

Δυνάμεις ρητών με ευθέτη ακέραιο

$$1.) 2^{-3} = \frac{1}{2^3} \text{ (από 7 ιδιότητα)}$$

$$2.) 3^{-2} = \frac{1}{3^2} \text{ (από 7 ιδιότητα)}$$

$$3.) 7^0 = 1 \text{ (από 6 ιδιότητα)}$$

$$4.) -13^0 = -1 \text{ (από 6 ιδιότητα)}$$

$$5.) (-2)^{-4} = \frac{1}{(-2)^4} \xrightarrow{\text{από 7}} \frac{1}{2^4} \xrightarrow{\text{λόγος άρτιου εκθέτη}}$$

$$6.) -(-3)^{-3} = -\frac{1}{(-3)^3} \xrightarrow{\text{από 7}} -\frac{1}{-3^3} \xrightarrow{\text{λόγος περιττού εκθέτη}} = +\frac{1}{3^3}$$

- : - = +

$$7.) -(-21)^0 = -1 \text{ (από 6 ιδιότητα)}$$

$$8.) -(-13^0) = -(-1) = +1$$

1 (από 6 ιδιότητα)

$$9.) \left(\frac{3}{5}\right)^{-2} = \left(\frac{5}{3}\right)^2 = \frac{5^2}{3^2} \text{ (από 5 ιδιότητα)}$$

(από 8 ιδιότητα) (από 5 ιδιότητα)

$$10.) \left(\frac{1}{3}\right)^{-2} = \left(\frac{3}{1}\right)^2 = \frac{3^2}{1^2} = 3^2 \text{ (από 8 ιδιότητα)}$$

$$11.) \left(-\frac{4}{3}\right)^{-2} = \left(-\frac{3}{4}\right)^2 = \left(\frac{3}{4}\right)^2 = \frac{3^2}{4^2} \text{ (από 8 ιδιότητα) (από 5 ιδιότητα)}$$

(λόγος άρτιου εκθέτη)

$$1.) a^{\mu} \cdot a^{\nu} = a^{\mu+\nu}$$

$$2.) a^{\mu} : a^{\nu} = a^{\mu-\nu}$$

$$\frac{a^{\mu}}{a^{\nu}} = a^{\mu-\nu}$$

$$3.) (a^{\mu})^{\nu} = a^{\mu \cdot \nu}$$

$$4.) (a \cdot b)^{\nu} = a^{\nu} \cdot b^{\nu}$$

$$5.) \left(\frac{a}{b}\right)^{\nu} = \frac{a^{\nu}}{b^{\nu}}$$

$$6.) a^0 = 1$$

$$7.) a^{-\nu} = \frac{1}{a^{\nu}}$$

$$8.) \left(\frac{a}{b}\right)^{-\nu} = \left(\frac{b}{a}\right)^{\nu}$$

$$12) - \left(\frac{7}{9}\right)^{-2} = - \left(\frac{9}{7}\right)^2 \xrightarrow{(\alpha \text{ n}^\circ 5 \text{ ιδιότητα})} - \frac{9^2}{7^2}$$

$\hookrightarrow (\alpha \text{ n}^\circ 8 \text{ ιδιότητα})$

$$13) 3^{-9} \cdot 3^5 = 3^{-9+5} = 3^{-4} = \frac{1}{3^4} \xrightarrow{(\alpha \text{ n}^\circ 1 \text{ ιδιότητα})}$$

$\hookrightarrow (\alpha \text{ n}^\circ 7 \text{ ιδιότητα})$

$$14) 8^{-12} \cdot 8^{14} = 8^{-12+14} = 8^2 \xrightarrow{(\alpha \text{ n}^\circ 1 \text{ ιδιότητα})}$$

$$15) \left(-\frac{6}{5}\right)^{-9} \cdot \left(-\frac{6}{5}\right)^7 = \left(-\frac{6}{5}\right)^{-9+7} = \left(-\frac{6}{5}\right)^{-2} \xrightarrow{(\alpha \text{ n}^\circ 1 \text{ ιδιότητα})} \left(-\frac{6}{5}\right)^{-2} \xrightarrow{(\alpha \text{ n}^\circ 8 \text{ ιδιότητα})} \left(-\frac{5}{6}\right)^2 \xrightarrow{(\alpha \text{ n}^\circ 5 \text{ ιδι.})} \frac{5^2}{6^2}$$

$\hookrightarrow \text{λόγω άρτιου εκθέτη}$

$$16) 2^{10} : 2^{15} = 2^{10-15} = 2^{-5} = \frac{1}{2^5} \xrightarrow{(\alpha \text{ n}^\circ 2 \text{ ιδιότητα})}$$

