

3.2 Καρτεσιανές συντεταγμένες-Γραφική παράσταση συνάρτησης

1. Γνωρίζουμε ότι με έναν αριθμό μπορούμε να προσδιορίσουμε τη θέση ενός σημείου πάνω σε μια ευθεία (**τετμημένη σημείου**).



Το σημείο **A** έχει **τετμημένη** και το σημείο **B** **τετμημένη**

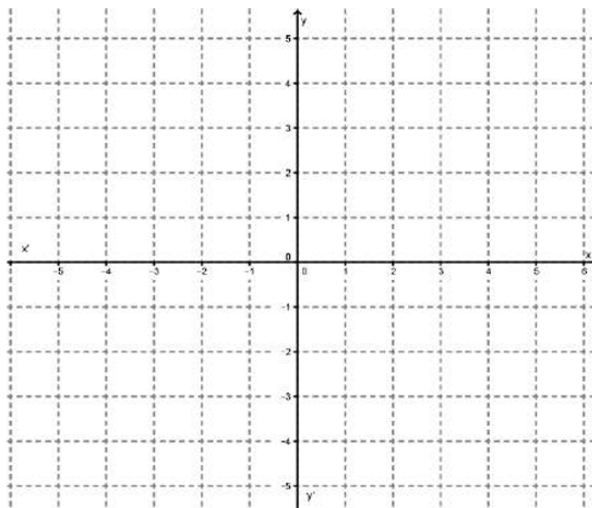
Θα δούμε παρακάτω ότι με δύο αριθμούς μπορούμε να προσδιορίσουμε τη θέση ενός σημείου στο επίπεδο.

2. Κατασκευάζουμε δύο κάθετους άξονες $x'x$ και $y'y$, με κοινή αρχή το σημείο O . Οι δύο αυτοί άξονες αποτελούν ένα **σύστημα ορθογωνίων αξόνων**.

Αν στους άξονες αυτούς χρησιμοποιήσουμε την ίδια μονάδα μέτρησης, τότε λέμε ότι έχουμε ένα **ορθοκανονικό σύστημα αξόνων**.

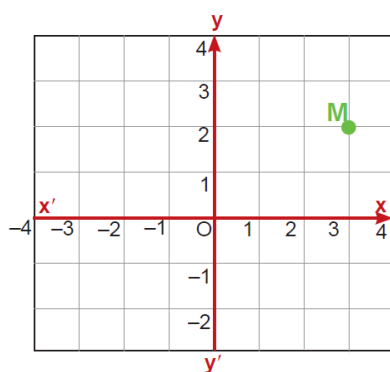
Το σημείο O λέγεται **αρχή των αξόνων**.

Ο **οριζόντιος άξονας** $x'x$ λέγεται και **άξονας των τετμημένων** ενώ ο **κάθετος άξονας** $y'y$ λέγεται και **άξονας των τεταγμένων**.

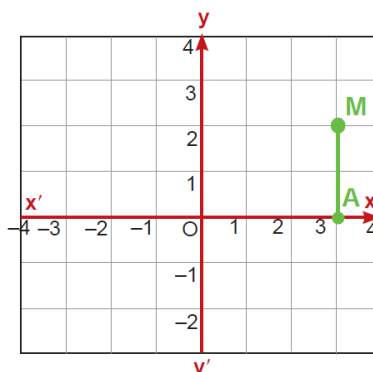


3. Συντεταγμένες σημείου στο επίπεδο

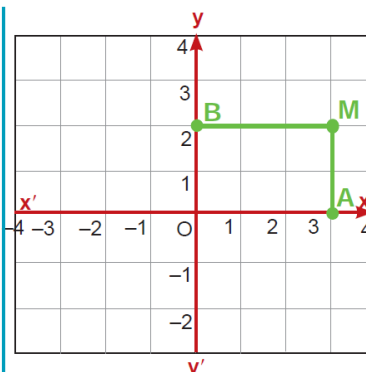
Για να προσδιορίσουμε τη θέση ενός σημείου στο επίπεδο εργαζόμαστε ως εξής:



1. Σχεδιάζουμε δύο κάθετους άξονες $x'x$ και $y'y$, με κοινή αρχή O και ίδιες μονάδες μέτρησης καθώς και ένα σημείο M .



