

Τετράδιο Επανάληψης



Επιμέλεια: Βασίλης Κράντας - email: info@e-maths.gr

Μαθηματικά Β' Γυμνασίου

- Επαναληπτικά θέματα εξετάσεων
- Όλη η θεωρία σε ερωτήσεις - απαντήσεις



ΑΛΓΕΒΡΑ

Από το βιβλίο της α' Γυμνασίου:

Κεφάλαιο 7° - Θετικοί και Αρνητικοί αριθμοί

A. 7. 1

1. Τι είναι τα πρόσθημα και πως χαρακτηρίζονται οι αριθμοί από αυτά;

Τα σύμβολα «+» και «-» που λέγονται πρόσθημα, γράφονται πριν από τους αριθμούς και τους χαρακτηρίζουν, αντίστοιχα, ως θετικούς ή αρνητικούς.

Το μηδέν δεν είναι ούτε θετικός ούτε αρνητικός αριθμός.

2. Πότε δύο ή περισσότεροι αριθμοί λέγονται ομόσημοι και πότε ετερόσημοι;

Δύο ή περισσότεροι αριθμοί λέγονται **ομόσημοι** όταν έχουν το ίδιο πρόσθημα και **ετερόσημοι** όταν έχουν διαφορετικό πρόσθημα.

3. Ποιοι είναι οι ακέραιοι και ποιοι οι ρητοί αριθμοί;

Ακέραιοι αριθμοί είναι οι φυσικοί αριθμοί μαζί με τους αντίστοιχους αρνητικούς αριθμούς. Ρητοί αριθμοί είναι όλοι οι γνωστοί μας έως τώρα αριθμοί φυσικοί, κλάσματα και δεκαδικοί μαζί με τους αντίστοιχους αρνητικούς αριθμούς.

A. 7. 2

4. Τι εκφράζει η απόλυτη τιμή ενός ρητού αριθμού α και πως συμβολίζεται;

Η απόλυτη τιμή ενός ρητού αριθμού α , εκφράζει την απόσταση του σημείου με τετμημένη α από την αρχή O του άξονα και συμβολίζεται με $|\alpha|$.

5. Πότε δύο ρητοί αριθμοί λέγονται αντίθετοι;

Δύο αριθμοί ονομάζονται αντίθετοι όταν είναι ετερόσημοι και έχουν την ίδια απόλυτη τιμή.

6. Ποιος είναι ο αντίθετος του αριθμού x ;

Ο αντίθετος του x είναι ο $-x$.

Επαναληπτικές ερωτήσεις θεωρίας

7. Πώς ορίζεται η απόλυτη τιμή ενός ρητού αριθμού;

- ♦ Η απόλυτη τιμή ενός θετικού ρητού αριθμού είναι ο ίδιος ο αριθμός.
- ♦ Η απόλυτη τιμή ενός αρνητικού ρητού αριθμού είναι ο αντίθετος του.
- ♦ Η απόλυτη τιμή του μηδενός είναι το μηδέν.

A. 7. 3

8. Πώς προσθέτουμε δύο ρητούς αριθμούς;

- ♦ Για να προσθέσουμε δύο ομόσημους ρητούς αριθμούς, προσθέτουμε τις απόλυτες τιμές τους και στο άθροισμα (στο αποτέλεσμα) βάζουμε το πρόσημο τους.
- ♦ Για να προσθέσουμε δύο ετερόσημους ρητούς αριθμούς, αφαιρούμε από την μεγαλύτερη την μικρότερη απόλυτη τιμή και στη διαφορά (στο αποτέλεσμα) βάζουμε το πρόσημο του ρητού με τη μεγαλύτερη απόλυτη τιμή.

9. Ποιες είναι οι ιδιότητες της πρόσθεσης των ρητών ;

Οι ιδιότητες της πρόσθεσης των ρητών είναι:

- ♦ Η **αντιμεταθετική** ιδιότητα σύμφωνα με την οποία μπορούμε να αλλάξουμε τη σειρά δύο προσθετέων ενός αθροίσματος.

Δηλαδή αν οι α, β είναι ρητοί αριθμοί τότε $\alpha + \beta = \beta + \alpha$

- ♦ Η **προσεταιριστική** ιδιότητα σύμφωνα με την οποία αν έχουμε ένα άθροισμα τριών προσθετέων α, β, γ ισχύει $(\alpha + \beta) + \gamma = \alpha + (\beta + \gamma)$

- ♦ Το άθροισμα ενός ρητού αριθμού με το μηδέν ισούται με τον ίδιο τον ρητό.

Δηλαδή αν ο α είναι ρητός $\alpha + 0 = 0 + \alpha = \alpha$

- ♦ Το άθροισμα δύο αντίθετων ρητών είναι μηδέν.

Δηλαδή αν ο α και ο $-\alpha$ είναι αντίθετοι ρητοί $\alpha + (-\alpha) = (-\alpha) + \alpha = 0$

A. 7. 4

10. Πώς αφαιρούμε δύο ρητούς αριθμούς;

Για να αφαιρέσουμε από το ρητό αριθμό α το ρητό αριθμό β , προσθέτουμε στον α τον αντίθετο του β . Δηλαδή αν οι α, β είναι ρητοί αριθμοί τότε $\alpha - \beta = \alpha + (-\beta)$

Επαναληπτικές ερωτήσεις θεωρίας

A. 7. 5

11. Πως πολλαπλασιάζουμε δύο ρητούς αριθμούς;

- ♦ Για να πολλαπλασιάσουμε δύο ομόσημους ρητούς αριθμούς, πολλαπλασιάζουμε τις απόλυτες τιμές τους και στο γινόμενο βάζουμε το πρόσημο «+».
- ♦ Για να πολλαπλασιάσουμε δύο ετερόσημους ρητούς αριθμούς, πολλαπλασιάζουμε τις απόλυτες τιμές τους και στο γινόμενο βάζουμε το πρόσημο «-».

12. Ποιες είναι οι ιδιότητες του πολλαπλασιασμού των ρητών ;

Οι ιδιότητες του πολλαπλασιασμού των ρητών είναι:

- ♦ Η **αντιμεταθετική** ιδιότητα σύμφωνα με την οποία μπορούμε να αλλάξουμε τη σειρά δύο παραγόντων ενός γινομένου.

Δηλαδή αν οι α, β είναι ρητοί αριθμοί τότε: $\alpha \cdot \beta = \beta \cdot \alpha$

- ♦ Η **προσεταιριστική** ιδιότητα σύμφωνα με την οποία αν έχουμε ένα γινόμενο τριών παραγόντων α, β, γ τότε ισχύει: $(\alpha \cdot \beta) \cdot \gamma = \alpha \cdot (\beta \cdot \gamma)$

- ♦ Το γινόμενο ενός ρητού αριθμού με τη μονάδα ισούται με τον ίδιο τον ρητό.

Δηλαδή αν ο α είναι ρητός τότε: $\alpha \cdot 1 = 1 \cdot \alpha = \alpha$

- ♦ Επιμεριστική ιδιότητα του πολλαπλασιασμού ως προς την πρόσθεση και την αφαίρεση:

$$\alpha \cdot (\beta + \gamma) = \alpha \cdot \beta + \alpha \cdot \gamma \quad \text{και} \quad \alpha \cdot (\beta - \gamma) = \alpha \cdot \beta - \alpha \cdot \gamma$$

- ♦ Το γινόμενο ενός ρητού αριθμού επί το μηδέν ισούται με το μηδέν.

Δηλαδή αν ο α είναι ρητός $\alpha \cdot 0 = 0 \cdot \alpha = 0$

13. Πότε δύο ρητοί αριθμοί λέγονται αντίστροφοι;

- ♦ Δύο ρητοί αριθμοί α, β λέγονται αντίστροφοι, όταν το γινόμενο τους είναι ίσο με την μονάδα.
- ♦ Ο καθένας από τους α και β είναι αντίστροφος του άλλου.

Επαναληπτικές ερωτήσεις θεωρίας

A. 7. 6

14. Πως διαιρούμε δύο ρητούς αριθμούς;

- ♦ Για να διαιρέσουμε δύο **ομόσημους** ρητούς αριθμούς, διαιρούμε τις απόλυτες τιμές τους και στο πηλίκο βάζουμε το πρόσημο «+».
- ♦ Για να διαιρέσουμε δύο **ετερόσημους** ρητούς αριθμούς, διαιρούμε τις απόλυτες τιμές τους και στο πηλίκο βάζουμε το πρόσημο «-».

15. Ποιες είναι οι ιδιότητες της διαίρεσης των ρητών ;

- ♦ Το πηλίκο της διαίρεσης $\alpha : \beta$ ή $\frac{\alpha}{\beta}$ λέγεται **λόγος** του α προς το β και ορίζεται ως η μοναδική λύση της εξίσωσης $\beta \cdot x = \alpha$.
- ♦ Η διαίρεση $\frac{\alpha}{\beta}$ μπορεί και να γραφεί $\alpha \cdot \frac{1}{\beta}$, επομένως για να διαιρέσουμε δύο ρητούς αριθμούς, αρκεί να πολλαπλασιάσουμε το διαιρετέο με τον αντίστροφο του διαιρέτη.
- ♦ **Διαίρεση με διαιρέτη το μηδέν δεν ορίζεται.**

A. 7. 8

16. Τι ονομάζεται δύναμη με βάση το ρητό αριθμό α , και εκθέτη το φυσικό

αριθμό $n > 1$ και πως συμβολίζεται;

- ♦ Ονομάζεται δύναμη με βάση το ρητό αριθμό α , και εκθέτη το φυσικό αριθμό $n > 1$ και συμβολίζεται με α^n , το γινόμενο n παραγόντων ίσων με το α .

Δηλαδή αν ο α είναι ρητός και ο n φυσικός με $n > 1$ τότε: $\alpha^n = \underbrace{\alpha \cdot \alpha \cdot \alpha \cdot \dots \cdot \alpha}_{n \text{ παράγοντες}}$

17. Ποιο είναι το πρόσημο της δύναμης α^n , με βάση το ρητό αριθμό α , και εκθέ-

τη το φυσικό αριθμό $n > 1$ για τις διάφορες τιμές του α ;

- ♦ Η δύναμη α^n με βάση α θετικό ρητό και εκθέτη φυσικό $n > 1$, είναι θετικός αριθμός.

Δηλαδή, αν $\alpha > 0$, τότε $\alpha^n > 0$

Επαναληπτικές ερωτήσεις θεωρίας

- ♦ Η δύναμη a^n με βάση a αρνητικό ρητό και εκθέτη άρτιο είναι θετικός αριθμός.
Δηλαδή αν $a < 0$ και n - άρτιος, τότε $a^n > 0$
- ♦ Η δύναμη a^n με βάση a αρνητικό ρητό και εκθέτη περιττό είναι αρνητικός αριθμός.
Δηλαδή, αν $a < 0$ και n - περιττός, τότε $a^n < 0$

18. Ποιες είναι οι ιδιότητες των δυνάμεων ρητών με εκθέτη φυσικό ;

- ♦ Για να πολλαπλασιάσουμε δυνάμεις με την ίδια βάση, αφήνουμε την ίδια βάση και βάζουμε εκθέτη το άθροισμα των εκθετών.

$$\text{Δηλαδή: } a^m \cdot a^n = a^{m+n}$$

- ♦ Για να διαιρέσουμε δυνάμεις με την ίδια βάση, αφήνουμε την ίδια βάση και βάζουμε εκθέτη τη διαφορά του εκθέτη του διαιρέτη από τον εκθέτη του διαιρετέου.

$$\text{Δηλαδή: } a^m : a^n = a^{m-n}$$

- ♦ Για να υψώσουμε ένα γινόμενο σε εκθέτη, υψώνουμε κάθε παράγοντα του γινομένου στον εκθέτη αυτό.

$$\text{Δηλαδή: } (a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$$

- ♦ Για να υψώσουμε ένα πηλίκο σε έναν εκθέτη, υψώνουμε καθένα από τους όρους του πηλίκου στον εκθέτη αυτό.

$$\text{Δηλαδή: } (a : b)^n = a^n : b^n$$

- ♦ Για να υψώσουμε μία δύναμη σε έναν εκθέτη, υψώνουμε τη βάση της δύναμης στο γινόμενο των εκθετών.

$$\text{Δηλαδή: } (a^m)^n = a^{m \cdot n}$$

A. 7. 9

19. Πως ορίζουμε τη δύναμη με βάση το ρητό αριθμό a , και εκθέτη ακέραιο ;

- ♦ Η δύναμη κάθε αριθμού, διάφορου του μηδενός με εκθέτη το μηδέν είναι ίση με μονάδα.

$$\text{Δηλαδή: } a^0 = 1, \quad a \neq 0$$

Επαναληπτικές ερωτήσεις θεωρίας

- ♦ Η δύναμη κάθε αριθμού, διάφορου του μηδενός, με εκθέτη αρνητικό είναι ίση με κλάσμα που έχει αριθμητή τη μονάδα και παρονομαστή τη δύναμη του αριθμού αυτού με αντίθετο εκθέτη.

$$\text{Δηλαδή: } \alpha^{-\nu} = \frac{1}{\alpha^{\nu}} = \left(\frac{1}{\alpha}\right)^{\nu}$$

- ♦ Επειδή οι $\frac{\alpha}{\beta}$ και $\frac{\beta}{\alpha}$ είναι αντίστροφοι αριθμοί, όπως και οι α και $\frac{1}{\alpha}$ στην προηγούμενη σχέση, εξάγουμε το συμπέρασμα ότι ισχύει:

$$\left(\frac{\alpha}{\beta}\right)^{-\nu} = \left(\frac{\beta}{\alpha}\right)^{\nu}$$

20. Ποιες είναι οι ιδιότητες των δυνάμεων ρητών με εκθέτη ακέραιο;

- ♦ Για να πολλαπλασιάσουμε δυνάμεις με την ίδια βάση, αφήνουμε την ίδια βάση και βάζουμε εκθέτη το άθροισμα των εκθετών.

$$\text{Δηλαδή: } \alpha^{\mu} \cdot \alpha^{\nu} = \alpha^{\mu+\nu}$$

- ♦ Για να διαιρέσουμε δυνάμεις με την ίδια βάση, αφήνουμε την ίδια βάση και βάζουμε εκθέτη τη διαφορά του εκθέτη του διαιρέτη από τον εκθέτη του διαιρετέου.

$$\text{Δηλαδή: } \alpha^{\mu} : \alpha^{\nu} = \alpha^{\mu-\nu}$$

- ♦ Για να υψώσουμε ένα γινόμενο σε εκθέτη, υψώνουμε κάθε παράγοντα του γινομένου στον εκθέτη αυτό.

$$\text{Δηλαδή: } (\alpha \cdot \beta)^{\nu} = \alpha^{\nu} \cdot \beta^{\nu}$$

- ♦ Για να υψώσουμε ένα πηλίκο σε έναν εκθέτη, υψώνουμε καθένα από τους όρους του πηλίκου στον εκθέτη αυτό.

$$\text{Δηλαδή: } (\alpha : \beta)^{\nu} = \alpha^{\nu} : \beta^{\nu}$$

- ♦ Για να υψώσουμε μία δύναμη σε έναν εκθέτη, υψώνουμε τη βάση της δύναμης στο γινόμενο των εκθετών.

$$\text{Δηλαδή: } (\alpha^{\mu})^{\nu} = \alpha^{\mu \cdot \nu}$$

Επαναληπτικές ερωτήσεις θεωρίας

Από το βιβλίο της β' Γυμνασίου: Κεφάλαιο 1° - Εξισώσεις – Ανισώσεις

A. 1. 1

21. Τι ονομάζεται Αριθμητική και τι Αλγεβρική παράσταση;

- ♦ Ονομάζεται Αριθμητική παράσταση μια παράσταση που περιέχει πράξεις με-
ταξύ αριθμών.
- ♦ Ονομάζεται αλγεβρική παράσταση μια παράσταση που περιέχει πράξεις με-
ταξύ αριθμών και μεταβλητών.

