



ΕΠΙΤΡΟΠΗ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΩΝ
80^{ος} ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΟΣ ΜΑΘΗΤΙΚΟΣ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΣ
ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ “Ο ΕΥΚΛΕΙΔΗΣ”
18 Ιανουαρίου 2020

Β' ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

Πρόβλημα 1

Να προσδιορίσετε όλους τους πενταψήφιους θετικούς ακέραιους της μορφής

$$\overline{\alpha\beta 0\gamma\delta} = \alpha \cdot 10^4 + \beta \cdot 10^3 + 0 \cdot 10^2 + \gamma \cdot 10 + \delta,$$

όπου $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ ψηφία με $0 < \alpha < \beta < \gamma < \delta$, οι οποίοι είναι κοινά πολλαπλάσια του 9 και του 4.

Πρόβλημα 2

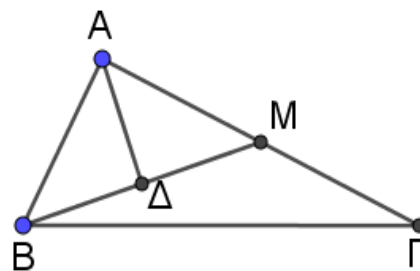
Ο Γιάννης και η Μαρία όταν βγήκαν για μία βόλτα είχαν μαζί τους και οι δύο συνολικά 600 ευρώ και ξόδεψαν και οι δύο μαζί 80 ευρώ. Αν ο Γιάννης ξόδεψε το $\frac{100}{9}\%$ των χρημάτων του και η Μαρία ξόδεψε το $\frac{100}{7}\%$ των χρημάτων της, να βρείτε πόσα χρήματα είχε ο καθένας τους.

Πρόβλημα 3

Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ με κάθετες πλευρές $AB = \alpha \text{ cm}$ και $A\Gamma = 2\alpha \text{ cm}$. Το εμβαδόν του τριγώνου $AB\Gamma$ είναι διπλάσιο του εμβαδού του τριγώνου ABM και το σημείο Δ είναι το μέσο του ευθυγράμμου τμήματος BM .

(α) Να αποδείξετε ότι το ευθύγραμμο τμήμα $A\Delta$ είναι κάθετο στο ευθύγραμμο τμήμα BM .

(β) Να βρείτε το λόγο των εμβαδών των τετραγώνων με πλευρές τις $A\Delta$ και BM , αντίστοιχα.



Πρόβλημα 4

Ο Γιώργος έγραψε έναν τετραψήφιο αριθμό στο τετράδιο του, αλλά η αδελφή του έσβησε το τελευταίο ψηφίο του. Τότε προέκυψε τριψήφιος αριθμός του οποίου η διαφορά από τον αρχικό αριθμό του Γιώργου ήταν 2020. Να προσδιορίσετε τον αριθμό που έγραψε ο Γιώργος στο τετράδιο του.

*Κάθε θέμα βαθμολογείται με 5 μονάδες
Καλή επιτυχία!*

Διάρκεια διαγωνισμού: 3 ώρες



ΕΠΙΤΡΟΠΗ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΩΝ
80^{ος} ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΟΣ ΜΑΘΗΤΙΚΟΣ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΣ
ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ “Ο ΕΥΚΛΕΙΔΗΣ”
18 Ιανουαρίου 2020

Γ΄ ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

Πρόβλημα 1

Αν οι πραγματικοί αριθμοί α, β είναι διαφορετικοί μεταξύ τους και ικανοποιούν τις ισότητες

$$\alpha + 9 = (\beta - 3)^2 \quad \text{και} \quad \beta + 9 = (\alpha - 3)^2,$$

να υπολογίσετε την τιμή του αθροίσματος $\alpha^2 + \beta^2$.

Πρόβλημα 2

Ο Δημήτρης έγραψε έναν τετραψήφιο αριθμό στο τετράδιο του, αλλά η αδελφή του έσβησε το τελευταίο ψηφίο του. Τότε προέκυψε τριψήφιος αριθμός του οποίου η διαφορά από τον αρχικό αριθμό του Δημήτρη ήταν 2019. Να προσδιορίσετε τον αριθμό που έγραψε ο Δημήτρης στο τετράδιο του.

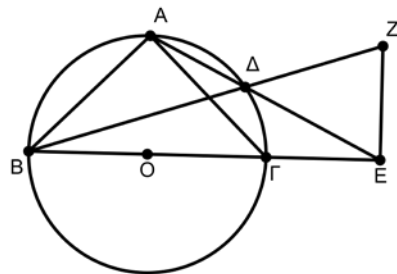
Πρόβλημα 3.

Να προσδιορίσετε όλους τους θετικούς ακέραιους α, β, γ που είναι μεγαλύτεροι του 1 και ικανοποιούν όλες τις παρακάτω συνθήκες:

- (i) ο $2\alpha - 1$ είναι πολλαπλάσιο του β ,
- (ii) ο $\beta - 1$ είναι πολλαπλάσιο του γ ,
- (iii) ο $\gamma - 1$ είναι πολλαπλάσιο του α .

Πρόβλημα 4

Στο διπλανό σχήμα δίνεται ότι το σημείο Α είναι το μέσο του τόξου $\widehat{B\Gamma}$ και Δ τυχόν σημείο του τόξου $\widehat{A\Gamma}$. Η ευθεία ΑΔ τέμνει την ευθεία ΒΓ στο σημείο Ε και $\widehat{\Gamma\hat{E}Z} = 90^\circ$.



(α) Να βρείτε πόσες μοίρες είναι η γωνία $\widehat{E\Delta Z}$

(β) Να αποδείξετε ότι: $\Gamma E = E Z$.

Σημείωση: Να κάνετε στο φύλλο των απαντήσεων σας το δικό σας σχήμα.

Κάθε θέμα βαθμολογείται με 5 μονάδες
Καλή επιτυχία!

Διάρκεια διαγωνισμού: 3 ώρες