2. Από το M φέρνουμε παράλληλη προς τον άξονα $y'y$ που τέμνει τον άξονα $x'x$ στο σημείο A . Για το σχήμα μας το A αντιστοιχεί στον αριθμό 3 του άξονα $x'x$.

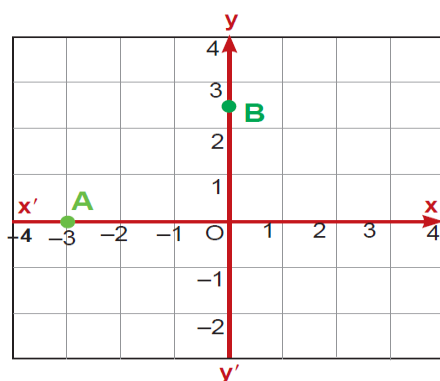


3. Από το M φέρνουμε παράλληλη προς τον άξονα $x'x$ που τέμνει τον άξονα $y'y$ στο σημείο B . Για το σχήμα μας το B αντιστοιχεί στον αριθμό 2 του άξονα $y'y$.

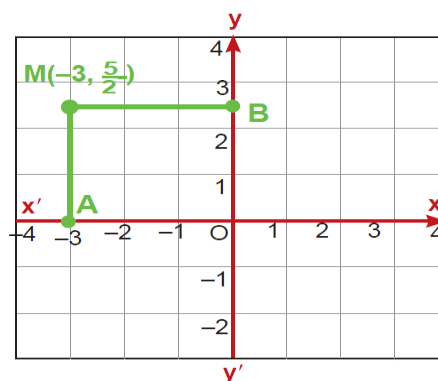
Δλδ. το σημείο M αντιστοιχεί στο ζεύγος των αριθμών 3 και 2 και συμβολίζεται με $M(.....,.....)$.

Ο πρώτος από τους αριθμούς αυτούς ονομάζεται του σημείου M, και ο δεύτερος του σημείου M. Η και η του M λέγονται του σημείου M.

Αλλά και αντίστροφα αν έχουμε ένα σύστημα αξόνων στο επίπεδο και ένα ζεύγος αριθμών π.χ. $(-3, \frac{5}{2})$, μπορούμε να βρούμε ένα μόνο σημείο M του επιπέδου που αντιστοιχεί στο ζεύγος αυτό ως εξής:



1. Σημειώνουμε με A το σημείο του άξονα $x'x$ που αντιστοιχεί στον αριθμό -3 και με B το σημείο του άξονα $y'y$ που αντιστοιχεί στον αριθμό $\frac{5}{2}$.



2. Από τα σημεία A και B φέρνουμε παράλληλες προς τους άξονες $y'y$ και $x'x$ αντίστοιχα, που τέμνονται στο σημείο M, που είναι το ζητούμενο με συντεταγμένες $M(-3, \frac{5}{2})$.

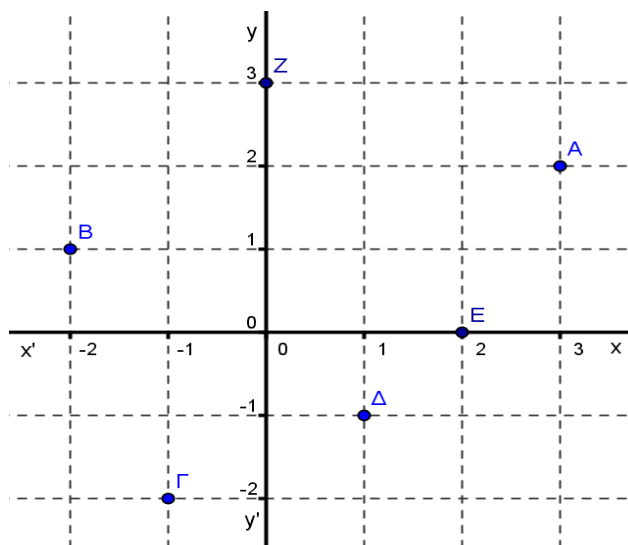
Γενικά κάθε σημείο του επιπέδου αντιστοιχεί σε ένα μόνο
..... και, αντιστρόφως, κάθε ζεύγος αριθμών αντιστοιχεί σε ένα μόνο
.....

