

ΘΕΩΡΙΑ

ΔΥΝΑΜΕΙΣ ΜΕ ΑΡΝΗΤΙΚΟ ΕΚΘΕΤΗ

Μερικά παραδείγματα:

Επεκτείνουμε την ιδιότητα $\frac{\alpha^\nu}{\alpha^\mu} = \alpha^{\nu-\mu}$, όταν το $\nu < \mu$.

Έτσι $\frac{2^3}{2^5} = 2^{3-5} = 2^{-2}$ ενώ αν εφαρμόσουμε αναλυτικά τις πράξεις θα έχουμε

$$\frac{2^3}{2^5} = \frac{2 \cdot 2 \cdot 2}{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2} = \frac{1}{2 \cdot 2} = \frac{1}{2^2} = \left(\frac{1}{2}\right)^2 \text{ δηλ. } 2^{-2} = \left(\frac{1}{2}\right)^2.$$

Με όμοιο τρόπο:

$$\frac{\left(-\frac{2}{3}\right)^2}{\left(-\frac{2}{3}\right)^4} = \left(-\frac{2}{3}\right)^{2-4} = \left(-\frac{2}{3}\right)^{-2}$$

ενώ με τις πράξεις αναλυτικά είναι:

$$\frac{\left(-\frac{2}{3}\right)^2}{\left(-\frac{2}{3}\right)^4} = \frac{\left(-\frac{2}{3}\right)\left(-\frac{2}{3}\right)}{\left(-\frac{2}{3}\right)\left(-\frac{2}{3}\right)\left(-\frac{2}{3}\right)\left(-\frac{2}{3}\right)} = \frac{1}{\left(-\frac{2}{3}\right)\left(-\frac{2}{3}\right)} = \frac{1}{\left(-\frac{2}{3}\right)^2} = \left(\frac{1}{-\frac{2}{3}}\right)^2 = \left(-\frac{3}{2}\right)^2$$

$$\text{Δηλ. } \left(-\frac{2}{3}\right)^{-2} = \left(-\frac{3}{2}\right)^2$$

Με βάση τα παραδείγματα παρατηρούμε ότι για να βρω τη δύναμη ενός αριθμού όταν ο εκθέτης είναι αρνητικός τότε αντιστρέφω την βάση και βάζω θετικό εκθέτη. Δηλ.

$$\alpha^{-\nu} = \left(\frac{1}{\alpha}\right)^\nu \text{ και επειδή } \left(\frac{1}{\alpha}\right)^\nu = \frac{1^\nu}{\alpha^\nu} = \frac{1}{\alpha^\nu} \text{ οπότε τελικά :}$$

$$\alpha^{-\nu} = \left(\frac{1}{\alpha}\right)^\nu = \frac{1}{\alpha^\nu}$$

Παραδείγματα:

$$10^{-1} = \left(\frac{1}{10}\right)^1 = \frac{1}{10}$$

$$(-3)^{-4} = \left(-\frac{1}{3}\right)^4 = \frac{1}{(-3)^4} = \frac{1}{81}$$

Οι ιδιότητες των δυνάμεων ισχύουν κανονικά και όταν οι δυνάμεις έχουν αρνητικό εκθέτη

Δες τα παραδείγματα και τις εφαρμογές του Σχολικού βιβλίου της Α' Γυμνασίου σελ. 141.

Ασκήσεις

1. Στο Διεθνές σύστημα μονάδων το 1 νανόμετρο (1nm) είναι 10^{-9} μέτρα , ενώ το 1 χιλιοστό (1mm) είναι 10^{-3} μέτρα. Πόσα νανόμετρα είναι το 1 χιλιοστό ;

2. Να υπολογίσετε τις παρακάτω δυνάμεις

(α) $(2)^{-3}$ (β) $\left(\frac{1}{5}\right)^{-2}$ (γ) 1^{-5} (δ) $(-5)^{-3}$ (ε) $(-5)^{-2}$ (στ) $\left(\frac{3}{7}\right)^{-2}$

3. Να επιλέξετε τρία κλάσματα μεταξύ του 0 και του 1 . Να βρείτε την τιμή του κάθε κλάσματος, όταν υψωθεί σε δύναμη με εκθέτη το -1 . Ποια είναι η σχέση μεταξύ του αρχικού κλάσματος και του κλάσματος υψωμένου στην -1 .

4. Να συγκρίνετε του αριθμούς $(-4)^2$ και 4^{-2} .

5. Να γράψετε με τη μορφή μία δύναμης με θετικό εκθέτη τις παρακάτω παραστάσεις:

(α) $\alpha^{-3} : \alpha^2$ (β) $(-7)^{-3} \cdot (-7)^5$ (γ) $(-2) \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^3$

6. Να υπολογίσετε την τιμή του x ώστε να ισχύει η παρακάτω ισότητα

$$(-5)^{-7} \cdot (-5)^x = (-5)^3.$$

7. Να τοποθετήσετε τους αριθμούς $0, 2^0, 2^1, 2^2$ και 2^3 πάνω σε έναν άξονα αριθμών .
Να κάνετε το ίδιο αλλά σε άλλον άξονα για τους αριθμούς $0, 2^0, 2^{-1}, 2^{-2}$ και 2^{-3} .