22. Τι ονομάζουμε όρους μιας αλγεβρικής παράστασης και τι αναγωγή ομοίων
όρων της;

- ♦ Ονομάζουμε όρους μιας αλγεβρικής παράστασης τους προσθετέους της.
- ♦ Ονομάζουμε αναγωγή ομοίων όρων τη διαδικασία με την οποία γράφουμε
σε απλούστερη μορφή μια αλγεβρική παράσταση.

A. 1. 2

23. Ποιες είναι οι τρεις πιθανές σχέσεις που συνδέουν δύο αριθμούς α , β .

Οι τρεις πιθανές σχέσεις που συνδέουν δύο αριθμούς α , β είναι:

$$\alpha = \beta, \quad \alpha < \beta, \quad \alpha > \beta$$

24. Ποιοι κανόνες ισχύουν για την ισότητα δύο αριθμών;

- ♦ Αν και στα δύο μέλη μιας ισότητας προσθέσουμε τον ίδιο αριθμό, τότε προ-
κύπτει και πάλι ισότητα. Δηλαδή: **Αν $\alpha = \beta$ τότε $\alpha + \gamma = \beta + \gamma$**
- ♦ Αν από τα δυο μέλη μιας ισότητας αφαιρέσουμε τον ίδιο αριθμό, τότε προ-
κύπτει και πάλι ισότητα. Δηλαδή: **Αν $\alpha = \beta$ τότε $\alpha - \gamma = \beta - \gamma$**
- ♦ Αν και τα δύο μέλη μιας ισότητας πολλαπλασιαστούν με τον ίδιο αριθμό, τό-
τε προκύπτει και πάλι μια ισότητα. Δηλαδή: **Αν $\alpha = \beta$ τότε $\alpha \cdot \gamma = \beta \cdot \gamma$**
- ♦ Αν και τα δύο μέλη μιας ισότητας διαιρεθούν με τον ίδιο αριθμό, τότε προκύ-
πτει και πάλι μια ισότητα. Δηλαδή: **Αν $\alpha = \beta$ και $\gamma \neq 0$ τότε $\alpha : \gamma = \beta : \gamma$**

Επαναληπτικές ερωτήσεις θεωρίας

25. Τι ονομάζουμε:

- i. εξίσωση;
 - ii. πρώτο και δεύτερο μέλος μιας εξίσωσης;
 - iii. γνωστούς και άγνωστους όρους μιας εξίσωσης;
 - iv. λύση (ή ρίζα) μιας εξίσωσης;
 - v. επίλυση μιας εξίσωσης;
-
- i. Ονομάζουμε εξίσωση μια ισότητα που περιέχει αριθμούς και ένα άγνωστο. (μια μεταβλητή)
 - ii. Ονομάζουμε πρώτο μέλος της εξίσωσης το μέρος της που βρίσκεται αριστερά του ίσον και δεύτερο μέλος της εξίσωσης το μέρος της που βρίσκεται δεξιά του ίσον.
 - iii. Ονομάζουμε γνωστούς όρους μιας εξίσωσης τους όρους που δεν περιέχουν τον άγνωστο και άγνωστους όρους αυτούς που τον περιέχουν.
 - iv. Ονομάζουμε λύση (ή ρίζα) μιας εξίσωσης την τιμή του αγνώστου που επαληθεύει την εξίσωση.
 - v. Ονομάζουμε επίλυση μιας εξίσωσης την διαδικασία που ακολουθούμε για να βρούμε την λύση (ρίζα) της.

26. Πότε μια εξίσωση λέγεται αδύνατη και πότε αόριστη(ή ταυτότητα);

- ♦ Μια εξίσωση λέγεται αδύνατη όταν η τελική μορφή της είναι

$$0 \cdot x = \beta \quad (\beta \neq 0)$$

- ♦ Μια εξίσωση λέγεται αόριστη (ή ταυτότητα) όταν η τελική μορφή της είναι:

$$0 \cdot x = 0$$

A. 1.5

27. Τι εννοούμε όταν γράφουμε $\alpha \leq \beta$, και πως το διαβάζουμε;

- ♦ Γράφουμε $\alpha \leq \beta$, όταν $\alpha = \beta$ ή $\alpha < \beta$ και διαβάζουμε « το α είναι μικρότερο ή ίσο του β »

Επαναληπτικές ερωτήσεις θεωρίας

28. Τι συμπέρασμα βγάξετε αν σας πουν ότι ισχύουν συγχρόνως οι σχέσεις:

$$\alpha \leq \beta \text{ και } \alpha \geq \beta$$

$$\text{Αν } \alpha \leq \beta, \text{ και } \alpha \geq \beta \text{ τότε } \alpha = \beta$$

29. Να διατυπώσετε τις ιδιότητες των ανισοτήτων.

- ♦ Αν και στα δύο μέλη μιας ανισότητας προσθέσουμε ή αφαιρέσουμε τον ίδιο αριθμό προκύπτει ανισότητα ίδιας φοράς με την αρχική. Δηλαδή:

$$\text{Αν } \alpha < \beta \text{ τότε } \alpha + \gamma < \beta + \gamma \text{ και } \alpha - \gamma < \beta - \gamma$$

- ♦ Αν και τα δύο μέλη μιας ανισότητας τα πολλαπλασιάσουμε ή τα διαιρέσουμε με τον ίδιο θετικό αριθμό προκύπτει ανισότητα ίδιας φοράς με την αρχική. Δηλαδή:

$$\text{Αν } \alpha < \beta \text{ και } \gamma > 0 \text{ τότε } \alpha \cdot \gamma < \beta \cdot \gamma$$

$$\text{Αν } \alpha < \beta \text{ και } \gamma > 0 \text{ τότε } \alpha : \gamma < \beta : \gamma$$

- ♦ Αν και τα δύο μέλη μιας ανισότητας τα πολλαπλασιάσουμε ή τα διαιρέσουμε με τον ίδιο αρνητικό αριθμό προκύπτει ανισότητα αντίθετης φοράς με την αρχική. Δηλαδή:

$$\text{Αν } \alpha < \beta \text{ και } \gamma < 0 \text{ τότε } \alpha \cdot \gamma > \beta \cdot \gamma$$

$$\text{Αν } \alpha < \beta \text{ και } \gamma < 0 \text{ τότε } \alpha : \gamma > \beta : \gamma$$

30. Τι ονομάζουμε ανίσωση και τι λύσεις της ανίσωσης;

- ♦ Ανίσωση ονομάζουμε κάθε ανισότητα που περιέχει μια μεταβλητή και η οποία αληθεύει για ορισμένες τιμές της μεταβλητής αυτής.
- ♦ Ονομάζουμε λύσεις της ανίσωσης τις τιμές της μεταβλητής που επαληθεύουν την ανίσωση.

Επαναληπτικές ερωτήσεις θεωρίας

Κεφάλαιο 2° - Πραγματικοί αριθμοί

A. 2. 1

31. Τι ονομάζεται τετραγωνική ρίζα θετικού αριθμού και ποιες οι ιδιότητες της;

Ονομάζεται τετραγωνική ρίζα ενός θετικού αριθμού α και συμβολίζεται $\sqrt{\alpha}$, ένας θετικός αριθμός x που όταν υψωθεί στο τετράγωνο μας δίνει τον αριθμό α . Δηλαδή:

$$\text{Αν } \sqrt{\alpha} = x, \text{ όπου } \alpha \geq 0 \text{ τότε } x \geq 0 \text{ και } x^2 = \alpha$$

Οι ιδιότητες της ρίζας είναι:

i. $\sqrt{0} = 0$

ii. $\sqrt{a^2} = a \quad (a \geq 0)$

iii. $\sqrt{a \cdot \beta} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{\beta} \quad (a, \beta \geq 0)$

iv. $\sqrt{\frac{a}{\beta}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{\beta}} \quad (a \geq 0, \beta > 0)$

v. $\sqrt{a^2} = |a| \quad (a \geq 0)$

A. 2. 2

32. Ποιοι αριθμοί ονομάζονται φυσικοί, ακέραιοι, ρητοί, άρρητοι, πραγματικοί;

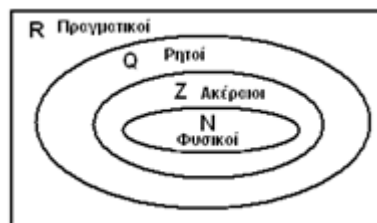
- ♦ Οι αριθμοί: $0, 1, 2, 3, \dots$ ονομάζονται **φυσικοί αριθμοί** και συμβολίζονται με το $\mathbb{N}$, έτσι έχουμε το σύνολο των φυσικών αριθμών: $\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$.
- ♦ Οι αριθμοί: $0, 1, 2, 3, \dots$ και οι αρνητικοί φυσικοί $\dots, -3, -2, -1, 0$ ονομάζονται **ακέραιοι αριθμοί**, έτσι έχουμε το σύνολο $\mathbb{Z}$ των ακεραίων αριθμών: $\mathbb{Z} = \{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$.
- ♦ Οι φυσικοί αριθμοί: $0, 1, 2, 3, \dots$ και οι αρνητικοί φυσικοί μαζί με τα κλάσματα αποτελούν τους **ρητούς αριθμούς** (ή κλασματικούς αριθμούς), έτσι έχουμε το σύνολο $\mathbb{Q}$ των ρητών αριθμών $\mathbb{Q} = \left\{ \frac{\alpha}{\beta} : \text{όπου } \alpha, \beta \text{ ακέραιοι με } \beta \neq 0 \right\}$.
- ♦ Οι αριθμοί που δεν είναι ρητοί ονομάζονται **άρρητοι**.

Επαναληπτικές ερωτήσεις θεωρίας

- ♦ Οι ρητοί αριθμοί μαζί με τους άρρητους αποτελούν τους πραγματικούς αριθμούς έτσι έχουμε το σύνολο $\mathbb{R}$ των πραγματικών αριθμών

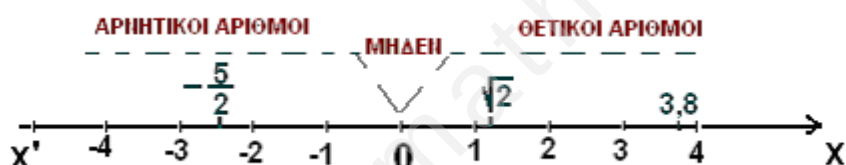
$$\mathbb{R} = \{ \text{ρητοί ή άρρητοι αριθμοί} \}$$

Τα σύνολα αριθμών «φαίνονται» στο διπλανό σχήμα



33. Πότε μια ευθεία ονομάζεται άξονας των πραγματικών αριθμών;

Ονομάζεται άξονας των πραγματικών αριθμών μια ευθεία σε κάθε σημείο της οποίας αντιστοιχεί ένας πραγματικός αριθμός και σε κάθε πραγματικό αριθμό αντιστοιχεί ένα σημείο της ευθείας.



Κεφάλαιο 3^ο - Συναρτήσεις

A. 3. 1

34. Τι ονομάζεται συνάρτηση και τη πίνακας τιμών της;

- ♦ Ονομάζεται συνάρτηση μια σχέση δύο μεταβλητών x, y τέτοια ώστε κάθε τιμή της μεταβλητής x να αντιστοιχίζεται σε μια μόνο τιμή της μεταβλητής y .
- ♦ Ονομάζεται πίνακας τιμών μιας συνάρτησης, ο πίνακας που περιέχει ζεύγη αντιστοίχων τιμών των μεταβλητών της x, y .

A. 3. 2

35. Τι ονομάζεται ορθοκανονικό σύστημα αξόνων και τι συντεταγμένες (τετμημένη, τεταγμένη) σημείου;

- ♦ Ονομάζεται ορθοκανονικό σύστημα αξόνων ένα σύστημα από δύο κάθετους άξονες με κοινή αρχή στους οποίους οι μονάδες μέτρησης έχουν το ίδιο μήκος.

Επαναληπτικές ερωτήσεις θεωρίας

Αν οι μονάδες μέτρησης δεν έχουν το ίδιο μήκος, τότε το σύστημα αυτό ονομάζεται **ορθογώνιο σύστημα αξόνων**.

- ♦ Ονομάζονται **συντεταγμένες (τετμημένη, τεταγμένη)** σημείου, ένα μοναδικό για κάθε σημείο ζευγάρι αριθμών (α, β) , που αντιστοιχίζεται στο σημείο αυτό και μας επιτρέπει να προσδιορίσουμε την θέση του πάνω στο επίπεδο. Το επίπεδο είναι εφοδιασμένο με ένα ορθοκανονικό σύστημα αξόνων, το α ονομάζεται **τετμημένη** και το β **τεταγμένη** του σημείου.

36. Τι ονομάζουμε τεταρτημόρια;

Τεταρτημόρια ονομάζουμε τις **4 ορθές γωνίες** που ένα ορθοκανονικό σύστημα αξόνων χωρίζει το επίπεδο.

37. Τι ονομάζουμε γραφική παράσταση μιας συνάρτησης;

Έστω ότι έχουμε μία συνάρτηση με την οποία ένα μέγεθος y εκφράζεται ως συνάρτηση ενός άλλου μεγέθους x . Ονομάζουμε **γραφική παράσταση** της συνάρτησης αυτής, το σύνολο όλων των σημείων του επιπέδου με συντεταγμένες (x, y) .

38. Τι γνωρίζετε για τις συντεταγμένες των σημείων των αξόνων $x'x$ και $y'y$ σ' ένα ορθοκανονικό σύστημα;

Τα σημεία του $x'x$ έχουν τεταγμένη μηδέν και τα σημεία του $y'y$ έχουν τετμημένη μηδέν.

A. 3. 3

39. Πότε δύο ποσά (μεγέθη) λέγονται ανάλογα;

Δύο ποσά (μεγέθη) λέγονται **ανάλογα**, εάν μεταβάλλονται με τέτοιο τρόπο, δηλαδή όταν οι τιμές του ενός πολλαπλασιάζονται με έναν αριθμό, τότε και οι αντίστοιχες τιμές του άλλου να πολλαπλασιάζονται με τον ίδιο αριθμό.

40. Τι γραμμή είναι η γραφική παράσταση της συνάρτησης $y = ax$ και από που διέρχεται;

Επαναληπτικές ερωτήσεις θεωρίας

Η γραφική παράσταση της συνάρτησης $y = \alpha x$ είναι μία ευθεία που διέρχεται την αρχή O των αξόνων.

41. Τι εννοούμε όταν λέμε η ευθεία με εξίσωση $y = \alpha x$ ή πιο απλά η ευθεία $y = \alpha x$;

Όταν λέμε η ευθεία με εξίσωση $y = \alpha x$ ή πιο απλά η ευθεία $y = \alpha x$, εννοούμε την ευθεία που είναι η γραφική παράσταση της συνάρτησης $y = \alpha x$.

42. Ποια είναι η εξίσωση του άξονα $x'x$;

Ο άξονας $x'x$ είναι η ευθεία με εξίσωση $y = 0x$, δηλαδή $y = 0$.

43. Τι ονομάζεται κλίση της ευθείας $y = \alpha x$;

Ονομάζεται κλίση της ευθείας $y = \alpha x$ ο σταθερός λόγος $\frac{y}{x} = \alpha$ με $x \neq 0$.

A. 3. 4

44. Τι γραμμή είναι η γραφική παράσταση της συνάρτησης $y = \alpha x + \beta$ και από που διέρχεται ;

Η γραφική παράσταση της $y = \alpha x + \beta$, $\beta \neq 0$ είναι μια ευθεία παράλληλη της ευθείας με εξίσωση $y = \alpha x$, που διέρχεται από το σημείο $(0, \beta)$ του άξονα $y'y$.

45. Τι εννοούμε όταν λέμε η ευθεία με εξίσωση $y = \alpha x + \beta$ ή απλούστερα η ευθεία $y = \alpha x + \beta$;

Όταν λέμε η ευθεία με εξίσωση $y = \alpha x + \beta$ ή πιο απλά η ευθεία $y = \alpha x + \beta$ εννοούμε την ευθεία που είναι γραφική παράσταση της συνάρτησης $y = \alpha x + \beta$.

