

Θεωρία – ερωτήσεις και απαντήσεις

1. Τι ονομάζουμε τετραγωνική ρίζα ενός θετικού αριθμού α και πώς συμβολίζεται;
Τετραγωνική ρίζα **ενός θετικού αριθμού** α , λέγεται **ο θετικός αριθμός**, ο οποίος, όταν υψωθεί στο τετράγωνο, δίνει τον αριθμό α . Η τετραγωνική ρίζα του α συμβολίζεται με $\sqrt{\alpha}$.

Ορίζουμε $\sqrt{0}=0$.

2. Αν με x συμβολίσουμε την $\sqrt{\alpha}$ τι πρέπει να ισχύει για τους πραγματικούς αριθμούς x και α και ποια σχέση τους συνδέει;

- a. Ο α πρέπει να είναι θετικός ή μηδέν, δηλαδή $\alpha \geq 0$
b. Ο x πρέπει να είναι θετικός ή μηδέν, δηλαδή $x \geq 0$
c. Με την προϋπόθεση ότι ισχύουν οι συνθήκες a, b αφού $x = \sqrt{\alpha}$ τότε $x^2 = \alpha$ και αντίστροφα. Επίσης $\sqrt{\alpha^2} = \alpha$

3. (η ερώτηση είναι παραπλήσια με την ερώτηση 2)

Για τους x, y ισχύει: $y = \sqrt{x}$. Στις παρακάτω ερωτήσεις να επιλέξετε τη σωστή απάντηση:

	A	B	Γ
α) Ο x είναι:	θετικός ή μηδέν	αρνητικός ή μηδέν	οποιοσδήποτε αριθμός
β) Ο y είναι:	θετικός ή μηδέν	αρνητικός ή μηδέν	οποιοσδήποτε αριθμός
γ) Ισχύει η σχέση:	$x^2 = y$	$y^2 = x$	$x^2 = y^2$

4. Α) Ποιοι αριθμοί ονομάζονται άρρητοι;
Β) Να αναφέρετε κάποια παραδείγματα άρρητων αριθμών και μερικά παραδείγματα αριθμών που δεν είναι άρρητοι (δηλαδή είναι ρητοί).

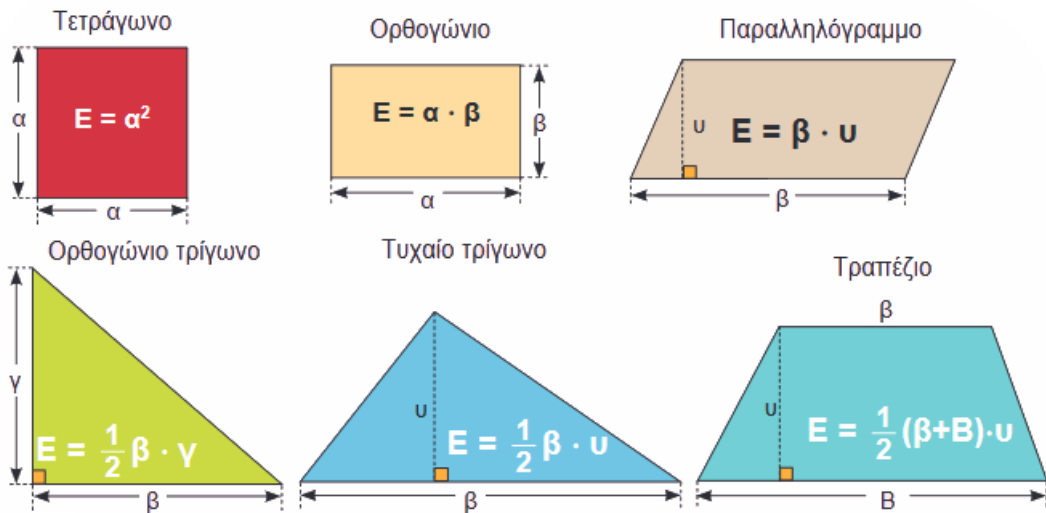
Α) Κάθε αριθμός που δεν μπορεί να πάρει τη μορφή κλάσματος με αριθμητή ακέραιο και παρονομαστή ακέραιο αλλά όχι μηδέν ονομάζεται άρρητος αριθμός. Αυτό σημαίνει ότι κάθε άρρητος αριθμός δεν μπορεί να γραφτεί ούτε ως δεκαδικός με συγκεκριμένο αριθμό δεκαδικών ψηφίων, ούτε ως περιοδικός δεκαδικός αριθμός, δηλαδή με άπειρα δεκαδικά ψηφία επαναλαμβανόμενα.