Π.Χ.

α) Στο διπλανό σχήμα να βρείτε τις συντεταγμένες των σημείων που είναι σημειωμένα:

A(.....), B(.....), Γ(.....),
Δ(.....), Ε(.....), Ζ(.....)

β) Να σχεδιάσετε στο διπλανό σχήμα τα σημεία H(-1,2), Θ(3,-1), Κ(3,0) και Λ(0,2).



γ) Αν ένα σημείο ανήκει στον άξονα $x'x$ τότε έχει ίση με 0, όπως το σημείο στο σχήμα. Αν ένα σημείο ανήκει στον άξονα $y'y$ τότε έχει ίση με 0, όπως το σημείο στο σχήμα. Η αρχή O των αξόνων έχει συντεταγμένες

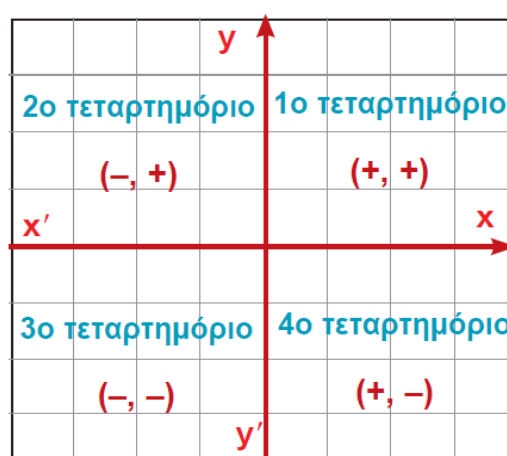
4. Ένα σύστημα ορθογωνίων αξόνων χωρίζει το επίπεδο σε τέσσερα μέρη που λέγονται **τεταρτημόρια**, όπως στο παρακάτω σχήμα. Μπορούμε να καταλάβουμε σε ποιο τεταρτημόριο βρίσκεται ένα σημείο $M(\alpha, \beta)$ από τα πρόσημα των αριθμών α και β . Αν το $M(\alpha, \beta)$ βρίσκεται:

α) στο 1^ο τεταρτημόριο, $\alpha > 0$ είναι και $\beta > 0$.

β) στο 2^ο τεταρτημόριο, είναι $\alpha < 0$ και $\beta > 0$.

γ) στο 3^ο τεταρτημόριο, είναι $\alpha < 0$ και $\beta < 0$.

δ) στο 4^ο τεταρτημόριο, είναι $\alpha > 0$ και $\beta < 0$.



5. Συμμετρικά σημείων

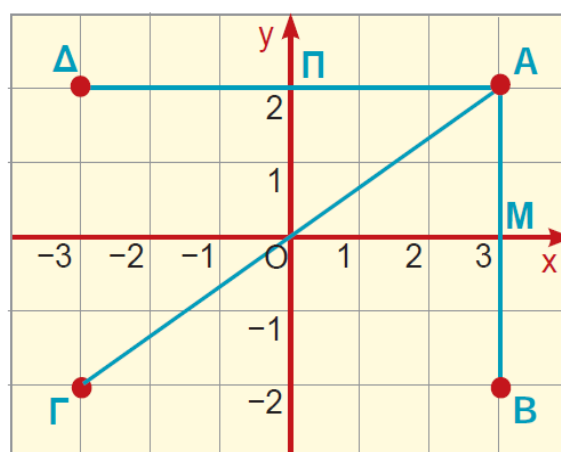
- Δύο σημεία είναι συμμετρικά ως προς τον $x'x$ όταν έχουν την ίδια τετμημένη και αντίθετες τεταγμένες.

