

ΜΑΘΗΜΑ 40

Ρητές αλγεβρικές παραστάσεις σελ. 71-74

- Τι είναι ρητή αλγεβρική παράσταση
- Πότε ορίζεται μια ρητή αλγεβρική παράσταση
- Πώς απλοποιώ μια ρητή αλγεβρική παράσταση.
- Παραδείγματα 1,2 σελ. 72
- Ερωτήσεις κατανόησης 1,2 σελ. 73
- Ασκήσεις 1,2,3 σελ. 74 (εκτός 3 η)

Τι είναι ρητή αλγεβρική παράσταση

Μια αλγεβρική παράσταση (π.χ. $\frac{x^3 + 4}{x - 1}$, $\frac{xy\omega}{x + y}$, $\frac{2}{x^2 + 4}$) που είναι κλάσμα και οι όροι του είναι πολυώνυμα, λέγεται ρητή αλγεβρική παράσταση ή απλώς ρητή παράσταση.

Πότε ορίζεται μια ρητή αλγεβρική παράσταση

Όπως γνωρίζουμε η πράξη της διαίρεσης ορίζεται μόνο αν ο διαιρέτης δεν είναι μηδέν. Διαίρεση δια μηδέν δεν ορίζεται !

Δηλαδή $0 : 5 = 0$, δηλαδή ο διαιρετέος επιτρέπεται να είναι μηδέν.

Όμως $5 : 0$ δεν ορίζεται, δηλαδή ο διαιρέτης δεν μπορεί να είναι μηδέν, άλλωστε αν προσπαθούσατε να βρείτε το αποτέλεσμα αυτής της διαίρεσης θα καταλήγατε σε αδιέξοδο !!!

Επειδή διαίρεση δια μηδέν δεν ορίζεται, αυτό σημαίνει ότι κανένα κλάσμα δεν μπορεί να έχει παρονομαστή μηδέν.

Επομένως:

Οι μεταβλητές μιας ρητής παράστασης δεν μπορούν να πάρουν τιμές που μηδενίζουν τον παρονομαστή της, αφού δεν ορίζεται κλάσμα με παρονομαστή μηδέν.

Για παράδειγμα, η παράσταση $\frac{x^3 + 4}{x - 1}$ ορίζεται, αν $x \neq 1$.

Παράδειγμα 1 σελ. 72

1 Για ποιες τιμές των μεταβλητών τους ορίζονται οι παραστάσεις;

α) $\frac{x^2 + 7x + 2}{x}$

β) $\frac{x^2 + 6}{x + 2}$

γ) $\frac{x^2 + y^2}{x - y}$

Λύση

α) Η παράσταση $\frac{x^2 + 7x + 2}{x}$ ορίζεται, αν η μεταβλητή x παίρνει τιμές που δε μηδενίζουν τον παρονομαστή, δηλαδή για $x \neq 0$.

β) Ομοίως η παράσταση $\frac{x^2 + 6}{x + 2}$ ορίζεται, αν $x + 2 \neq 0$, δηλαδή για $x \neq -2$.

γ) Η παράσταση $\frac{x^2 + y^2}{x - y}$ ορίζεται, αν οι μεταβλητές x, y παίρνουν τιμές, τέτοιες ώστε $x - y \neq 0$, δηλαδή για $x \neq y$.

Απλοποίηση ρητής αλγεβρικής παράστασης

Όπως μια αριθμητική παράσταση, έτσι και μια ρητή παράσταση, μπορεί να απλοποιηθεί, αν ο αριθμητής και ο παρονομαστής της είναι γινόμενα και έχουν κοινό παράγοντα.