46. Τι ονομάζεται κλίση της ευθείας $y = \alpha x + \beta$;

Ονομάζεται κλίση της ευθείας $y = \alpha x + \beta$ ο αριθμός α .

47. Τι παριστάνει μια εξίσωση της μορφής $\alpha x + \beta y + \gamma = 0$ με $\alpha \neq 0$ και $\beta \neq 0$;

Μια εξίσωση της μορφής $\alpha x + \beta y + \gamma = 0$ με $\alpha \neq 0$ και $\beta \neq 0$ παριστάνει ευθεία.

Επαναληπτικές ερωτήσεις θεωρίας

48. Τι παριστάνει μια εξίσωση της μορφής:

i. $\alpha x + \beta y = \gamma$ ($\alpha \neq 0$ ή $\beta \neq 0$); ii. $y = \kappa$; iii. $x = \lambda$; iv. $x = 0$ v. $y = 0$

i. Μια εξίσωση της μορφής $\alpha x + \beta y = \gamma$ παριστάνει ευθεία.

ii. Η εξίσωση $y = \kappa$ παριστάνει ευθεία παράλληλη προς τον άξονα $x'x$

iii. Η εξίσωση $x = \lambda$ παριστάνει ευθεία παράλληλη προς τον άξονα $y'y$

iv. Η ευθεία $y = 0$ παριστάνει τον άξονα $x'x$.

iv. Η ευθεία $x = 0$ παριστάνει τον άξονα $y'y$.

49. Ποια είναι τα σημεία τομής της ευθείας $\alpha x + \beta y = \gamma$ με $\alpha \neq 0$ και $\beta \neq 0$ με

τους άξονες $x'x$ και $y'y$.

Τα σημεία **A** και **B** στα οποία η ευθεία $\alpha x + \beta y = \gamma$ τέμνει τους άξονες $x'x$, και $y'y$ αντίστοιχα, έχουν συντεταγμένες:

Το **A** έχει τεταγμένη $y = 0$ και τετμημένη x με $\alpha x + \beta \cdot 0 = \gamma$ ή $x = \frac{\gamma}{\alpha}$.

Το **B** έχει τετμημένη $x = 0$ και τεταγμένη y με $\alpha \cdot 0 + \beta \cdot y = \gamma$ ή $y = \frac{\gamma}{\beta}$.



ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ

Κεφάλαιο 1°

Εμβαδά επιπέδων σχημάτων - Πυθαγόρειο θεώρημα

B. 1. 1

50. Τι ονομάζεται εμβαδόν μιας επίπεδης επιφάνειας και από τι εξαρτάται;

Ονομάζεται εμβαδόν μιας επίπεδης επιφάνειας ο θετικός αριθμός, που εκφράζει την έκταση που καταλαμβάνει η επιφάνεια αυτή στο επίπεδο. Ο αριθμός αυτός εξαρτάται από τη μονάδα μέτρησης επιφανειών που χρησιμοποιούμε.

B. 1. 2

51. Ποιες είναι οι μονάδες μέτρησης εμβαδού και ποια η σχέση που τις συνδέει;

Μονάδες μέτρησης εμβαδού είναι:

- ♦ Το τετραγωνικό μέτρο, (m^2) που είναι το εμβαδόν ενός τετραγώνου με πλευρά 1m.
- ♦ Το τετραγωνικό δεκατόμετρο, ($1dm^2$) που είναι το εμβαδόν ενός τετραγώνου με πλευρά 1dm.
- ♦ Το τετραγωνικό εκατοστόμετρο, ($1cm^2$) που είναι το εμβαδόν ενός τετραγώνου με πλευρά 1cm.
- ♦ Το τετραγωνικό χιλιοστόμετρο, ($1mm^2$) που είναι το εμβαδόν ενός τετραγώνου με πλευρά 1mm.

$$1m^2 = 100dm^2 = 10000cm^2 = 1000000mm^2$$

Άλλες μονάδες μέτρησης εμβαδού είναι:

- ♦ Το τετραγωνικό χιλιόμετρο, ($1km^2$) που είναι το εμβαδόν ενός τετραγώνου με πλευρά 1km.

$$1km^2 = 1km \cdot 1km = 1000m \cdot 1000m = 1.000.000m^2$$

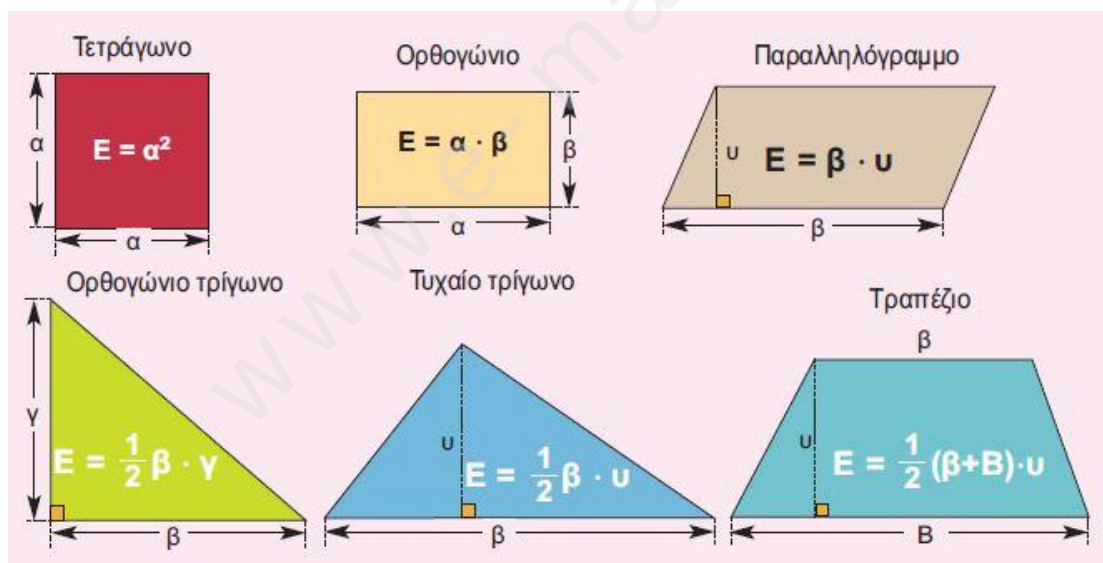
- ♦ Το στρέμμα το οποίο ισούται με $1000m^2$ και χρησιμοποιείται κυρίως για τη μέτρηση των εμβαδών οικοπέδων και κτημάτων.

Επαναληπτικές ερωτήσεις θεωρίας

B. 1. 3

52. Με τι ισούται το εμβαδόν τετραγώνου, ορθογωνίου, παραλληλογράμμου, τριγώνου, ορθογωνίου τριγώνου, τραπέζιου;

- ♦ Το εμβαδόν ενός **τετραγώνου** πλευράς α ισούται με α^2 .
- ♦ Το εμβαδόν ενός **ορθογωνίου** με πλευρές α, β ισούται με $\alpha \cdot \beta$.
- ♦ Το εμβαδόν ενός **παραλληλογράμμου** είναι ίσο με το γινόμενο μίας βάσης του με το αντίστοιχο ύψος.
- ♦ Το εμβαδόν ενός **τριγώνου** είναι ίσο με το μισό του γινομένου μιας βάσης του με το αντίστοιχο ύψος.
- ♦ Το εμβαδόν ενός **ορθογωνίου τριγώνου** είναι ίσο με το μισό του γινομένου των δύο κάθετων πλευρών του.
- ♦ Το εμβαδόν ενός **τραπέζιου** είναι ίσο με το γινόμενο του ημιαθροίσματος των βάσεων του με το ύψος του.



B. 1. 4

53. Τι λέει το Πυθαγόρειο θεώρημα και τι το αντίστροφο του;

- ♦ Σε κάθε ορθογώνιο τρίγωνο, το άθροισμα των τετραγώνων των δύο καθέτων πλευρών είναι ίσο με το τετράγωνο της υποτείνουσας.

Επαναληπτικές ερωτήσεις θεωρίας

- ♦ Αν σε ένα τρίγωνο το τετράγωνο της μεγαλύτερης πλευράς είναι ίσο με το άθροισμα των τετραγώνων των δύο άλλων πλευρών, τότε η γωνία που βρίσκεται απέναντι από τη μεγαλύτερη πλευρά είναι ορθή.
(αντίστροφο του πυθαγόρειου θεωρήματος)

Κεφάλαιο 2° - Τριγωνομετρία Διανύσματα

B. 2. 1

54. Τι ονομάζουμε λόγο δύο ευθυγράμμων τμημάτων;

Ονομάζουμε λόγο δύο ευθυγράμμων τμημάτων, που έχουν μετρηθεί με την ίδια μονάδα μέτρησης, τον λόγο των μηκών τους.

55. Τι ονομάζεται εφαπτομένη οξείας γωνίας ορθογωνίου τριγώνου.

Ονομάζεται εφαπτομένη οξείας γωνίας ορθογωνίου τριγώνου, ο λόγος της απέναντι στην οξεία κάθετης πλευράς προς την προσκείμενη στην οξεία κάθετη πλευρά.

56. Με τι ισούται η κλίση α της ευθείας με εξίσωση $y = \alpha x$.

Η κλίση α της ευθείας με εξίσωση $y = \alpha x$ είναι ίση με την εφαπτομένη της γωνίας ω που σχηματίζει η ευθεία με τον άξονα $x'x$.

B. 2. 2

57. Τι ονομάζεται ημίτονο οξείας γωνίας ορθογωνίου τριγώνου.

Ονομάζεται ημίτονο οξείας γωνίας ορθογωνίου τριγώνου, ο λόγος της απέναντι στην οξεία κάθετης πλευράς προς την υποτείνουσα.

58. Τι ονομάζεται συνημίτονο οξείας γωνίας ορθογωνίου τριγώνου.

Ονομάζεται συνημίτονο οξείας γωνίας ορθογωνίου τριγώνου, ο λόγος της προσκείμενης στην οξεία κάθετης πλευράς προς την υποτείνουσα.

59. Τι τιμές παίρνει το ημίτονο και το συνημίτονο οξείας γωνίας ορθογωνίου τριγώνου και γιατί;

Επαναληπτικές ερωτήσεις θεωρίας

Για το ημίτονο και το συνημίτονο οξείας γωνίας ω ισχύουν οι ανισότητες:

$$0 < \eta\mu\omega < 1 \quad \text{και} \quad 0 < \sigma\upsilon\nu\omega < 1$$

Αυτό συμβαίνει γιατί κάθε κάθετη πλευρά ορθογώνιου τριγώνου είναι μικρότερη από την υποτείνουσα οπότε οι λόγοι:

$$\frac{\text{απέναντι κάθετη πλευρά}}{\text{υποτείνουσα}} \quad \text{και} \quad \frac{\text{προσκειμένη κάθετη πλευρά}}{\text{υποτείνουσα}}$$

είναι μικρότεροι της μονάδας για οποιαδήποτε οξεία γωνία.

B. 2. 4

60. Πως υπολογίζουμε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς των 30° 45° 60° ;

♦ Υπολογισμός των τριγωνομετρικών αριθμών των 30° 60°

Κατασκευάζουμε ισόπλευρο τρίγωνο $AB\Gamma$ με πλευρές $AB = B\Gamma = A\Gamma = 2$.

Φέρνουμε το ύψος $A\Delta$ που είναι και διάμεσος οπότε $B\Delta = \Delta\Gamma = 1$

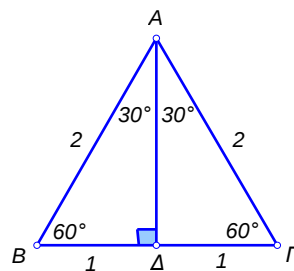
και διχοτόμος της γωνίας A οπότε $\angle B A \Delta = \angle \Gamma A \Delta = 30^\circ$

Στο τρίγωνο $AB\Delta$ ($\Delta = 90^\circ$) έχουμε:

$$A\Delta^2 = AB^2 - B\Delta^2 \Leftrightarrow A\Delta^2 = 2^2 - 1^2 \Leftrightarrow A\Delta^2 = 3 \Leftrightarrow A\Delta = \sqrt{3}$$

$$\eta\mu 30^\circ = \frac{1}{2}, \quad \sigma\upsilon\nu 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}, \quad \epsilon\phi 30^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$\eta\mu 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}, \quad \sigma\upsilon\nu 60^\circ = \frac{1}{2}, \quad \epsilon\phi 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{1} = \sqrt{3}$$



♦ Υπολογισμός των τριγωνομετρικών αριθμών των 45°

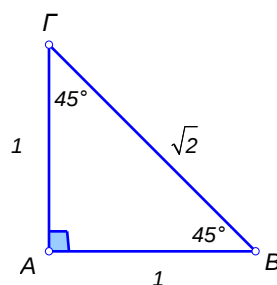
Κατασκευάζουμε ορθογώνιο και ισοσκελές

τρίγωνο $AB\Gamma$ με ($\angle A = 90^\circ$), $AB = A\Gamma = 1$

τότε $B\Gamma^2 = AB^2 + A\Gamma^2 \Leftrightarrow$

$$B\Gamma^2 = 1^2 + 1^2 \Leftrightarrow B\Gamma^2 = 2 \Leftrightarrow B\Gamma = \sqrt{2}$$

$$\eta\mu 45^\circ = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}, \quad \sigma\upsilon\nu 45^\circ = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}, \quad \epsilon\phi 45^\circ = \frac{1}{1} = 1$$



Επαναληπτικές ερωτήσεις θεωρίας

Μεγάλη προσοχή στον παρακάτω πίνακα!!!

γωνία	30°	45°	60°
ημίτονο	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
Συνημίτονο	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
εφαπτομένη	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$

Κεφάλαιο 3° - Μέτρηση κύκλου

B. 3. 1

61. Τι ονομάζεται εγγεγραμμένη γωνία και τι αντίστοιχο τόξο της;

- ♦ Ονομάζεται εγγεγραμμένη γωνία, η γωνία που η κορυφή της είναι σημείο του κύκλου και οι πλευρές της τέμνουν τον κύκλο.
- ♦ Ονομάζεται αντίστοιχο τόξο εγγεγραμμένης γωνίας, το τόξο που περιέχεται στις πλευρές της. (Λέμε ακόμη ότι η γωνία βαίνει στο τόξο αυτό)

62. Ποιες προτάσεις ισχύουν για τις εγγεγραμμένες γωνίες;

- ♦ Κάθε εγγεγραμμένη γωνία είναι ίση με το μισό της επίκεντρης γωνίας, που έχει ίσο με αυτή αντίστοιχο τόξο.
- ♦ Κάθε εγγεγραμμένη γωνία σε μοίρες είναι ίση με το μισό του αντίστοιχου τόξου της.
- ♦ Εγγεγραμμένες γωνίες που βαίνουν στο ίδιο τόξο ή σε ίσα τόξα είναι ίσες.
- ♦ Κάθε εγγεγραμμένη γωνία που βαίνει σε ημικύκλιο είναι ορθή.

B. 3. 2

63. Τι ονομάζεται:

- κανονικό πολύγωνο;
- περιγεγραμμένος κύκλος κανονικού πολυγώνου;

Επαναληπτικές ερωτήσεις θεωρίας

- iii. κέντρο κανονικού πολυγώνου;
- iv. κεντρική γωνία κανονικού πολυγώνου;
- i. Ονομάζεται κανονικό πολύγωνο το πολύγωνο που έχει όλες τις πλευρές του ίσες και όλες τις γωνίες του ίσες.
- ii. Ονομάζεται περιγεγραμμένος κύκλος κανονικού πολυγώνου ο κύκλος που περνά απ' όλες τις κορυφές του.
- iii. Ονομάζεται κέντρο κανονικού πολυγώνου το κέντρο του περιγεγραμμένου του κύκλου.
- iv. Ονομάζεται κεντρική γωνία κανονικού πολυγώνου (n - γώνου) κάθε μια από τις n ίσες επίκεντρες γωνίες (ω) με τις οποίες χωρίζουμε τον περιγεγραμμένο στο πολύγωνο κύκλο. Δηλαδή είναι $\omega = \frac{360^\circ}{n}$

64. Ποια σχέση συνδέει τη γωνία ϕ και την κεντρική γωνία ω ενός κανονικού πολυγώνου (n - γώνου).