π.χ. $A(3, 2)$ και $B(3, -2)$

- Δύο σημεία είναι συμμετρικά ως προς τον $y'y$ όταν έχουν την ίδια τεταγμένη και αντίθετες τετμημένες.

π.χ. $A(3, 2)$ και $\Gamma(-3, 2)$

- Δύο σημεία είναι συμμετρικά ως προς την αρχή των αξόνων όταν έχουν αντίθετες τετμημένες και αντίθετες τεταγμένες. π.χ. $A(3, 2)$ και $\Delta(-3, -2)$



6. Απόσταση δύο σημείων

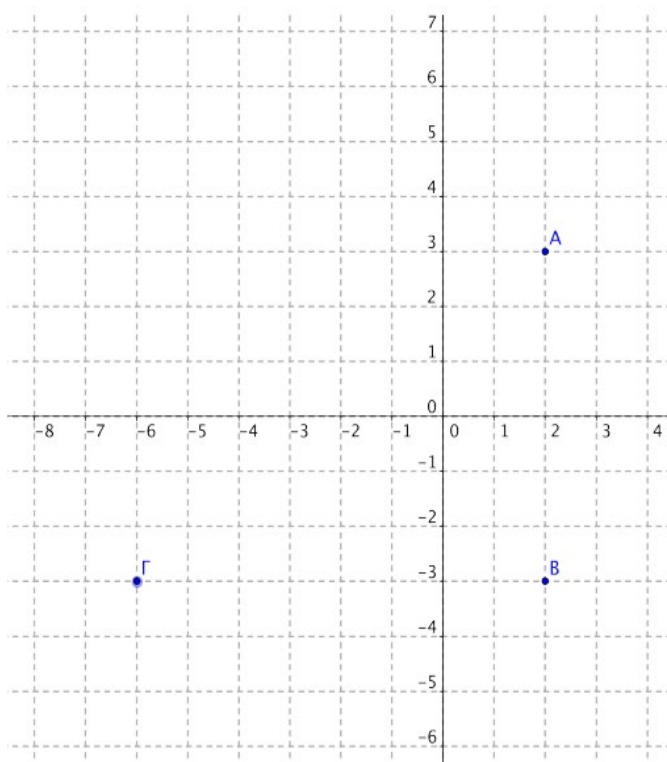
α) Να βρείτε τις συντεταγμένες των σημείων Α, Β και Γ.

β) Να παραστήσετε τα σημεία Δ (0, -6) και Ε(6, 0) στο διπλανό ορθοκανονικό σύστημα αξόνων.

γ) Να βρείτε τις αποστάσεις των σημείων Α, Δ και Ε από τους άξονες $x'x$ και $y'y$

δ) Να βρείτε τα μήκη των ευθυγράμμων τμημάτων ΑΒ και ΒΓ.

ε) Να βρείτε το μήκος του ευθύγραμμου τμήματος ΑΓ.



7. Γραφική παράσταση συνάρτησης

Έστω ότι έχουμε μία συνάρτηση με την οποία ένα φυσικό μέγεθος y εκφράζεται ως συνάρτηση ενός άλλο μεγέθους x .

Γραφική παράσταση της συνάρτησης αυτής λέγεται το σύνολο όλων των σημείων του επιπέδου με συντεταγμένες (x, y) .

Η γραφική παράσταση μιας συνάρτησης μας δίνει μια «εποπτική» εικόνα της συνάρτησης αυτής και μας βοηθάει να πάρουμε χρήσιμες πληροφορίες για τη σχέση των μεταβλητών x και y .

Για να σχεδιάσουμε τη γραφική παράσταση μιας συνάρτησης φτιάχνουμε έναν πίνακα τιμών της συνάρτησης και τοποθετούμε τα αντίστοιχα σημεία σε ένα σύστημα αξόνων Oxy . Ενώνοντας τα σημεία, προκύπτει η γραμμή που μας δίνει τη γραφική παράσταση.