Β) **Ρητοί:** $-5, 3, \frac{-3}{7}, 0, 0,13, 0,253333... , 3,14, -43,\overline{356}$

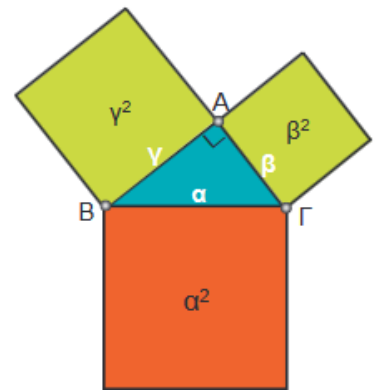
Άρρητοι: $\sqrt{2}, -\sqrt{3}, \sqrt{10}, \pi, 0,1234567891011121314.....$

5. Ποιοι είναι οι τύποι για τα εμβαδά των βασικών επίπεδων σχημάτων;

Εμβαδά των βασικών επίπεδων σχημάτων.

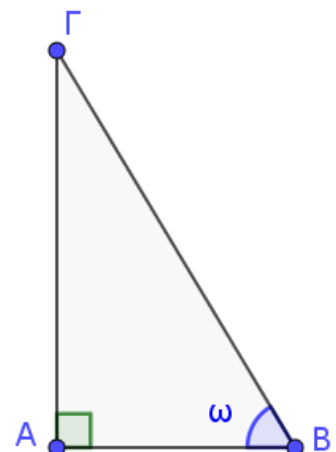


6. Να διατυπώσετε το Πυθαγόρειο θεώρημα, να γράψετε την κατάλληλη σχέση και να κάνετε το κατάλληλο σχήμα.
Σε κάθε ορθογώνιο τρίγωνο το άθροισμα των τετραγώνων των δύο κάθετων πλευρών είναι ίσο με το τετράγωνο της υποτείνουσας, δηλαδή $\beta^2 + \gamma^2 = \alpha^2$



7. Να διατυπώσετε το αντίστροφο του Πυθαγόρειου θεωρήματος.
Αν σε ένα τρίγωνο, το τετράγωνο της μεγαλύτερης πλευράς είναι ίσο με το άθροισμα των τετραγώνων των δύο άλλων πλευρών, τότε η γωνία που βρίσκεται απέναντι από τη μεγαλύτερη πλευρά είναι ορθή.
8. Να γράψετε τους ορισμούς για το ημίτονο, το συνημίτονο και την εφαπτομένη μιας οξείας γωνίας ενός ορθογωνίου τριγώνου. Να κάνετε το κατάλληλο σχήμα και να γράψετε τις αντίστοιχες σχέσεις.
Σε κάθε ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ που έχει οξεία γωνία ω οι επόμενοι λόγοι είναι σταθεροί:

- $\frac{\text{απέναντι κάθετη πλευρά της γωνίας } \omega}{\text{προκείμενη κάθετη πλευρά της γωνίας } \omega}$
- $\frac{\text{απέναντι κάθετη πλευρά της γωνίας } \omega}{\text{υποτείνουσα}}$
- $\frac{\text{προσκείμενη κάθετη πλευρά της γωνίας } \omega}{\text{υποτείνουσα}}$



Ο λόγος a ονομάζεται εφαπτομένη της γωνίας ω και συμβολίζεται **εφω**, ο λόγος b ονομάζεται ημίτονο της γωνίας ω και συμβολίζεται **ημω**, ενώ ο λόγος c ονομάζεται συνημίτονο της γωνίας ω και συμβολίζεται **συνω**.

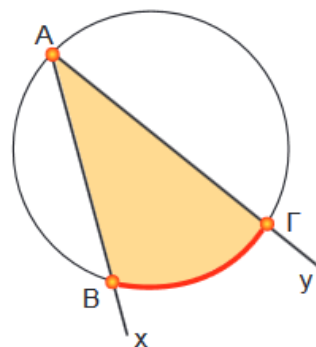
Με βάση το σχήμα: $\varepsilon\varphi\omega = \frac{A\Gamma}{AB}$, $\eta\mu\omega = \frac{A\Gamma}{B\Gamma}$, $\sigma\upsilon\nu\omega = \frac{AB}{B\Gamma}$

- 9.** Ποιες τιμές μπορούν να πάρουν το $\eta\mu\omega$, $\sigma\upsilon\nu\omega$, $\varepsilon\varphi\omega$, όταν η ω είναι οξεία γωνία ορθογωνίου τριγώνου και γιατί.