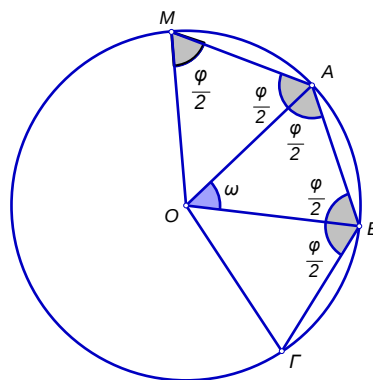
Η γωνία ϕ ενός κανονικού n -γώνου είναι παραπληρωματική της κεντρικής γωνίας ω του.

Αιτιολόγηση

Ενώνουμε το κέντρο του n - γώνου με τις κορυφές του, οπότε σχηματίζονται n ίσα ισοσκελή τρίγωνα.

Σε καθένα από τα τρίγωνα αυτά οι προσκείμενες στη βάση γωνίες είναι ίσες με $\frac{\phi}{2}$. Στο τρίγωνο OAB θα έχουμε:

$$\omega + \frac{\phi}{2} + \frac{\phi}{2} = 180^\circ, \text{ οπότε } \omega + \phi = 180^\circ.$$



Επαναληπτικές ερωτήσεις θεωρίας

B. 3. 3

65. Ποιοι οι τύποι που μας δίνουν το μήκος (L) του κύκλου (O, ρ).

♦ $L = 2\pi\rho$ ή $L = \pi\delta$ όπου δ η διάμετρος του κύκλου (O, ρ)

B. 3. 5

66. Ποιοι οι τύποι για το εμβαδόν (E) του κυκλικού δίσκου (O, ρ);

♦ $E = \pi\rho^2$ ή $E = \pi \frac{\delta^2}{4}$ όπου δ η διάμετρος του κύκλου (O, ρ)

Καλό διάβασμα και καλή επιτυχία!!!

www.e-maths.gr

Επαναληπτικά θέματα εξετάσεων

Θέμα 1°

i. Να βρείτε την τιμή της παράστασης A, αν $x = 0$

$$A = 4 \cdot 2^{x+1} - 3 \cdot 3^x - 6 \cdot 3^{x-1} + (x-2) \cdot 2^{x-2}$$

ii. Να βρείτε την τιμή της παράστασης B, αν $x = 2$

$$B = 3^{x-4} - 27 \cdot 3^{x-3} + 2^{x-2} + 2^{x-1}$$

iii. Να βρείτε την τιμή της παράστασης $\Gamma = -2^4 - [-3 - 8 - (-3)^3]$

iv. Να λυθεί η εξίσωση $\left(\frac{5}{2} - A\right) \cdot x = 32 + \Gamma$

ΛΥΣΗ

Επαναληπτικά θέματα εξετάσεων

Θέμα 2ο

i. Να βρείτε την τιμή της παράστασης A, αν $x = 2$

$$A = 2^x + 2^{x-1} + 2^{x-2} + 2^{x-3} + 2^{x-4}$$

ii. Να βρείτε την τιμή της παράστασης B, αν $x = -2$

$$B = 3 \cdot 2^{x+1} - 2 \cdot x^2 + 6 \cdot x^{x+2}$$

iii. Να βρείτε την τιμή της παράστασης Γ, αν $x = -3$

$$\Gamma = 27 \cdot 3^x - 6 \cdot x^2 + 50 \cdot x^{x+3}$$

iv. Να λύσετε την εξίσωση $\left(B + \frac{1}{2}\right)x = \Gamma + 5$

ΛΥΣΗ

Επαναληπτικά θέματα εξετάσεων

Θέμα 3^ο

Να λύσετε τις εξισώσεις:

A. $2x = 2x$

B. $x - \frac{3 \cdot (x+1)}{4} = \frac{2 \cdot (x-1)}{3}$

Γ. $\frac{3(2x-4)}{4} + 2 = \frac{5(3x-1)}{8} - \frac{3}{2}$

Δ. $\frac{x+7}{6} - \frac{1}{2} \left(\frac{x+1}{2} + \frac{x-2}{3} \right) = -2$

ΛΥΣΗ

Επαναληπτικά θέματα εξετάσεων

Θέμα 4^ο

Να λύσετε τις εξισώσεις:

A. $-3x = 3x$

B. $x - \frac{3 \cdot (x-2)}{4} = \frac{1}{2} - \frac{x+4}{6}$

Γ. $\frac{7(x-3)}{4} - x - \frac{5(x-1)}{6} = \frac{3(2-x)}{5} - 2$

Δ. $2 \left(\frac{x-1}{14} - \frac{7}{2} \right) = \frac{2(x-23)}{10} - \frac{2x+8}{8}$

ΛΥΣΗ

Επαναληπτικά θέματα εξετάσεων

Θέμα 5^ο

Δίνονται οι παραστάσεις $A = 5^2 - 2^4 : 2^3 + 1$ και $B = (5^2 - 2^4) : (2^3 + 1)$.

i. Να υπολογίσετε τις παραστάσεις A και B.

ii. Να λύσετε την εξίσωση $3 - \frac{5-x}{A-18} = 2 - \frac{3(x-1)}{B+3}$.

iii. Αν x η λύση της εξίσωσης του προηγούμενου ερωτήματος, να βρείτε το y ώστε x,y αντίστροφοι αριθμοί.

ΛΥΣΗ

Επαναληπτικά θέματα εξετάσεων

Θέμα 6°

Δίνονται οι παραστάσεις $A = x - \frac{3(x-2)}{4}$ και $B = \frac{1}{2} - \frac{x+4}{6}$.

- i. Για ποια τιμή του x ισχύει $A = B$;
- ii. Για ποια τιμή του x οι παραστάσεις A και B είναι αντίθετοι αριθμοί;
- iii. Για ποια τιμή του x η παράσταση A ελαττωμένη κατά x , είναι ίση με την παράσταση B αυξημένη κατά 0.5 ;

ΛΥΣΗ

Επαναληπτικά θέματα εξετάσεων

Θέμα 7^ο

Δίνονται οι εξισώσεις:

$$-\frac{5x-1}{3} + \frac{4x-2}{9} = -\frac{3x+8}{2} + 3 \quad (1), \quad \frac{3\alpha}{2} - (5-\alpha) - \frac{\alpha-10}{2} = \frac{3(2-\alpha)}{5} + 2\alpha \quad (2).$$

i. Να λυθεί η εξίσωση (1).

ii. Να λυθεί η εξίσωση (2).

iii. Να εξετάσετε αν η παράσταση $A = \sqrt{20 + \sqrt{2018^0} + \sqrt{7\alpha + \sqrt{-x}}}$ μπορεί να υπολογισθεί ή περιέχει κάποιο λάθος και ο υπολογισμός της είναι αδύνατος.

ΛΥΣΗ

Επαναληπτικά θέματα εξετάσεων

Θέμα 8^ο

Δίνονται οι εξισώσεις:

$$\frac{9y+7}{2} - \left(y - \frac{y-2}{7} \right) = 36 \quad (1),$$

$$2 - \frac{4-2x}{3} = 3 - \frac{-2-x}{6} \quad (2)$$

i. Να λύσετε την εξίσωση (1).

ii. Να λύσετε την εξίσωση (2).

iii. Αν x, y οι λύσεις των παραπάνω εξισώσεων να υπολογίσετε την παράσταση $A = \sqrt{x}\sqrt{3} + \sqrt{3\sqrt{y}}$

ΛΥΣΗ

Επαναληπτικά θέματα εξετάσεων

Θέμα 9ο

Δίνονται οι εξισώσεις: $\frac{x}{3} - \frac{1}{2} = 0$ και $\frac{2-y}{6} - \frac{y}{3} = 1$

i. Να υπολογίσετε τα x και y .

ii. Να υπολογίσετε την παράσταση: $\Gamma = 8\frac{x}{y} - \frac{16}{9}y^{-2} - (xy + 2)$

iii. Για την τιμή του x που βρήκατε στο ερώτημα i, να λύσετε την εξίσωση

$$x\omega + 1 = \frac{3}{2}\omega + 1.$$

ΛΥΣΗ

Επαναληπτικά θέματα εξετάσεων

Θέμα 10^ο

Δίνονται οι εξισώσεις:

$$8x - 2(3x - 1) = -10 \quad (1)$$

$$\frac{y+4}{3} - \frac{3y-1}{15} = 2 - \frac{4-y}{5} \quad (2)$$

i. Να λύσετε την εξίσωση (1).

ii. Να λύσετε την εξίσωση (2).

iii. Αν x, y οι λύσεις των παραπάνω εξισώσεων να υπολογίσετε την

$$\text{παράσταση } A = \sqrt{-x - \sqrt{31 - y\sqrt{4}}}$$

ΛΥΣΗ

Επαναληπτικά θέματα εξετάσεων

Θέμα 11°

A. Να λύσετε την εξίσωση: $\frac{3(x-1)}{2} - \frac{5x-3}{4} = \frac{x}{2} - 1$

B. Να λύσετε την ανίσωση: $1 - \frac{2(x-1)}{3} - \left(x - \frac{x-1}{5}\right) > x$ και να εξετάσετε αν η λύση της εξίσωσης του A ερωτήματος είναι λύση της ανίσωσης.

Γ. Να βρείτε τις κοινές λύσεις της παραπάνω ανίσωσης και της ανίσωσης $2x > -1 + 2x$ και να τις παραστήσετε στην ευθεία των αριθμών.

ΛΥΣΗ

Επαναληπτικά θέματα εξετάσεων

Θέμα 12°

Σε κάθε ένα από τα παρακάτω ερωτήματα, να βρείτε τις κοινές λύσεις των ανισώσεων και να τις παραστήσετε στον άξονα των πραγματικών αριθμών:

i. $2x + 5 \leq 7$ και $3(x - 2) + 4 > -5x + 6$

ii. $2k - 4 \geq 2 - k$ και $2(k + 1) \leq (-1)^{2018} + 3k$ και $(-2)^0 - k < -1 + k$

iii. $2^3 - t < \frac{3-t}{4} < 5 - 2(t+1)$

ΛΥΣΗ

Επαναληπτικά θέματα εξετάσεων

Θέμα 13°

Δίνονται οι αριθμοί:

$$x = (-3\sqrt{2})^2 + \sqrt{7} - \sqrt{7} + \sqrt{3} \cdot \sqrt{3}$$

$$y = -2(\sqrt{25})^2 + \sqrt{25 \cdot 25} + \sqrt{5^2}$$

$$z = \sqrt{169} - (2018)^0 - \sqrt{3^4} + \sqrt{(-12)^2}$$

i. Να υπολογίσετε τους αριθμούς x, y, z

ii. Να υπολογίσετε την παράσταση $A = \sqrt{x+y+z} + 3(\sqrt{x+y+z})^2$

ΛΥΣΗ

Επαναληπτικά θέματα εξετάσεων

Θέμα 14^ο

i. Να γράψετε σε πιο απλή μορφή τις παραστάσεις:

$$A = 3(2\sqrt{7} + \sqrt{5}) - 2(3\sqrt{7} - \sqrt{5})$$

$$\Gamma = \frac{\sqrt{8}\sqrt{10}\sqrt{3}}{\sqrt{2}\sqrt{15}}$$

$$B = 3(3 - \sqrt{5}) + \sqrt{5}(3 - \sqrt{5})$$

$$\Delta = \sqrt{2} + \sqrt{18} + \sqrt{50} - \sqrt{8}$$

ii. Να υπολογίσετε την παράσταση $E = 12\sqrt{5} - A - \Delta + B$

ΛΥΣΗ

Επαναληπτικά θέματα εξετάσεων

Θέμα 15°

A. Να λύσετε την εξίσωση: $3 - \frac{x-4}{2} = \frac{3}{4} - 2(x-1)$

B. Να βρείτε τον αριθμό μ , ώστε η λύση της εξίσωσης του ερωτήματος A να είναι και λύση της εξίσωσης: $(2\mu - 6)x - 5 = 1 - \mu(-4x - 2)$

Γ. Για $\mu = -3$

i. να ελέγξετε χωρίς να κάνετε γραφική παράσταση αν η ευθεία $y = 2x - \mu$ διέρχεται από το σημείο $K(1,5)$.

ii. Να λύσετε την εξίσωση $\mu x = -3x$

ΛΥΣΗ

Επαναληπτικά θέματα εξετάσεων

Θέμα 16°

A. Να λύσετε την εξίσωση: $\frac{x-10}{3} + x + 6 = \frac{3x}{2} + 1$

B. Να βρείτε τον αριθμό β , ώστε η λύση της εξίσωσης του ερωτήματος A να είναι και λύση της εξίσωσης: $(2\beta - 7)x = 4 - \beta(2x - 3)$

Γ. Για $\beta = 2$

i) να ελέγξετε χωρίς να κάνετε γραφική παράσταση αν η ευθεία $y = -3x + \beta$ διέρχεται από το σημείο $A(1, -1)$.

ii) Να λύσετε την εξίσωση $2x = -\beta x$

ΛΥΣΗ

Επαναληπτικά θέματα εξετάσεων

Θέμα 17°

Το τριπλάσιο ενός αριθμού ελαττωμένο κατά 2 ισούται με το οκταπλάσιο του αριθμού αυτού ελαττωμένο κατά 47. Ποιος είναι ο αριθμός αυτός;

ΛΥΣΗ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Θέμα 18°

Μια ποδοσφαιρική ομάδα δίνει στους παίκτες της 600 € στον καθένα για κάθε νίκη και 300 € στον καθένα για ισοπαλία. Μετά από 12 αγώνες χωρίς να κάνουν ήττα κάθε παίκτης εισέπραξε 5700 €. Πόσες νίκες και πόσες ισοπαλίες έκανε κάθε ομάδα;

ΛΥΣΗ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Επαναληπτικά θέματα εξετάσεων

Θέμα 19°

Μια τυρόπιτα, ένα κρουασάν και ένα γλυκό κοστίζουν συνολικά 3,70 €. Το γλυκό κοστίζει 0,70 € λιγότερα από τη τυρόπιτα και το κρουασάν τα διπλά από το γλυκό. Μπορείτε να βρείτε πόσα € κοστίζει καθένα από τα παράπανω προϊόντα;

ΛΥΣΗ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Θέμα 20°

Ένα πακέτο σοκολατάκια 35 gr κοστίζει 24 € και περιέχει απλά σοκολατάκια που κοστίζουν 0,6 €/gr και γεμιστά σοκολατάκια που κοστίζουν 0,8 €/gr. Πόσα gr από κάθε είδος σοκολατάκια περιέχει το πακέτο;

ΛΥΣΗ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Θέμα 21°

Ο Στέλιος είναι 30 χρονών και ο γιος του Πέτρος είναι 5 χρονών. Μετά από πόσα χρόνια η ηλικία του Στέλιου θα είναι διπλάσια από την ηλικία του γιου του;

ΛΥΣΗ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Θέμα 22°

Το άθροισμα των ηλικιών τριών ανθρώπων είναι 100. Η ηλικία του μεγαλύτερου είναι ίση με το άθροισμα των ηλικιών των άλλων δύο. Ο μεσαίος είναι 10 χρόνια μεγαλύτερος από τον μικρότερο. Να βρεθούν οι ηλικίες των τριών ατόμων.

ΛΥΣΗ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Επαναληπτικά θέματα εξετάσεων

Θέμα 23°

Κάποιος επρόκειτο να διαιρέσει έναν αριθμό με το 12, αλλά κατά λάθος τον διαίρεσε με το 16. Έτσι βρήκε αριθμό μικρότερο κατά 2,5 από τον αναμενόμενο. Ποιος ήταν ο αρχικός αριθμός;

ΛΥΣΗ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Θέμα 24°

Να υπολογίσετε μια γωνία φ , αν τα $\frac{2}{3}$ της συμπληρωματικής της αυξανόμενα κατά τα $\frac{3}{5}$ της παραπληρωματικής της είναι ίσα με 73° .