$\hookrightarrow (\alpha \text{ n}^\circ 7 \text{ ιδιότητα})$

$$17) \frac{(-7)^6}{(-7)^8} = (-7)^{6-8} = (-7)^{-2} = \frac{1}{(-7)^2} = \frac{1}{7^2} \xrightarrow{(\alpha \text{ n}^\circ 2 \text{ ιδιότητα})}$$

$\downarrow$
(λόγω άρτιου εκθέτη)
(α n° 7 ιδιότητα)

$$18) 6^{-5} : 6^{-7} = 6^{-5-(-7)} = 6^{-5+7} = 6^2 \xrightarrow{(\alpha \text{ n}^\circ 2 \text{ ιδιότητα})}$$

$$19) 3^{-5} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{-5} = \left(\cancel{3} \cdot \frac{2}{\cancel{3}}\right)^{-5} = 2^{-5} = \frac{1}{2^5} \xrightarrow{(\alpha \text{ n}^\circ 4 \text{ ιδιότητα})}$$

$\downarrow$
(α n° 7 ιδιότητα)

$$20) \left(\frac{3}{4}\right)^{-6} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{-6} = \left(\cancel{\frac{3}{4}} \cdot \frac{2}{\cancel{3}}\right)^{-6} = \left(\frac{2}{4 \cdot 2}\right)^{-6} = \left(\frac{1}{2}\right)^{-6} = \left(\frac{2}{1}\right)^6 = 2^6$$

$\downarrow$
(α n° 4 ιδιότητα) $\downarrow$
(α n° 8 ιδιότητα)

$$21) \left(\frac{16}{27}\right)^{-3} : \left(-\frac{8}{9}\right)^{-3} \xrightarrow{(\alpha\eta\delta 6 \text{ ιδιότητα})} \left[\frac{16}{27} : \left(-\frac{8}{9}\right)\right]^{-3} = \left[\frac{16}{27} \cdot \left(-\frac{9}{8}\right)\right]^{-3} =$$

$$= \left(-\frac{\cancel{16}^2}{\cancel{27}_3} \cdot \frac{\cancel{9}}{\cancel{8}}\right)^{-3} = \left(-\frac{2}{3}\right)^{-3} \xrightarrow{(\alpha\eta\delta 8 \text{ ιδιότητα})} \left(-\frac{3}{2}\right)^3 =$$

$$= -\frac{3^3}{2^3}$$

↓

(λόγω περιπτώσεως εκθέτων
5' αηδ 5 ιδιότητα)

$$22) (3^{-5})^4 \cdot (3^{-3})^{-6} = 3^{-5 \cdot 4} \cdot 3^{-3 \cdot (-6)} = 3^{-20} \cdot 3^{18} \xrightarrow{(\alpha\eta\delta 1 \text{ ιδιότητα})} 3^{-20+18} = 3^{-2} =$$

↓

(αηδ 3 ιδιότητα)

= $\frac{1}{3^2}$
↓
(αηδ 7 ιδιότητα)

$$23) (7^{-2})^{-3} : 7^5 \xrightarrow{(\alpha\eta\delta 3 \text{ ιδιότητα})} 7^5 = 7^{-2 \cdot (-3)} : 7^5 = 7^6 : 7^5 = 7^{6-5} = 7^1 = 7$$

↓

(αηδ 2 ιδιότητα)

$$24) \frac{(3^{-6})^{-3}}{(3^2)^7} = \frac{3^{-6 \cdot (-3)}}{3^{2 \cdot 7}} = \frac{3^{18}}{3^{14}} = 3^{18-14} = 3^4$$

$$25) \left[\left(\frac{2}{3}\right)^{-4}\right]^3 \cdot \left[\left(\frac{2}{3}\right)^{-5}\right]^{-2} = \left(\frac{2}{3}\right)^{-4 \cdot 3} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{-5 \cdot (-2)} = \left(\frac{2}{3}\right)^{-12} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{10} =$$

$$= \left(\frac{2}{3}\right)^{-12+10} = \left(\frac{2}{3}\right)^{-2} = \left(\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{3^2}{2^2}$$

$$26) (-9)^{-5} \cdot 9^3 = \frac{1}{(-9)^5} \cdot 9^3 = \frac{1}{-9^5} \cdot 9^3 = -\frac{9^3}{9^5} = -9^{3-5} = -9^{-2} =$$

$$= -\frac{1}{9^2}$$

$$27) 4^{-5} \cdot (-4)^8 = 4^{-5} \cdot 4^8 = 4^{-5+8} = 4^3$$

$$28) 2^{-7} \cdot (-2)^3 = 2^{-7} \cdot (-2^3) = -2^{-7} \cdot 2^3 = -2^{-7+3} = -2^{-4} = -\frac{1}{2^4}$$