Για κάθε οξεία γωνία ω το $\eta\mu\omega$ είναι θετικό και μικρότερο του 1 ($0 < \eta\mu\omega < 1$), γιατί η υποτείνουσα είναι η μεγαλύτερη πλευρά και το ίδιο ισχύει για το $\sigma\upsilon\nu\omega$, δηλ. $0 < \sigma\upsilon\nu\omega < 1$. Η $\varepsilon\varphi\omega$ είναι θετική αλλά μπορεί να είναι μικρότερη ή ίση ή μεγαλύτερη του 1.

- 10.** Ποια γωνία ονομάζεται εγγεγραμμένη γωνία και τι λέγεται αντίστοιχο τόξο της εγγεγραμμένης; Να κάνετε σχήμα.

Μια γωνία $\widehat{xAy}$ που η κορυφή της A είναι σημείο ενός κύκλου και οι πλευρές της τέμνουν τον κύκλο, λέγεται εγγεγραμμένη γωνία στον κύκλο. Το τόξο $B\Gamma$ του κύκλου που βρίσκεται μέσα στην εγγεγραμμένη γωνία λέγεται αντίστοιχο τόξο της. Επίσης, λέμε ότι η εγγεγραμμένη γωνία $\widehat{BAG}$ βαίνει στο τόξο $B\Gamma$.



- 11.** Να περιγράψετε την σχέση που έχουν οι:

- Οι εγγεγραμμένες μεταξύ τους, όταν βαίνουν στο ίδιο τόξο ή σε ίσα τόξα
- Οι εγγεγραμμένες και οι επίκεντρες, όταν βαίνουν σε ίσα τόξα
- Οι εγγεγραμμένες και τα τόξα στα οποία βαίνουν.
- Οι εγγεγραμμένες γωνίες που βαίνουν σε ημικύκλιο

Απάντηση:

- Οι εγγεγραμμένες γωνίες ενός κύκλου που βαίνουν στο ίδιο τόξο ή σε ίσα τόξα είναι μεταξύ τους ίσες.
 - Κάθε εγγεγραμμένη γωνία ισούται με το μισό της επίκεντρης που έχει ίσο αντίστοιχο τόξο.
 - Κάθε εγγεγραμμένη γωνία έχει μέτρο ίσο με το μισό του μέτρου του αντίστοιχου τόξου της.
 - Κάθε εγγεγραμμένη γωνία που βαίνει σε ημικύκλιο είναι ορθή.
- 12.** Να γράψετε τους τύπους για το μήκος ενός κύκλου και το εμβαδόν του κυκλικού δίσκου και να εξηγήσετε τα σύμβολα.

Το μήκος L ενός κύκλου είναι $L = \pi \cdot \delta$ ή $L = 2\pi r$, όπου δ είναι η διάμετρος του κύκλου, r η ακτίνα του και το π είναι ο άρρητος αριθμός που συμβολίζει τον σταθερό λόγο

$\frac{\text{μήκος κύκλου}}{\text{διάμετρος κύκλου}}$. Το εμβαδόν του κυκλικού δίσκου είναι $E = \pi r^2$.

13. Α) Πότε δύο ποσά ονομάζονται ανάλογα και τι ιδιότητα έχουν;

Β) Ποια μαθηματική σχέση εκφράζει το επόμενο: Το ποσό y είναι ανάλογο του x . Πώς είναι η γραφική παράσταση όταν υπάρχει αυτή η σχέση (δηλ. όταν είναι το y ανάλογο του x);