ΛΥΣΗ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Επαναληπτικά θέματα εξετάσεων

Θέμα 25°

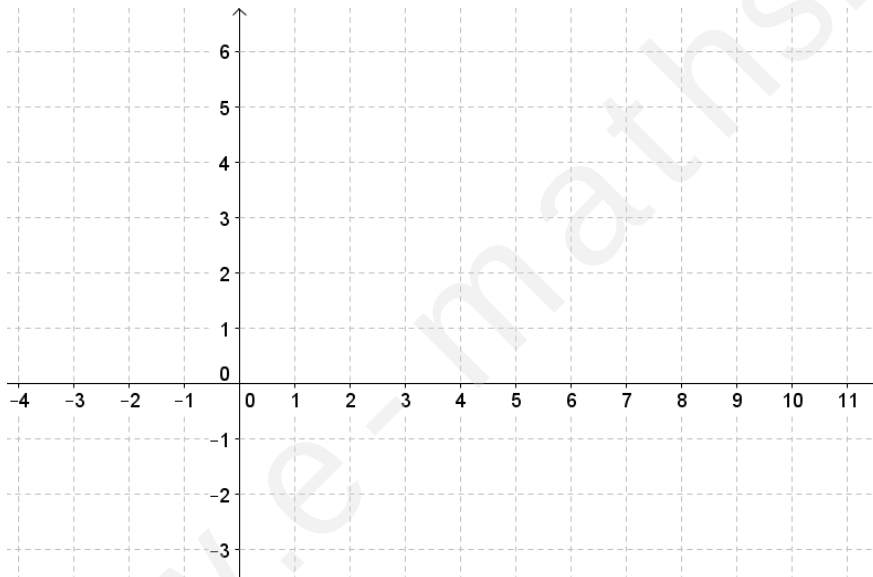
Δίνεται η ευθεία ϵ που είναι η γραφική παράσταση της συνάρτησης $y = 2x - 3$.

Α. Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας ζ που είναι παράλληλη προς την ϵ και διέρχεται από την αρχή των αξόνων. Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

Β. Να εξετάσετε αν τα σημεία $A(2,1)$, $B(1,2)$ ανήκουν στην ευθεία ζ .

Γ. Αν το σημείο $M(-3,y)$ ανήκει στην ευθεία ζ , να βρείτε το y .

Δ. Να υπολογίσετε το εμβαδό του ορθογωνίου παραλληλογράμμου $ΟΚΜΛ$, που σχηματίζεται από τους δύο άξονες και τις κάθετες που φέρνουμε από το σημείο M προς τους άξονες.



ΛΥΣΗ

Επαναληπτικά θέματα εξετάσεων

Θέμα 26°

Ο Γιώργος έχει ένα συμβόλαιο καρτοκινητής τηλεφωνίας σε μία εταιρία Α και πληρώνει 0,03 € ανά λεπτό ομιλίας.

Ο Νίκος έχει ένα συμβόλαιο κινητής τηλεφωνίας σε μία εταιρία Β και πληρώνει 4 € πάγιο κάθε μήνα και για κάθε λεπτό που μιλάει 0,01 €.

i. Να συμπληρωθούν οι παρακάτω πίνακες τιμών:

Ο Γιώργος πληρώνει:

Χρόνος σε λεπτά	50	100	200	300
Κόστος σε €				

Ο Νίκος πληρώνει:

Χρόνος σε λεπτά	50	100	200	300
Κόστος σε €				

ii. Να βρεθούν οι δύο συναρτήσεις που συνδέουν το κόστος ομιλίας (y σε €) με τα λεπτά ομιλίας (x) που μιλάει κάθε μήνα ο Γιώργος και ο Νίκος.

iii. Να γίνει η γραφική παράσταση των δύο συναρτήσεων.

iv. Σε ποια περίπτωση συμφέρει κάποιον να διαλέξει την εταιρία Α και σε ποια την εταιρία Β;

ΛΥΣΗ



.....

.....

.....

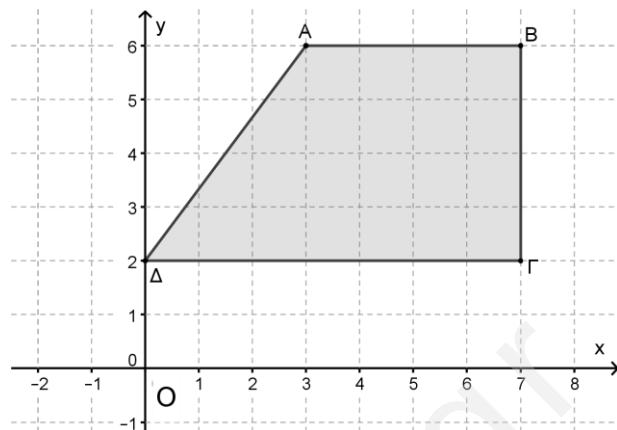
.....

.....

Θέμα 27°

Με βάση το διπλανό σχήμα, να βρείτε:

- Τι είδους τετράπλευρο είναι το $ABΓΔ$ και τις συντεταγμένες των κορυφών του.
- Την περίμετρο και το εμβαδό του $ABΓΔ$.
- Την εξίσωση της ευθείας πάνω στην οποία βρίσκεται η πλευρά $ΑΔ$.
- Τις εξισώσεις των ευθειών πάνω στις οποίες βρίσκονται οι πλευρές AB και $ΒΓ$.



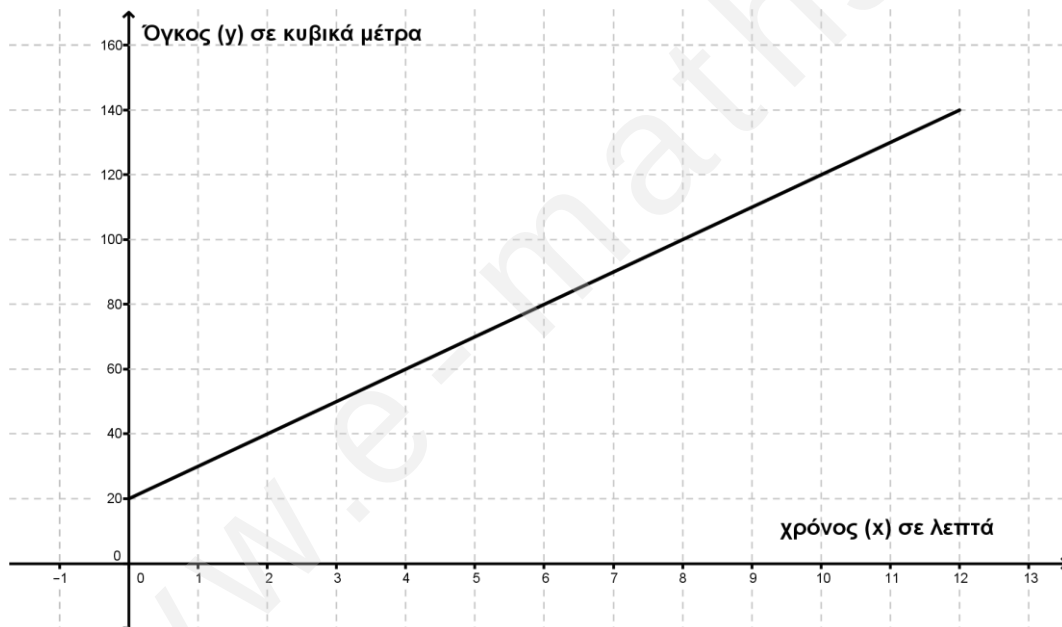
ΛΥΣΗ

Επαναληπτικά θέματα εξετάσεων

Θέμα 28°

Στο παρακάτω διάγραμμα φαίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης, που συνδέει τα (y) κυβικά μέτρα νερού που τροφοδοτεί ένα βυτιοφόρο μια δεξαμενή, με το χρόνο (x) σε λεπτά που χρειάζεται για να τη γεμίσει. Να απαντήσετε στα παρακάτω ερωτήματα:

- Α. Ποια ήταν η αρχική ποσότητα νερού που περιείχε η δεξαμενή;
- Β. Πόσος χρόνος (λεπτά) χρειάστηκε για να γεμίσει η δεξαμενή και με ποια επιπλέον ποσότητα νερού (κυβικά μέτρα);
- Γ. Σε πόσο χρόνο γέμισε η μισή δεξαμενή;
- Δ. Να βρεθεί η συνάρτηση της παρακάτω γραφικής παράστασης.



ΛΥΣΗ

Θέμα 29°

Δίνεται σημείο $A\left(\frac{\lambda+3}{2}-\frac{\lambda-2}{3}-2, 4-2\lambda\right)$.

- i. Για ποιες τιμές του λ το σημείο A βρίσκεται στο 1° τεταρτημόριο;
- ii. Για ποιες τιμές του λ το σημείο A βρίσκεται στο 3° τεταρτημόριο;
- iii. Υπάρχει τιμή για το λ ώστε το σημείο A να βρίσκεται στην αρχή O των αξόνων;

ΛΥΣΗ

Θέμα 30°

Δίνεται σημείο $\Gamma(1,-6)$

- i. Να βρεθεί το συμμετρικό του σημείου Γ ως προς τον άξονα $x'x$
- ii. Να βρεθεί το συμμετρικό του σημείου Γ ως προς τον άξονα $y'y$
- iii. Δίνεται το σημείο $\Delta\left(\frac{\lambda+1}{4} + \frac{\lambda-1}{2}, 2\mu+6\right)$. Για ποια τιμή των λ, μ το Δ είναι συμμετρικό του Γ ως προς την αρχή των αξόνων;

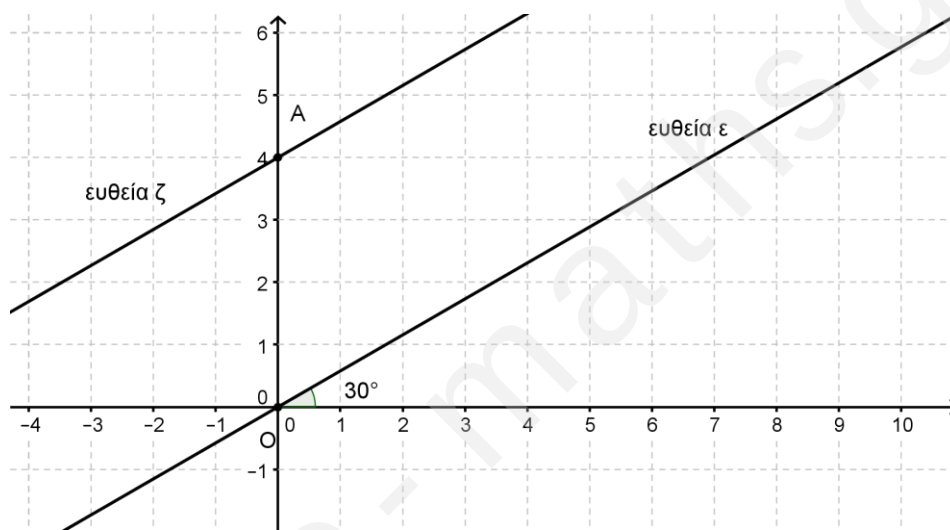
ΛΥΣΗ

Επαναληπτικά θέματα εξετάσεων

Θέμα 31°

Στο παρακάτω διάγραμμα η ευθεία ϵ σχηματίζει με τον άξονα $x'x$ γωνία 30°

- Να βρείτε την κλίση της ευθείας ϵ και να γράψετε την εξίσωση της.
- Μια δεύτερη ευθεία ζ η οποία είναι παράλληλη στην ϵ , τέμνει τον άξονα $y'y$ στο σημείο $A(0,4)$. Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας ζ .
- Να βρείτε σε ποιο σημείο τέμνει η ευθεία ζ τον άξονα $x'x$.
- Να ελέγξετε κατά πόσο το σημείο $K(\sqrt{3},5)$ είναι σημείο της ευθείας ζ .



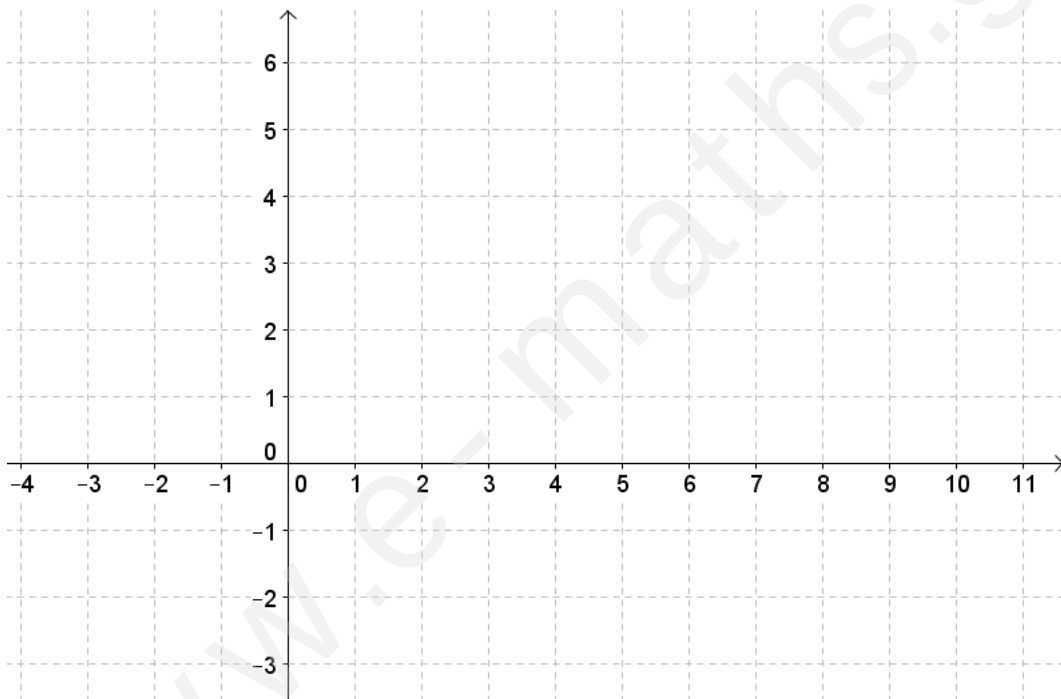
ΛΥΣΗ

Επαναληπτικά θέματα εξετάσεων

Θέμα 32°

Μια ευθεία ε διέρχεται από την αρχή των αξόνων και από το σημείο $A(1,3)$.

- Να βρείτε τη κλίση της ευθείας.
- Να γράψετε την εξίσωση της ευθείας ε και να σχεδιάσετε τη γραφική της παράσταση.
- Να εξετάσετε αν τα σημεία $B(10,40)$ και $\Gamma(-5,15)$ ανήκουν στην ευθεία ε .
- Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας ε_1 που είναι παράλληλη στην ε και διέρχεται από το σημείο $\Delta(4,-4)$.



ΛΥΣΗ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

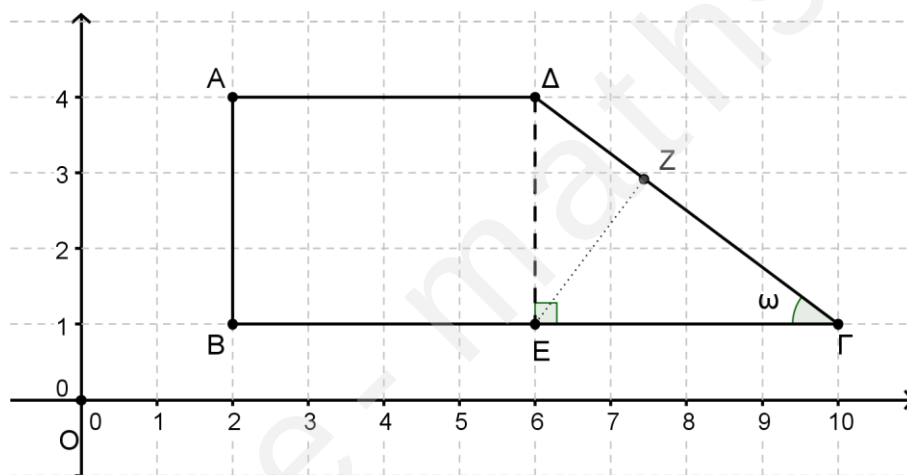
.....

