



ΕΠΙΤΡΟΠΗ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΩΝ
84^{ος} ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΟΣ ΜΑΘΗΤΙΚΟΣ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΣ
ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ “Ο ΘΑΛΗΣ”
4 Νοεμβρίου 2023
Γ΄ ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

Πρόβλημα 1. Δίνεται η αριθμητική παράσταση

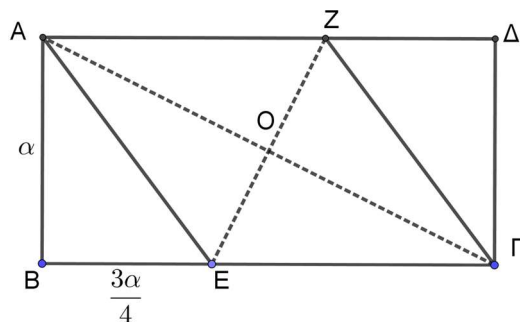
$$A = \left[\frac{(-2)^{-10}}{(-8)^{-10}} + 3 \cdot \frac{32^6}{4^5} \right]^{100} : (12^2 - 4^2)^{300}$$

Να εκφράσετε την τιμή της παράστασης A ως δύναμη με βάση το 2.

Πρόβλημα 2. Δίνεται ο εξαψήφιος θετικός ακέραιος $A = \overline{2023xy}$, όπου x, y ψηφία του δεκαδικού συστήματος αρίθμησης.

Να προσδιορίσετε τα ψηφία x, y έτσι ώστε ο αριθμός A να διαιρείται με τον αριθμό 17.

Πρόβλημα 3. Δίνονται 7 θετικοί ακέραιοι αριθμοί για τους οποίους γνωρίζουμε ότι για οποιουδήποτε 4 από αυτούς, το γινόμενο τους διαιρείται με το 10. Να αποδείξετε ότι υπάρχει ένας αριθμός από τους 7 δεδομένους που διαιρείται με το 10.



Πρόβλημα 4. Στο παραπάνω σχήμα το τετράπλευρο ABΓΔ είναι ορθογώνιο με $AB = \alpha$, $B\Gamma = 2\alpha$. Οι ευθείες AE και ΓZ είναι παράλληλες και $BE = \frac{3\alpha}{4}$. Να αποδείξετε ότι:

(α) $AE = AZ$.

(β) Η διαγώνιος BD του ορθογωνίου ABΓΔ περνάει από το O που είναι το σημείο τομής των ευθυγράμμων τμημάτων AG και ZE.

(γ) $AG = 2 \cdot EZ$.

Σημείωση: Στο φύλλο απαντήσεων να κάνετε το δικό σας σχήμα.

Διάρκεια εξέτασης: 3 ώρες

Κάθε πρόβλημα βαθμολογείται με 5 μονάδες

Καλή επιτυχία!