

Θεωρία

ΠΥΘΑΓΟΡΕΙΟ ΘΕΩΡΗΜΑ

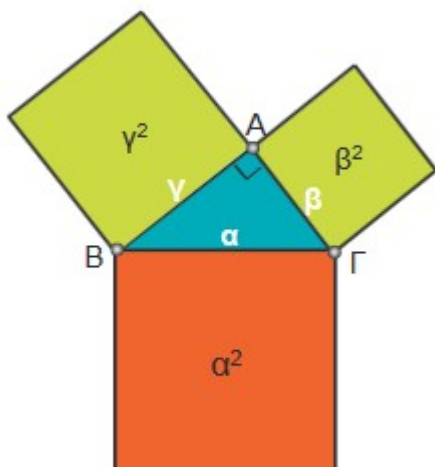
Σε κάθε ορθογώνιο τρίγωνο το άθροισμα των τετραγώνων των δύο κάθετων πλευρών είναι ίσο με το τετράγωνο της υποτείνουσας.

Παρατήρηση:

Στο διπλανό σχήμα το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι ορθογώνιο στο A .

Σύμφωνα με το Πυθαγόρειο θεώρημα ισχύει ότι:

$\alpha^2 = \beta^2 + \gamma^2$, δηλαδή το εμβαδόν του μεγάλου πορτοκαλί τετραγώνου είναι ίσο με το άθροισμα των εμβαδών των δύο πράσινων τετραγώνων.



Το αντίστροφο του Πυθαγορείου θεωρήματος:

Αν σε ένα τρίγωνο, το τετράγωνο της μεγαλύτερης πλευράς είναι ίσο με το άθροισμα των τετραγώνων των δύο άλλων πλευρών, τότε η γωνία που βρίσκεται απέναντι από τη μεγαλύτερη πλευρά είναι ορθή.

Παράδειγμα 1:

1. Να υπολογίσετε τις πλευρές του τριγώνου $AB\Gamma$
2. Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι ορθογώνιο.

Λύση

1. Σχεδιάζουμε τα ορθογώνια τρίγωνα KAB , $\Lambda A\Gamma$, $B\Gamma M$.

Από το Π.θ. στο τρίγωνο KAB :

$$AB^2 = KA^2 + KB^2$$

$$AB^2 = 2^2 + 2^2$$

$$AB^2 = 4 + 4$$

$$AB^2 = 8 \text{ cm}^2$$

$$AB = \sqrt{8} \text{ cm}$$

Από το Π.θ. στο τρίγωνο $\Lambda A\Gamma$:

$$A\Gamma^2 = \Lambda A^2 + \Lambda \Gamma^2$$

$$A\Gamma^2 = 1^2 + 1^2$$

$$A\Gamma^2 = 1 + 1$$

$$A\Gamma^2 = 2 \text{ cm}^2$$

$$A\Gamma = \sqrt{2} \text{ cm}$$

Από το Π.θ. στο τρίγωνο $B\Gamma M$:

$$\Gamma B^2 = \Gamma M^2 + MB^2$$

$$\Gamma B^2 = 3^2 + 1^2$$

$$\Gamma B^2 = 9 + 1$$

$$\Gamma B^2 = 10 \text{ cm}^2$$

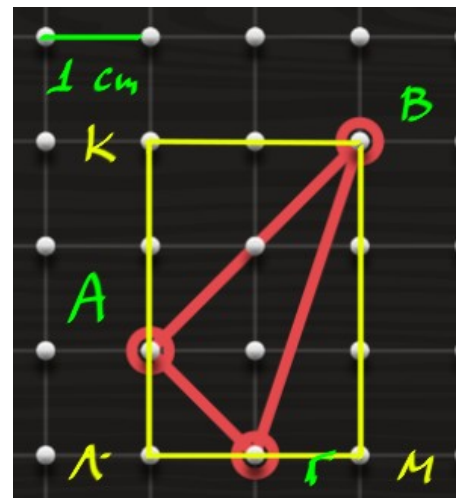
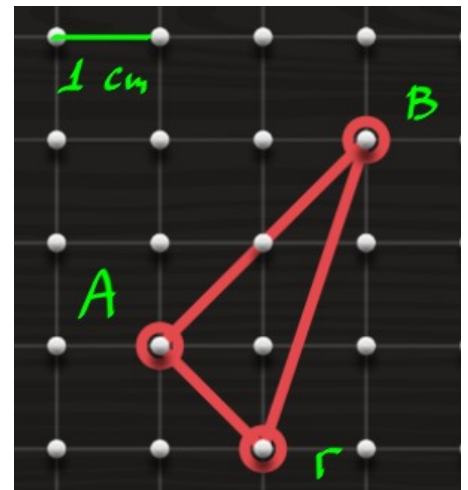
$$\Gamma B = \sqrt{10} \text{ cm}$$

2. Στο τρίγωνο $AB\Gamma$ η μεγαλύτερη πλευρά είναι η $B\Gamma$ και είναι:

$$\Gamma B^2 = \sqrt{10}^2 = 10$$

$$\text{Επίσης: } AB^2 + A\Gamma^2 = \sqrt{8}^2 + \sqrt{2}^2 = 8 + 2 = 10.$$

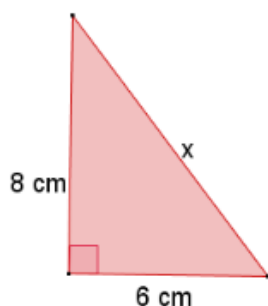
Αφού $\Gamma B^2 = AB^2 + A\Gamma^2$ ισχύει το αντίστροφο του Πυθαγορείου θεωρήματος, οπότε το τρίγωνο είναι ορθογώνιο με υποτείνουσα την $B\Gamma$ και ορθή γωνία την A .



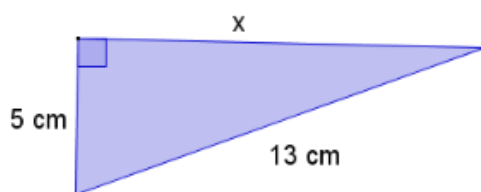
Παράδειγμα 2:

Να βρεθεί το μήκος x σε καθεμιά από τις πιο κάτω περιπτώσεις.

(α)



(β)



Λύση:

Τα τρίγωνα είναι ορθογώνια. Άρα, μπορούμε να εφαρμόσουμε το Πυθαγόρειο θεώρημα:

$$\begin{aligned}(\alpha) \quad x^2 &= 8^2 + 6^2 \\ \Rightarrow x^2 &= 64 + 36 \\ \Rightarrow x^2 &= 100 \\ \Rightarrow x &= \sqrt{100}, \text{αφού } x > 0 \\ \Rightarrow x &= 10 \text{ cm}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(\beta) \quad 13^2 &= x^2 + 5^2 \\ \Rightarrow 169 &= x^2 + 25 \\ \Rightarrow x^2 &= 169 - 25 \\ \Rightarrow x^2 &= 144 \\ \Rightarrow x &= \sqrt{144}, \text{αφού } x > 0 \\ \Rightarrow x &= 12 \text{ cm}\end{aligned}$$