Επαναληπτικά θέματα εξετάσεων

Θέμα 33°

Σε ορθογώνιο σύστημα αξόνων Oxy δίνεται το τραπέζιο $AB\Gamma\Delta$

- Να βρείτε τις συντεταγμένες των σημείων A, B, Γ, Δ και στη συνέχεια να υπολογίσετε την περίμετρό του.
- Να βρείτε το ύψος ΔE του τραπεζίου και στη συνέχεια να υπολογίσετε το εμβαδόν του.
- Να υπολογίσετε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς της γωνίας ω
- Να αποδείξετε τη σχέση $(AB\Gamma\Delta) = 3(E\Gamma\Delta)$
- Να υπολογίσετε το ύψος EZ του τριγώνου $E\Gamma\Delta$



ΛΥΣΗ

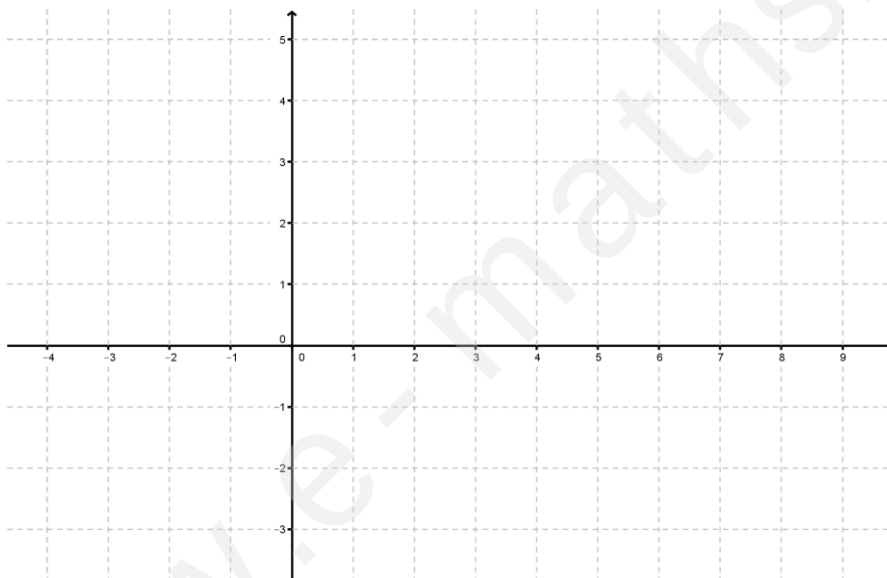
Επαναληπτικά θέματα εξετάσεων

Θέμα 34°

Δίνεται ευθεία ϵ με εξίσωση $y = \left(\frac{3\lambda-1}{2}\right) \cdot x - \lambda + 3$.

- Αν η ευθεία ϵ διέρχεται από το σημείο $A(-1,5)$ να βρείτε το λ .
- Για $\lambda = -1$ να βρείτε την εξίσωση της ευθείας ϵ και στη συνέχεια να κάνετε τη γραφική της παράσταση.
- Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας, που είναι παράλληλη στην ϵ και διέρχεται από την αρχή των αξόνων.
- Αν A, B είναι τα σημεία στα οποία η ευθεία ϵ τέμνει τους άξονες $x'x$ και $y'y$ αντίστοιχα, να βρείτε το εμβαδόν του τριγώνου OAB ♦♦.

♦♦ Όπου O η αρχή των αξόνων.



ΛΥΣΗ

Επαναληπτικά θέματα εξετάσεων

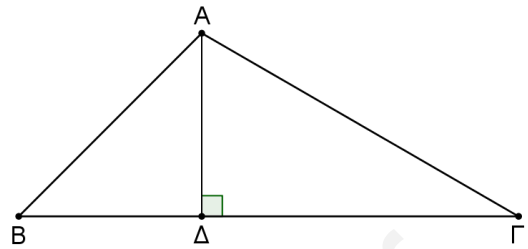
Θέμα 35°

Στο τρίγωνο $AB\Gamma$ δίνεται το ύψος του $AD = 12\text{ cm}$ και $BD = 9\text{ cm}$, $\Gamma D = 16\text{ cm}$.

A. Να υπολογίσετε τα τμήματα AB και $A\Gamma$.

B. Να εξετάσετε αν το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι ορθογώνιο.

Γ. Να βρείτε το εμβαδόν του τριγώνου $AB\Gamma$



ΛΥΣΗ

Επαναληπτικά θέματα εξετάσεων

Θέμα 36°

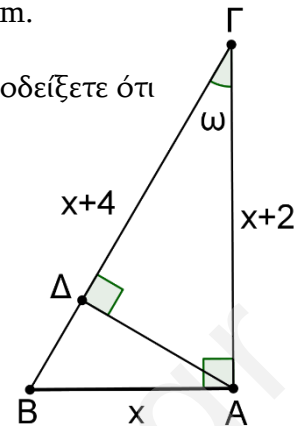
Το τρίγωνο του διπλανού σχήματος έχει περίμετρο 24 cm.

A. Να υπολογίσετε τις πλευρές του τριγώνου και να αποδείξετε ότι είναι ορθογώνιο τρίγωνο.

B. Να υπολογίσετε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς της γωνίας ω .

Γ. Να υπολογίσετε το εμβαδόν του τριγώνου ABΓ.

Δ. Να υπολογίσετε του ύψος ΑΔ.

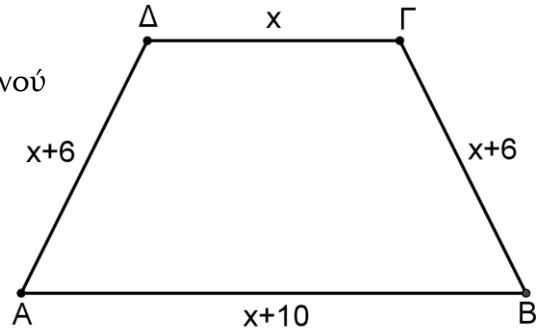


ΛΥΣΗ

Επαναληπτικά θέματα εξετάσεων

Θέμα 37°

Για το ισοσκελές τραπέζιο $AB\Gamma\Delta$ του διπλανού σχήματος δίνεται ότι $\Gamma\Delta = x$, $BA = x + 10$, $B\Gamma = A\Delta = x + 6$. Αν η περίμετρος του τραpezίου είναι ίση με 50 cm τότε:



Α. Να υπολογίσετε το x και τις πλευρές του $AB\Gamma\Delta$.

Β. Να σχεδιάσετε το ύψος του τραpezίου και να υπολογίσετε το μήκος του.

Γ. Να υπολογίσετε το εμβαδόν του τραpezίου.

ΛΥΣΗ

Επαναληπτικά θέματα εξετάσεων

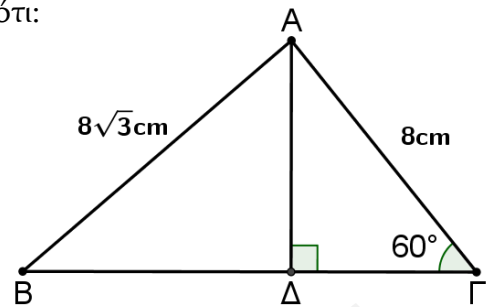
Θέμα 38°

Α. Με βάση το διπλανό σχήμα να αποδείξετε ότι:

i. $AD = 4\sqrt{3} \text{ cm}$

ii. $AG = 4 \text{ cm}$

iii. $BD = 12 \text{ cm}$



Β. Να εξετάσετε αν το τρίγωνο ABΓ είναι ορθογώνιο.

Γ. Να υπολογίσετε το εμβαδόν του τριγώνου ABΓ.

ΛΥΣΗ

Επαναληπτικά θέματα εξετάσεων

Θέμα 39°

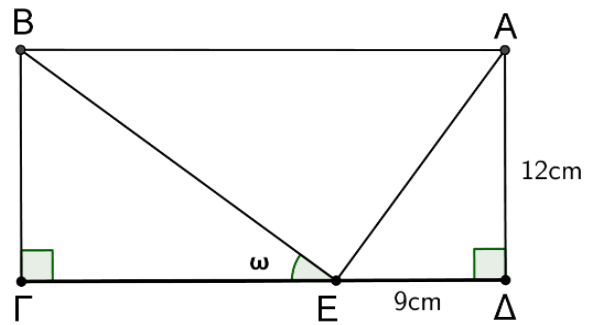
Στο διπλανό σχήμα το $AB\Gamma\Delta$ είναι ορθογώνιο και ισχύει $\varepsilon\varphi\omega = \frac{3}{4}$.

A. Να αποδείξετε ότι:

- i. $E\Gamma = 16$ cm.
- ii. $BE = 20$ cm, iii. $AE = 15$ cm.

B. Να εξετάσετε αν το τρίγωνο ABE είναι ορθογώνιο.

Γ. Να αποδείξετε ότι το εμβαδόν του $AB\Gamma\Delta$ είναι διπλάσιο του εμβαδού του τριγώνου ABE .



ΛΥΣΗ

Επαναληπτικά θέματα εξετάσεων

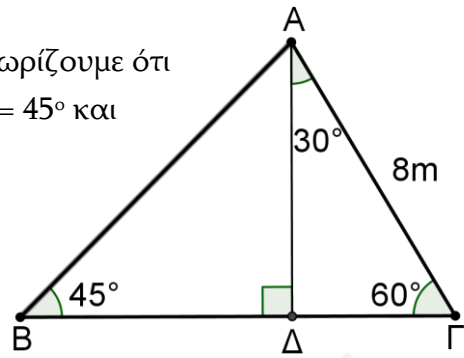
Θέμα 40°

Ένα οικοπέδο έχει σχήμα τριγώνου $AB\Gamma$. Αν γνωρίζουμε ότι γωνία $ΑΓΔ = 60^\circ$, γωνία $ΓΑΔ = 30^\circ$, γωνία $ΑΒΔ = 45^\circ$ και $ΑΓ = 8\text{ m}$, να υπολογίσετε:

Α. τα μήκη των πλευρών $ΑΔ$ και $ΒΔ$.

Β. το εμβαδόν του οικοπέδου.

Γ. το ποσό που θα πληρώσει κάποιος για την αγορά του οικοπέδου αν το κόστος είναι $6000/\text{m}^2$.



ΛΥΣΗ

Επαναληπτικά θέματα εξετάσεων

Θέμα 41°

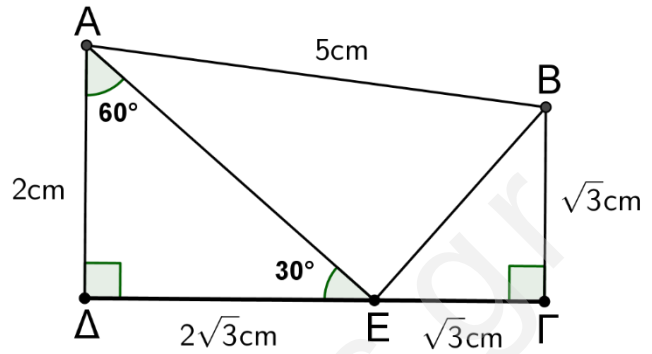
Αν γνωρίζουμε για το διπλανό σχήμα ότι γωνία $\angle A = 60^\circ$, $AE = 2\sqrt{3}$ cm, $AD = \sqrt{3}$ cm, $EG = \sqrt{3}$ cm και $AB = 5$ cm τότε:

A. Να αποδείξετε ότι:

- i. $AD = 2$ cm, ii. $AE = 4$ cm,
- iii. $EB = 3$ cm

B. Να εξετάσετε αν το τρίγωνο ABE είναι ορθογώνιο.

Γ. Να υπολογίσετε το εμβαδόν του τραπέζιου $ABGD$.



ΛΥΣΗ

Επαναληπτικά θέματα εξετάσεων

Θέμα 42°

Στο διπλανό σχήμα το τετράπλευρο ΑΒΓΔ είναι παραλληλόγραμμο και το Μ είναι μέσο του ΒΓ. Να υπολογίσετε:

i. Το ύψος ΑΕ του παραλληλογράμμου και το εμβαδό του.

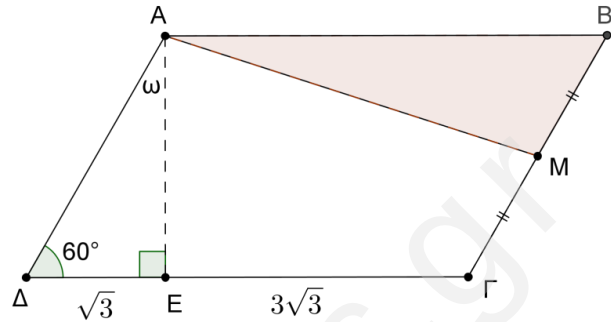
ii. Τα εμβαδά των τριγώνων ΑΒΓ και ΑΜΒ.

iii. Την παράσταση

$$A = \eta\mu^2 60^\circ + \epsilon\phi^2 \omega - \sqrt{3} \sigma\upsilon\nu\omega$$

όπου ω η γωνία $\hat{\Delta}ΑΕ$

iv. Το ύψος του παραλληλογράμμου που αντιστοιχεί στην πλευρά ΒΓ.



$$\text{Δίνονται: } \eta\mu 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}, \sigma\upsilon\nu 60^\circ = \frac{1}{2}, \epsilon\phi 60^\circ = \sqrt{3}, \eta\mu 30^\circ = \frac{1}{2}, \sigma\upsilon\nu 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}, \epsilon\phi 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

ΛΥΣΗ

Επαναληπτικά θέματα εξετάσεων

Θέμα 43°

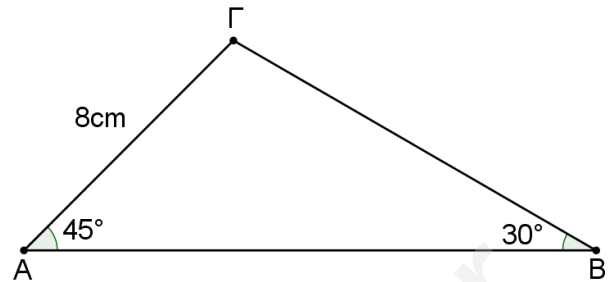
Στο παρακάτω τρίγωνο αφού σχεδιάσετε το ύψος ΓΔ, να υπολογίσετε:

Α. Το ύψος ΓΔ.

Β. Τις πλευρές ΒΓ και ΒΔ.

Γ. Το εμβαδόν του τριγώνου ΑΔΓ

Δ. Το ύψος του τριγώνου ΑΓΔ που αντιστοιχεί στην πλευρά ΑΓ.



$$\Delta\text{ίνονται: } \eta\mu 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}, \sigma\upsilon\nu 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}, \epsilon\phi 45^\circ = 1, \eta\mu 30^\circ = \frac{1}{2}, \sigma\upsilon\nu 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}, \epsilon\phi 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

ΛΥΣΗ

Επαναληπτικά θέματα εξετάσεων

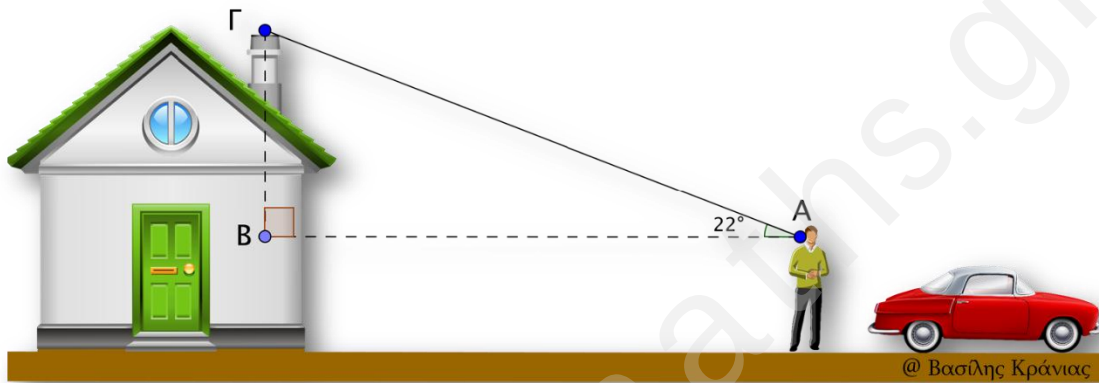
Θέμα 44°

Στην παρακάτω εικόνα ένας άνθρωπος ύψους 1.80m στέκεται μπροστά από ένα σπίτι και βλέπει το πάνω μέρος της καμινάδας υπό γωνία 22° .

