένη ποσότητα νερού (π.χ. 2 λίτρα). Καταγράψτε τη νέα ένδειξη ύψους του νερού που δίνει η πλακέτα Arduino (Ύψος 2). Βρείτε τη διαφορά του ύψους ($\text{Ύψος} = \text{Ύψος}_2 - \text{Ύψος}_1$) και επαληθεύστε τα λίτρα του νερού που εισήχθησαν στο δοχείο από τον τύπο του όγκου σε ορθογωνική δεξαμενή: $(\text{Μήκος} \times \text{Πλάτος} \times \text{Ύψος}) / 1000$.
2. Καταγράψτε τους τύπους που θα χρησιμοποιηθούν για το ίδιο πείραμα σε κυλινδρική όμως δεξαμενή.