$$29) 5^{-11} \cdot (-5)^8 = 5^{-11} \cdot 5^8 = 5^{-11+8} = 5^{-3} = \frac{1}{5^3}$$

$$30) \frac{4^5 \cdot (4^{-2})^6}{4^{-3} \cdot 4^{-1}} = \frac{4^5 \cdot 4^{-2 \cdot 6}}{4^{-3+(-1)}} = \frac{4^5 \cdot 4^{-12}}{4^{-3-1}} = \frac{4^{5+(-12)}}{4^{-4}} = \frac{4^{5-12}}{4^{-4}} = \frac{4^{-7}}{4^{-4}} = 4^{-7-(-4)} = 4^{-7+4} = 4^{-3} = \frac{1}{4^3}$$

$$31) (5^8 \cdot 5^{-5})^2 (5^{-6} \cdot 5^{-8})^{-4} = (5^{8+(-5)})^2 \cdot (5^{-6+(-8)})^{-4} = (5^{8-5})^2 \cdot (5^{-6-8})^{-4} = (5^3)^2 \cdot (5^{-14})^{-4} = 5^6 \cdot 5^{-8} = 5^{6+(-8)} = 5^{6-8} = 5^{-2} = \frac{1}{5^2}$$

$$32) \frac{(6^{-5})^{-3} \cdot (6^3)^{-2}}{(6^{-2})^{-3} \cdot 6} = \frac{6^{-5 \cdot (-3)} \cdot 6^{3 \cdot (-2)}}{6^{-2 \cdot (-3)} \cdot 6} = \frac{6^{15} \cdot 6^{-6}}{6^6 \cdot 6^1} = \frac{6^{15+(-6)}}{6^{6+1}} = \frac{6^{15-6}}{6^7} = \frac{6^9}{6^7} = 6^{9-7} = 6^2$$

$$33) \frac{(2^{-6})^3 \cdot (2^3)^2}{(2^{-4})^2 \cdot 2} = \frac{2^{-6 \cdot 3} \cdot 2^{3 \cdot 2}}{2^{-4 \cdot 2} \cdot 2} = \frac{2^{-18} \cdot 2^6}{2^{-8} \cdot 2} = \frac{2^{-18+6}}{2^{-8+1}} = \frac{2^{-12}}{2^{-7}} = 2^{-12-(-7)} = 2^{-12+7} = 2^{-5} = \frac{1}{2^5}$$

$$\begin{aligned}
 34) \quad \frac{(3^{-2} \cdot 3^{-3})^{-4}}{(3 : 3^{-5})^3} &= \frac{(3^{-2+(-3)})^{-4}}{(3^{1-(-5)})^3} = \frac{(3^{-2-3})^{-4}}{(3^{1+5})^3} = \frac{(3^{-5})^{-4}}{(3^6)^3} = \frac{3^{-5 \cdot (-4)}}{3^{6 \cdot 3}} = \\
 &= \frac{3^{20}}{3^{18}} = 3^{20-18} = 3^2
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 35) \quad \frac{(2^{-3})^{-5} : (2^3 : 2^{-4})}{2^5 \cdot 2^{-1}} &= \frac{2^{-3 \cdot (-5)} : (2^{3-(-4)})}{2^{5+(-1)}} = \frac{2^{15} : (2^{3+4})}{2^{5-1}} = \\
 &= \frac{2^{15} : 2^7}{2^4} = \frac{2^{15-7}}{2^4} = \frac{2^8}{2^4} = 2^{8-4} = 2^4
 \end{aligned}$$

$$36) (0,01)^5 = (10^{-2})^5 = 10^{-2 \cdot 5} = 10^{-10} = \frac{1}{10^{10}}$$

$$37) 1000^{-4} = (10^3)^{-4} = 10^{3 \cdot (-4)} = 10^{-12} = \frac{1}{10^{12}}$$

$$\begin{aligned}
 38) ((0,01)^3)^{-2} &= ((10^{-2})^3)^{-2} = (10^{-2 \cdot 3})^{-2} = (10^{-6})^{-2} = 10^{-6 \cdot (-2)} = \\
 &= 10^{12}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 39) (0,01 \cdot 0,001)^3 &= (10^{-2} \cdot 10^{-3})^3 = (10^{-2+(-3)})^3 = (10^{-2-3})^3 = \\
 &= (10^{-5})^3 = 10^{-5 \cdot 3} = 10^{-15} = \frac{1}{10^{15}}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 40) (100 \cdot 0,0001)^5 &= (10^2 \cdot 10^{-4})^5 = (10^{2+(-4)})^5 = (10^{2-4})^5 = \\
 &= (10^{-2})^5 = 10^{-2 \cdot 5} = 10^{-10} = \frac{1}{10^{10}}
 \end{aligned}$$