Αν η οριζόντια απόσταση AB είναι 9 m, να βρεθεί η απόσταση του πάνω μέρους της καμινάδας από το έδαφος.

Δίνονται: $\epsilon\phi 22^\circ = 0.4$, $\eta\mu 22^\circ = 0.37$ και $\sigma\upsilon\nu 22^\circ = 0.93$

Το ύψος των ματιών από το πάνω μέρος του κεφαλιού θεωρείται αμελητέο.



ΛΥΣΗ

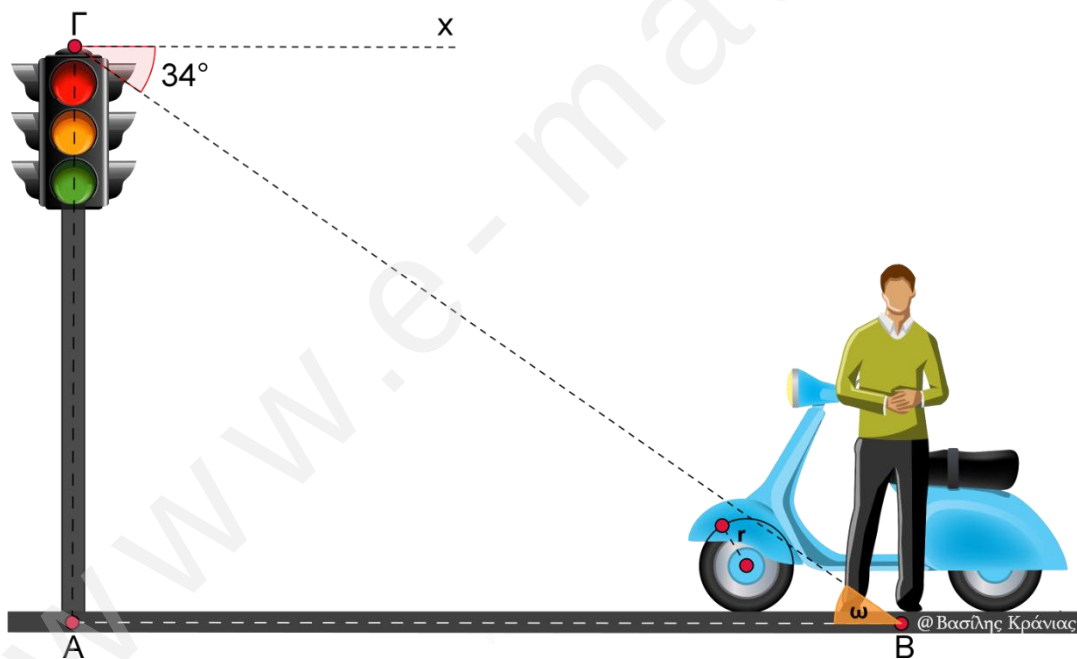
Επαναληπτικά θέματα εξετάσεων

Θέμα 45°

Στην παρακάτω εικόνα στέκεται ένας άνθρωπος μπροστά από ένα φωτεινό σηματοδότη (φανάρι).

- A. Αν γνωρίζετε πως η ημιευθεία $\Gamma\chi$ είναι παράλληλη στην AB , να υπολογίσετε την γωνία ω
- B. Αν η οριζόντια απόσταση AB του ανθρώπου από το φανάρι είναι 1.8π m, να υπολογίσετε το ύψος του φαναριού (απόσταση AG).
- Γ. Αν η ακτίνα r της ρόδας στη μηχανή είναι $r = 0.3$ m, να υπολογίσετε πόσες στροφές θα κάνει κάθε ρόδα, για να καλύψει η μηχανή την απόσταση AB .
- Δ. Αν το μεταλλικό τμήμα της ρόδας σχηματίζει κυκλικό δίσκο ακτίνας $\rho = 0.2$ m και θέλουμε να βάψουμε κάθε ρόδα και από τις δύο όψεις, με ένα χρώμα που κοστίζει 18 € /m^2 , πόσα χρήματα θα χρειαστούμε;

Δίνεται: $\eta\mu\omega = 0.56$, $\sigma\upsilon\omega = 0.83$, $\epsilon\phi\omega = 0.67$



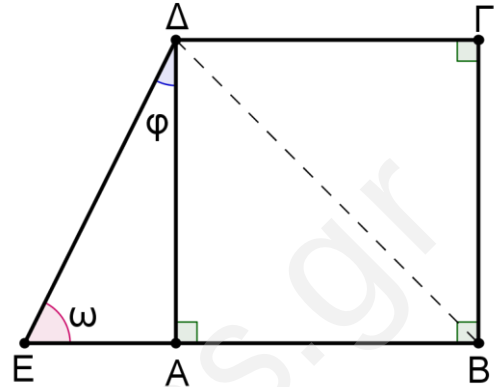
ΛΥΣΗ

Επαναληπτικά θέματα εξετάσεων

Θέμα 46°

Στο παρακάτω σχήμα έχουμε το τραπέζιο ΔΓΒΕ με $\Delta\Gamma \parallel EB$ και για τις γωνίες ω, φ ισχύει η σχέση $\omega = 2\varphi$. Αν γνωρίζουμε πως $B\Delta = \sqrt{72}$ και $\hat{A\Delta B} = 45^\circ$ να υπολογίσετε:

- Α. Το μήκος της πλευράς ΑΔ.
- Β. Το μήκος της πλευράς ΕΒ.
- Γ. Το εμβαδόν του τραπέζιου ΔΓΒΕ.
- Δ. Την περίμετρο του τραπέζιου ΔΓΒΕ.

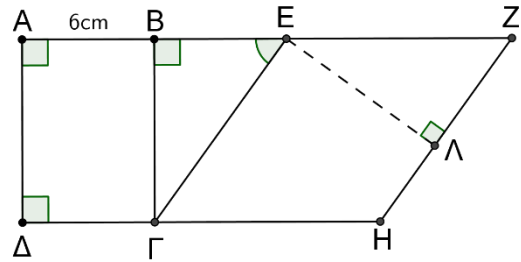


ΛΥΣΗ

Επαναληπτικά θέματα εξετάσεων

Θέμα 47°

Στο διπλανό σχήμα το $AZH\Delta$ είναι
ορθογώνιο τραπέζιο ($\hat{A} = \hat{\Delta} = 90^\circ$) και
ισχύει ότι $AB = 6\text{ cm}$, $\Delta H = 16\text{ cm}$ και
 $\eta\mu \hat{BEG} = \frac{4}{5}$.



Το ορθογώνιο $AB\Gamma\Delta$ έχει εμβαδόν 48 cm^2 και το $EZH\Gamma$ είναι
παραλληλόγραμμο.

- A. Να υπολογίσετε το μήκος του $A\Delta$.
- B. Να υπολογίσετε το μήκος του $B\Gamma$ και του ΓE .
- Γ. Να υπολογίσετε το εμβαδόν του $EZH\Gamma$ και του τραπεζίου $AZH\Delta$.
- Δ. Να υπολογίσετε το ύψος EL του παραλληλογράμμου $EZH\Gamma$.

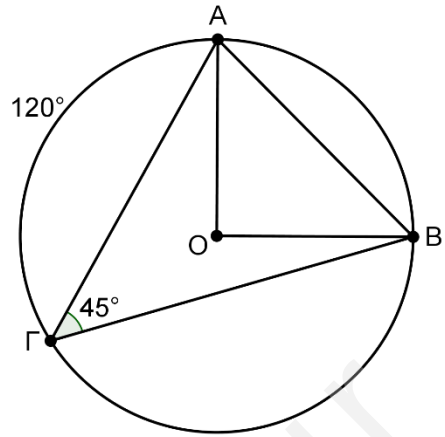
ΛΥΣΗ

Επαναληπτικά θέματα εξετάσεων

Θέμα 48°

Στο διπλανό σχήμα έχουμε τον κύκλο (O, ρ) με $AB = 2\sqrt{2}$ cm και $\hat{A\Gamma B} = 45^\circ$. Να υπολογίσετε:

- A. Τη γωνία $\hat{A\hat{O}B}$ και την ακτίνα ρ του κύκλου.
- B. Το εμβαδόν του κυκλικού δίσκου και το μήκος του κύκλου.
- Γ. Να υπολογίσετε τις γωνίες του τριγώνου $A\Gamma B$.
- Δ. Να βρείτε τη γωνία και το πλήθος των πλευρών ενός κανονικού πολυγώνου του οποίου η κεντρική γωνία $\omega = \hat{A\Gamma B} = 45^\circ$.



. ΛΥΣΗ

Επαναληπτικά θέματα εξετάσεων

Θέμα 49°

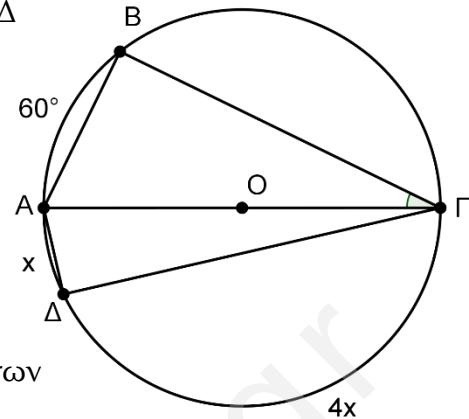
Στο διπλανό σχήμα δίνεται ότι το (κυρτό) τόξο ΓΔ είναι τετραπλάσιο του τόξου ΑΔ και $\widehat{AB} = 60^\circ$.

Α. Να υπολογίσετε το μέτρο του τόξου $\widehat{AD}$.

Β. Να βρείτε τις γωνίες του τριγώνου ΑΔΓ.

Γ. Αν το μήκος του κύκλου είναι $L = 20\pi$ cm, να βρείτε την ακτίνα ρ του κύκλου και το μήκος των πλευρών ΑΒ και ΒΓ.

Δ. Να βρείτε το εμβαδόν του τριγώνου ΑΒΓ και το ύψος που αντιστοιχεί στην πλευρά ΑΓ.



$$\text{Δίνονται: } \eta\mu 30^\circ = \frac{1}{2}, \sigma\upsilon\nu 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}, \epsilon\phi 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

ΛΥΣΗ

Επαναληπτικά θέματα εξετάσεων

Θέμα 50°

Στο διπλανό σχήμα η $B\Gamma$ είναι διάμετρος του κύκλου. Το εμβαδόν του κυκλικού δίσκου είναι ίσο με $25\pi \text{ cm}^2$.

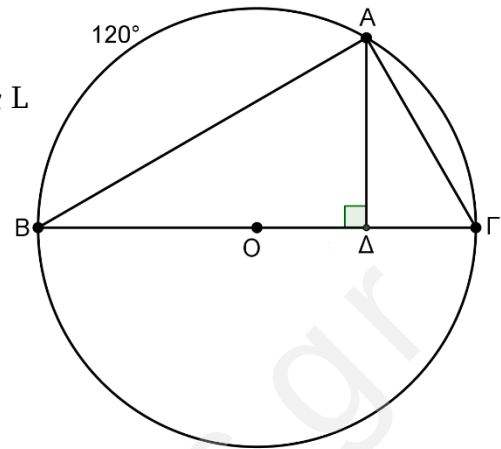
Α. Να υπολογίσετε την ακτίνα ρ και το μήκος L του κύκλου.

Β. Αν $\hat{AB} = 120^\circ$ να υπολογίσετε τις γωνίες:

$\hat{AB\Gamma}$, $\hat{A\Gamma B}$, $\hat{A\Omega\Gamma}$ και $\hat{A\Omega B}$

Γ. Να υπολογίσετε τις πλευρές του τριγώνου $AB\Gamma$

Δ. Να υπολογίσετε το μήκος του $A\Delta$.



ΛΥΣΗ

Επαναληπτικά θέματα εξετάσεων

Θέμα 51°

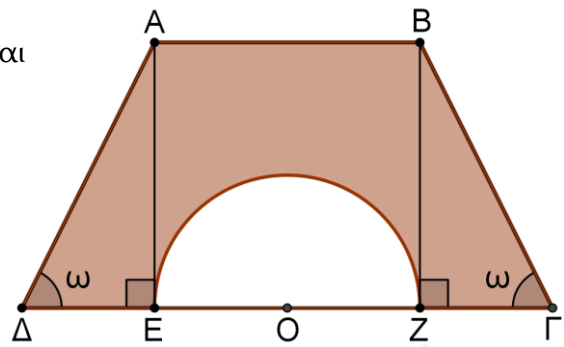
Στο διπλανό σχήμα το τραπέζιο $AB\Gamma\Delta$ είναι
ισοσκελές ($A\Delta = B\Gamma$), $AB = 10$ cm,

$\Delta E = Z\Gamma = 6$ cm και $\sin \omega = \frac{3}{5}$.

A. Να υπολογίσετε τα τμήματα $A\Delta$, $A\Gamma$
και EZ .

B. Να υπολογίσετε το εμβαδόν του τραπεζίου $AB\Gamma\Delta$.

Γ. Να υπολογίσετε το εμβαδόν και την περίμετρο της γραμμοσκιασμένης
επιφάνειας.



ΛΥΣΗ

Επαναληπτικά θέματα εξετάσεων

Θέμα 52°

Στο διπλανό σχήμα δίνεται κύκλος (O, ρ) με μήκος $L = 20\pi$ cm.

A. Να αποδείξετε ότι $\rho = 10$ cm.

B. Να υπολογίσετε το εμβαδόν του κυκλικού δίσκου με ακτίνα ρ .

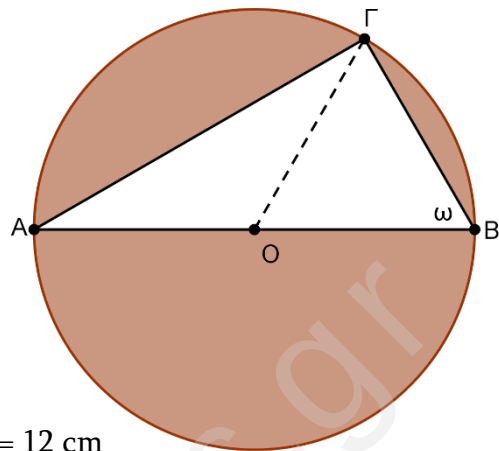
Σχεδιάζουμε στον κύκλο τη διάμετρο του AB και μια χορδή του $AG = 16$ cm.

Γ. Να αποδείξετε ότι:

i) Το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι ορθογώνιο ii) $B\Gamma = 12$ cm

Δ. Να υπολογίσετε : i) Τους τριγωνομετρικούς αριθμούς της $\hat{\omega}$.

ii) Το $(AB\Gamma)$ και το εμβαδόν του γραμμοσκιασμένου χωρίου.