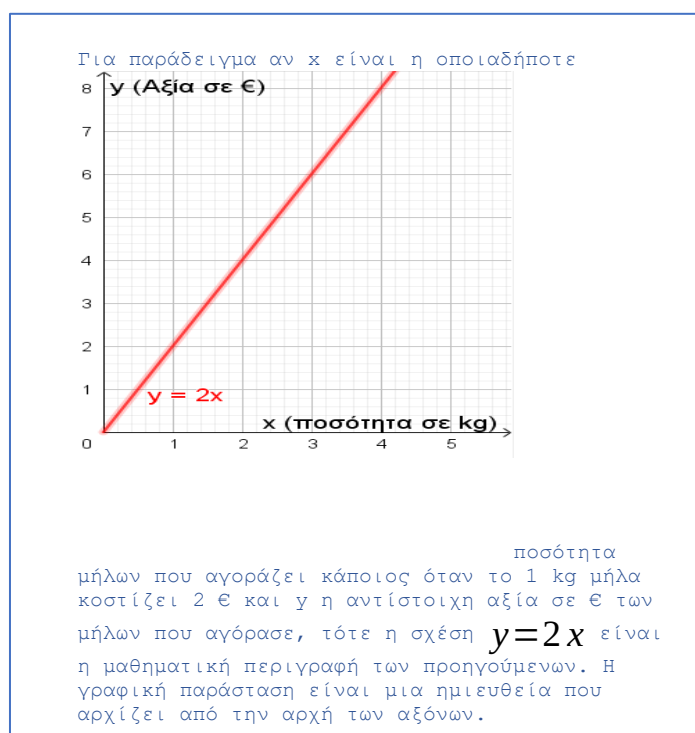
Α) Δύο ποσά λέγονται ανάλογα, όταν πολλαπλασιάζοντας τις τιμές του ενός ποσού με έναν αριθμό, τότε και οι αντίστοιχες τιμές του άλλου πολλαπλασιάζονται με τον ίδιο αριθμό.

Ιδιότητα: Όταν δύο ποσά είναι ανάλογα τότε ο λόγος των αντίστοιχων τιμών τους είναι σταθερός και ονομάζεται συντελεστής αναλογίας.

Β) Όταν το ποσό y είναι ανάλογο του x η σχέση είναι $y = a \cdot x$, με το a να είναι ο συντελεστής

αναλογίας, δηλαδή $a = \frac{y}{x}$

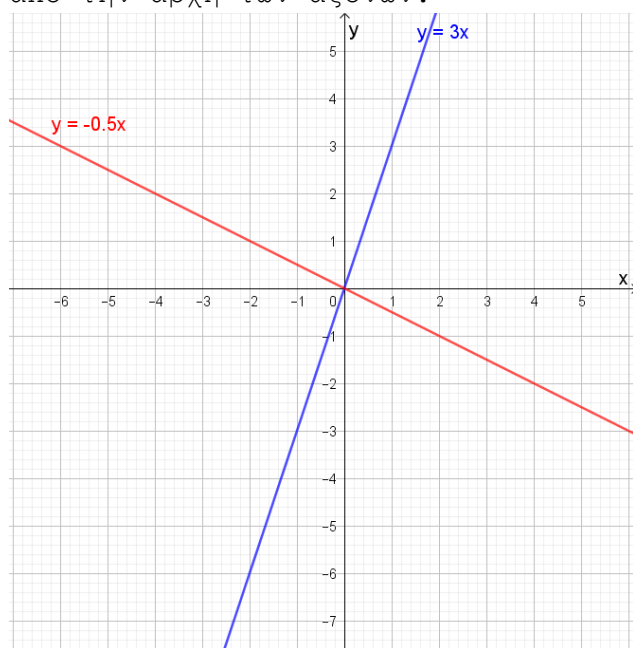
και η γραφική παράσταση είναι μια ημιευθεία που αρχίζει από την αρχή των ημιαξόνων.



14. Τι γνωρίζετε για την γραφική παράσταση της συνάρτησης $y = ax$, όταν το x είναι οποιοσδήποτε (πραγματικός) αριθμός¹. Να κάνετε κατάλληλα σχήματα για να εξηγήσετε.

¹ Σε αυτή την περίπτωση το x μπορεί να είναι και αρνητικός αριθμός, ενώ όταν λέγαμε για ανάλογα ποσά ήταν θετικός ή μηδέν.

- a. Η γραφική παράσταση είναι ευθεία η οποία διέρχεται από την αρχή των αξόνων.



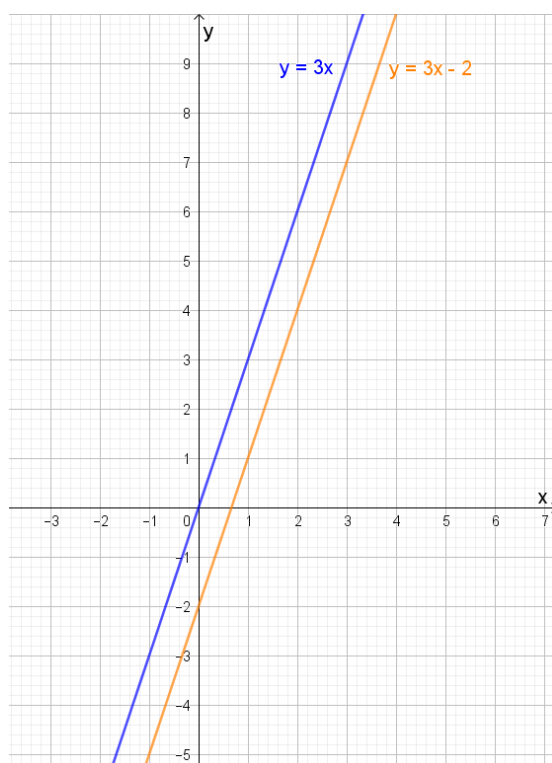
- b. Το α , που είναι ο συντελεστής του x στον τύπο της συνάρτησης $y = ax$, ονομάζεται κλίση της ευθείας και είναι ίση με τον σταθερό λόγο $\frac{y}{x}$