Έτσι, η παράσταση $\frac{6x + y}{3x}$ δεν απλοποιείται, ενώ η παράσταση $\frac{6xy}{3x}$ απλοποιείται, γιατί

οι όροι της είναι γινόμενα και έχουν κοινό παράγοντα το $3x$. Αν διαιρέσουμε και τους δύο

όρους με τον κοινό παράγοντα, έχουμε $\frac{6xy}{3x} = \frac{6xy : 3x}{3x : 3x} = \frac{2y}{1} = 2y$

Η προηγούμενη απλοποίηση γίνεται συντομότερα, αν διαγράψουμε τον κοινό παράγοντα,

οπότε έχουμε $\frac{6xy}{3x} = \frac{\cancel{3x} \cdot 2y}{\cancel{3x}} = 2y$

Αν όμως σε μια ρητή παράσταση ο αριθμητής ή ο παρονομαστής δεν είναι γινόμενο, τότε για να την απλοποιήσουμε εργαζόμαστε ως εξής:

- Παραγοντοποιούμε και τους δύο όρους της και
- διαγράφουμε τους κοινούς παράγοντες των όρων της.

Για παράδειγμα, η παράσταση $\frac{5x - 10}{x^2 - 4}$ απλοποιείται ως εξής:

$$\frac{5x - 10}{x^2 - 4} = \frac{5(x - 2)}{x^2 - 2^2} = \frac{5(\cancel{x-2})}{(\cancel{x-2})(x+2)} = \frac{5}{x+2}$$



Παράδειγμα 2 σελ. 72

2 Να απλοποιηθούν οι παραστάσεις:

α) $\frac{12x^3y\omega^2}{8xy^3}$

β) $\frac{3x^2 - 3}{6x^2 - 6x}$

γ) $\frac{x^2 - 2xy + y^2}{x^3 - y^3}$

Λύση

α) Στην παράσταση $\frac{12x^3y\omega^2}{8xy^3}$ και οι δύο όροι της είναι γινόμενα, οπότε έχουμε

$$\frac{12x^3y\omega^2}{8xy^3} = \frac{3x^2\omega^2}{2y^2}$$

β) Παραγοντοποιούμε και τους δύο όρους της παράστασης και έχουμε

$$\frac{3x^2 - 3}{6x^2 - 6x} = \frac{3(x^2 - 1)}{6x(x - 1)} = \frac{3\cancel{(x-1)}(x+1)}{6x\cancel{(x-1)}} = \frac{x+1}{2x}$$

γ) Ομοίως έχουμε $\frac{x^2 - 2xy + y^2}{x^3 - y^3} = \frac{(x-y)^2}{\cancel{(x-y)}(x^2 + xy + y^2)} = \frac{x-y}{x^2 + xy + y^2}$

Ερώτηση κατανόησης 1 σελ. 73

1 Να συμπληρώσετε τον πίνακα αντιστοιχίζοντας σε κάθε παράσταση της στήλης Α τις τιμές της μεταβλητής της από τη στήλη Β, για τις οποίες ορίζεται.

Στήλη Α	Στήλη Β
α. $\frac{1}{x}$	1. $x \neq 1$
β. $\frac{x-1}{x+1}$	2. $x \neq 0$ και $x \neq 1$
γ. $\frac{x}{x^2-1}$	3. $x \neq -1$
δ. $\frac{2(x-1)}{x-1}$	4. $x \neq 1$ και $x \neq -1$
ε. $\frac{3}{x^2+1}$	5. οποιοσδήποτε αριθμός
	6. $x \neq 0$

α	β	γ	δ	ε

Ερώτηση κατανόησης 2 σελ. 73

2 Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω ισότητες με (Σ), αν είναι σωστές ή με (Λ), αν είναι λανθασμένες.

α) $\frac{x^2 + 1}{x} = x + 1$ ☐

β) $\frac{x(x + 1)}{x} = x + 1$ ☐

γ) $\frac{(x + 2)(x + 1)}{4(x + 1)} = \frac{x + 2}{4}$ ☐

δ) $\frac{x + 2(x + 1)}{4(x + 1)} = \frac{x + 2}{4}$ ☐

ε) $\frac{x^2 - y^2}{x - y} = x + y$ ☐

στ) $\frac{(x - y)^2}{x - y} = x + y$ ☐

Ασκήσεις

Ασχολούμαστε με τις ασκήσεις 1,2,3 (εκτός της 3 η). Οι λύσεις θα αναρτηθούν όταν τις ολοκληρώσουμε.