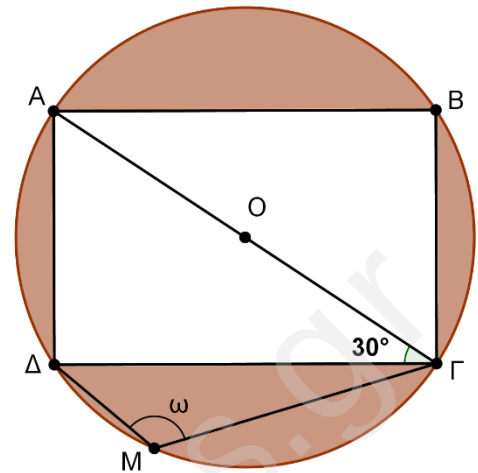
ΛΥΣΗ

Επαναληπτικά θέματα εξετάσεων

Θέμα 53°

Το ορθογώνιο ΑΒΓΔ του διπλανού σχήματος, είναι εγγεγραμμένο στον κύκλο (Ο, ρ) με $\rho = 10 \text{ cm}$ και ισχύει $\hat{A}\Gamma\Delta = 30^\circ$. Να υπολογίσετε:

- Α) Τις πλευρές του ορθογωνίου.
- Β) Τη γωνία $\hat{\omega}$.
- Γ) Το εμβαδόν του ΑΒΓΔ.
- Δ) Το εμβαδόν του γραμμοσκιασμένου χωρίου.



$$\text{Δίνονται: } \eta\mu 30^\circ = \frac{1}{2}, \sigma\upsilon\nu 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}, \epsilon\phi 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3} \text{ και } \sqrt{3} \cong 1,73$$

ΛΥΣΗ

Επαναληπτικά θέματα εξετάσεων

Θέμα 54°

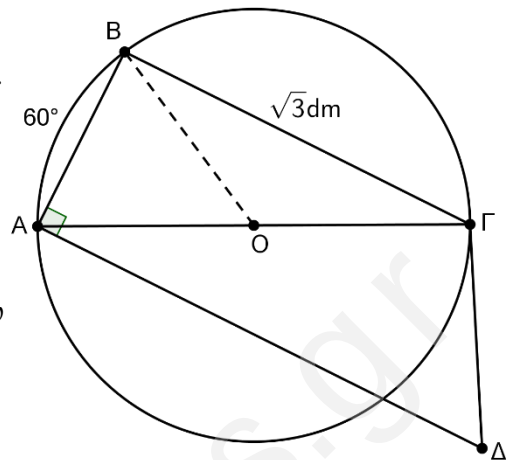
Στο διπλανό σχήμα το $AB\Gamma\Delta$ είναι τραπέζιο ($B\Gamma \parallel A\Delta$) και το $A\Gamma$ είναι διάμετρος του κύκλου. Επίσης ισχύει ότι,

$$\hat{A}B = 60^\circ, A\Delta = 4 - \sqrt{3} \text{ dm και } B\Gamma = \sqrt{3} \text{ dm.}$$

A. Να υπολογίσετε τις γωνίες $\hat{A}B\Gamma$, $\hat{B}\hat{O}\Gamma$, $\hat{B}\hat{A}\Gamma$.

B. Να αποδείξετε ότι η ακτίνα ρ του κύκλου είναι ίση με 1 dm και να υπολογίσετε το εμβαδόν του κυκλικού δίσκου.

Γ. Να υπολογίσετε το εμβαδόν του τραπεζίου $AB\Gamma\Delta$.



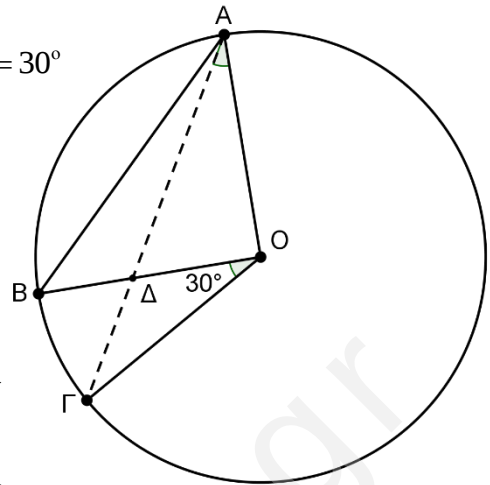
$$\text{Δίνονται: } \eta\mu 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}, \sigma\upsilon\nu 60^\circ = \frac{1}{2}, \epsilon\phi 60^\circ = \sqrt{3}$$

ΛΥΣΗ

Επαναληπτικά θέματα εξετάσεων

Θέμα 55°

Στο διπλανό σχήμα ισχύει ότι $\hat{A}B = 90^\circ$, $\hat{B}O\Gamma = 30^\circ$
και $AB = 5\sqrt{2}$ cm.



- A. Να υπολογίσετε τις γωνίες $\hat{A}OB$, $\hat{\Gamma}AO$, $\hat{O}BA$.
- B. Να αποδείξετε ότι $AO = 5$ cm.
- Γ. Να υπολογίσετε το τμήμα $O\Delta$ και τα εμβαδά των τριγώνων $\hat{O}AB$, $\hat{O}A\Delta$.
- Δ. Να υπολογίσετε το μήκος του κύκλου και το εμβαδόν του κυκλικού δίσκου.

$$\text{Δίνονται: } \eta\mu 30^\circ = \frac{1}{2}, \sigma\upsilon\nu 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}, \epsilon\phi 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

ΛΥΣΗ

Επαναληπτικά θέματα εξετάσεων

Θέμα 56°

Στο διπλανό σχήμα δίνεται ότι το εμβαδόν του κυκλικού δίσκου είναι ίσο με $25\pi \text{ cm}^2$, $AD = 5 \text{ cm}$ και $\hat{\Gamma AB} = 90^\circ$.

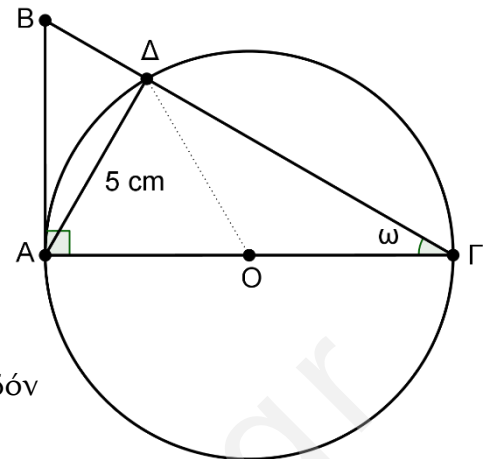
A. Να αποδείξετε ότι $OA = 5 \text{ cm}$.

B. Να υπολογίσετε τη γωνία ω .

Γ. Να υπολογίσετε το μήκος του AB και το εμβαδόν του τριγώνου $\triangle AB\Gamma$.

Δ. Να υπολογίσετε το πλήθος των πλευρών κανονικού πολυγώνου και τη γωνία του ϕ , αν γνωρίζετε ότι η κεντρική του γωνία είναι ω .

$$\text{Δίνονται: } \eta\mu 30^\circ = \frac{1}{2}, \sigma\upsilon\nu 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}, \epsilon\phi 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3}$$



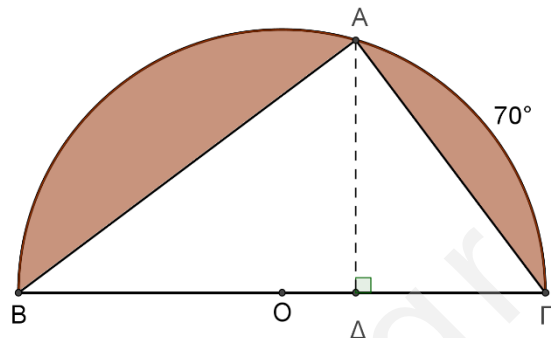
ΛΥΣΗ

Επαναληπτικά θέματα εξετάσεων

Θέμα 57°

Στο διπλανό σχήμα δίνονται: $B\Gamma = 10\text{ cm}$, $AB = 8\text{ cm}$ και $\hat{A}\Gamma = 70^\circ$. Να βρείτε:

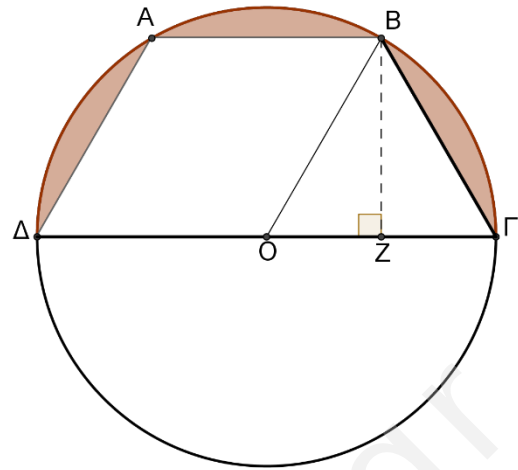
- A. Τις γωνίες του τριγώνου $AB\Gamma$.
- B. Το μήκος της χορδής $A\Gamma$.
- Γ. Το εμβαδόν της γραμμοσκιασμένης επιφάνειας.
- Δ. Το ύψος $A\Delta$ του τριγώνου $AB\Gamma$.



ΛΥΣΗ

Θέμα 58°

Στο διπλανό σχήμα δίνονται: $ABΓΔ$ τραπέζιο με $AB \parallel ΓΔ$, $ΑΔ = ΒΓ = 5 \text{ cm}$, $AB = 5 \text{ cm}$, $\widehat{ΒΓ} = 60^\circ$ και BZ ύψος του τριγώνου $OBΓ$. Αν γνωρίζετε ότι το O είναι το κέντρο του κύκλου να βρείτε:



- A. Τις γωνίες του τριγώνου $OBΓ$.
- B. Το εμβαδόν του τριγώνου $OBΓ$.
- Γ. Να αποδείξετε τη σχέση $(ABOΔ) = 2(OBΓ)$
- Δ. Το εμβαδόν της γραμμοσκιασμένης επιφάνειας.

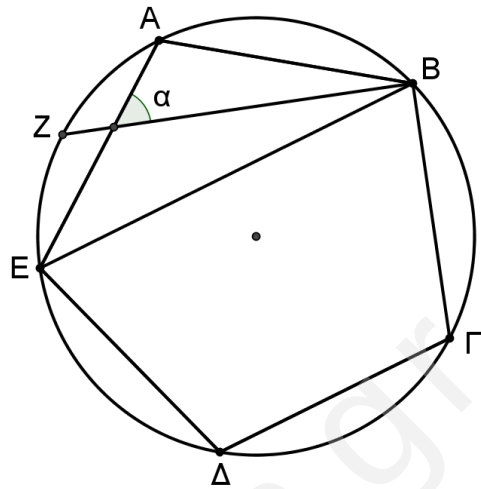
ΛΥΣΗ

Θέμα 59°

Στο διπλανό σχήμα δίνεται κανονικό πεντάγωνο εγγεγραμμένο σε κύκλο.

Να βρείτε:

- A. Την κεντρική του γωνία.
- B. Την γωνία του πενταγώνου.
- Γ. Να δικαιολογήσετε γιατί η διχοτόμος BZ της γωνίας ABE σχηματίζει ορθή γωνία με την BΓ.
- Δ. Να υπολογίσετε την γωνία α .



ΛΥΣΗ

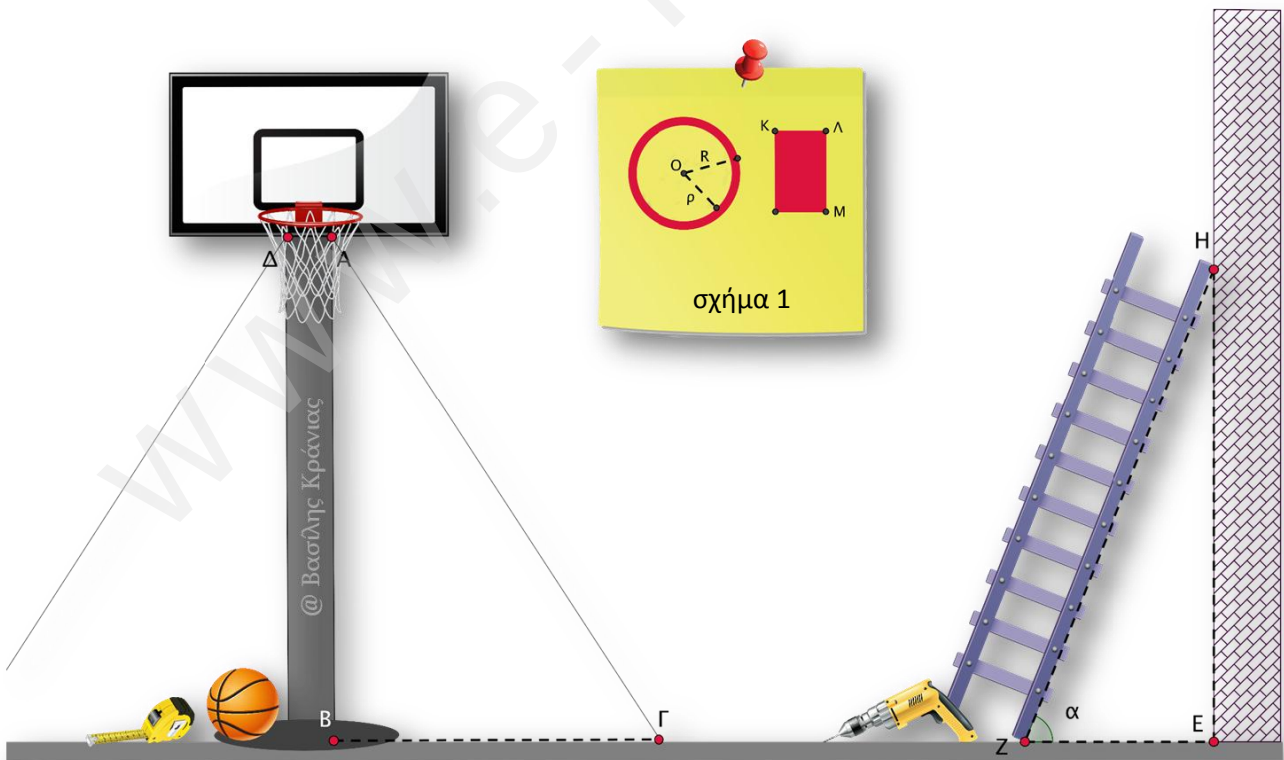
Θέμα 60°

Ένας τεχνικός ολοκλήρωσε την τοποθέτηση της μπασκέτας όπως φαίνεται στην παρακάτω εικόνα. Να απαντήσετε στα εξής ερωτήματα:

A. Αν γνωρίζετε ότι: $AB = 3 \text{ m}$, $B\Gamma = 2.25 \text{ m}$ και $A\Gamma = 3.75 \text{ m}$ μπορείτε να ελέγξετε αν είναι σωστά τοποθετημένη η κολόνα της μπασκέτας, ώστε να μην γέρνει ούτε αριστερά αλλά ούτε και δεξιά;

B. Το μήκος της σκάλας είναι $2\sqrt{3} \text{ m}$ και για να μπορέσει ο τεχνικός να εργαστεί με ασφάλεια, πρέπει να τοποθετήσει τη σκάλα με τέτοιο τρόπο, ώστε να σχηματίζει γωνία $\alpha = 60^\circ$ με το δάπεδο. Είναι επομένως δυνατόν, ο τεχνικός να ακουμπήσει το πάνω μέρος της σκάλας στο ταμπλό της μπασκέτας και να ολοκληρώσει την εργασία του;

Γ. Αν τελικά καταφέρει να ανέβει στη σκάλα, ο τεχνικός θέλει να βάψει το στεφάνι και το πλαίσιο στήριξης και από τις δύο όψεις (σχήμα 1), με ένα ειδικό βερνίκι που προστατεύει το χρώμα. Γνωρίζοντας ότι: $K\Lambda = 20 \text{ cm}$, $\Lambda M = 0.3 \text{ m}$, $R = 0.45 \text{ m}$, $\rho = 0.43 \text{ m}$, πόσα χρήματα θα χρειαστούν για το βάψιμο αν το βερνίκι κοστίζει 12 €/m^2 ;



Επαναληπτικά θέματα εξετάσεων

ΛΥΣΗ