- c. Όταν το α είναι θετικός αριθμός η ευθεία έχει θετική κλίση. Στο παραπάνω παράδειγμα η μπλε ευθεία έχει κλίση 3 που είναι θετικός αριθμός.

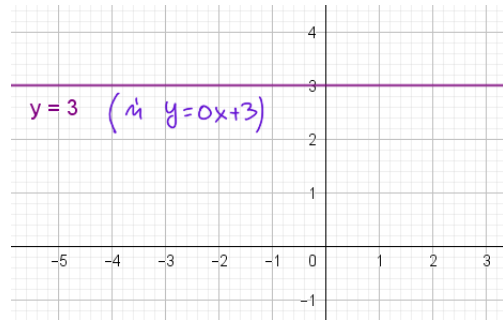
Όταν το α είναι αρνητικός αριθμός η ευθεία έχει αρνητική κλίση. Στο παραπάνω παράδειγμα η κόκκινη ευθεία έχει κλίση $-0,5$ που είναι αρνητικός αριθμός.

15. Τι γνωρίζετε για την γραφική παράσταση της συνάρτησης $y = ax + \beta$, με $\beta \neq 0$ και τι σχέση έχει με την γραφική παράσταση της $y = ax$; Να κάνετε κατάλληλα σχήματα για να εξηγήσετε.

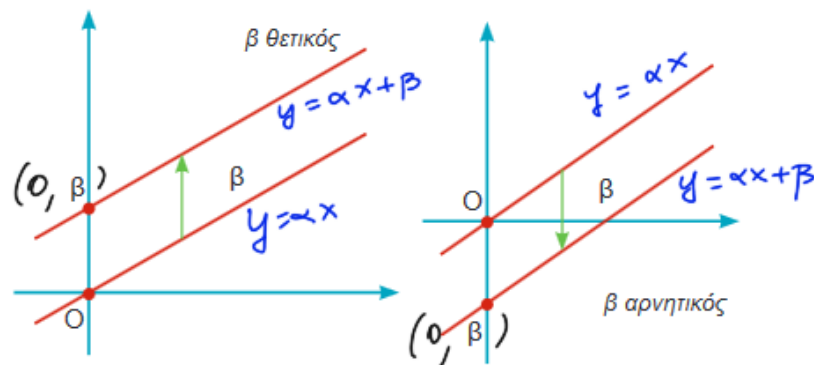
- d. Η γραφική παράσταση της $y = ax + \beta$, με $\beta \neq 0$ είναι ευθεία η οποία ΔΕΝ διέρχεται από την αρχή των αξόνων. Η $y = ax + \beta$ είναι παράλληλη με την $y = ax$. Το α ονομάζεται κλίση της ευθείας. Στο διπλανό σχήμα η $y = 3x - 2$ είναι παράλληλη με την $y = 3x$.



- e. Αν το α είναι θετικό η ευθεία έχει θετική κλίση, αν είναι το α αρνητικό η ευθεία έχει αρνητική κλίση και αν το $\alpha=0$ η ευθεία έχει μηδενική κλίση και είναι παράλληλη με τον άξονα $x'x$.



- f. Η ευθεία $y=ax+\beta$ τέμνει τον άξονα $y'y$ στο σημείο με συντεταγμένες $(0,\beta)$



16. Τι αντιπροσωπεύουν τα σύμβολα όταν λέμε ότι η ευθεία έχει εξίσωση $y=ax+b$;

- Το α είναι η κλίση της ευθείας και είναι ίσο με $\alpha = \frac{\Delta y}{\Delta x}$
- Το β είναι η 2η συντεταγμένη από το σημείο τομής της ευθείας με τον άξονα $y'y$
- Τα x και y είναι οι συντεταγμένες του οποιουδήποτε σημείου της ευθείας.