

Ποσά ανάλογα - Η συνάρτηση $y = ax$

Ορισμός

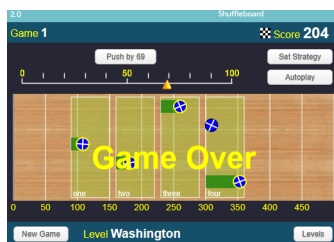
Δύο ποσά λέγονται ανάλογα, όταν πολλαπλασιάζοντας τις τιμές του ενός ποσού με έναν αριθμό, τότε και οι αντίστοιχες τιμές του άλλου πολλαπλασιάζονται με τον ίδιο αριθμό.

Ιδιότητες

Ο λόγος των αντίστοιχων τιμών των δύο ποσών είναι σταθερός. Αν δεν ισχύει αυτό τότε δεν είναι ανάλογα τα δύο ποσά – μεγέθη.

Παραδείγματα

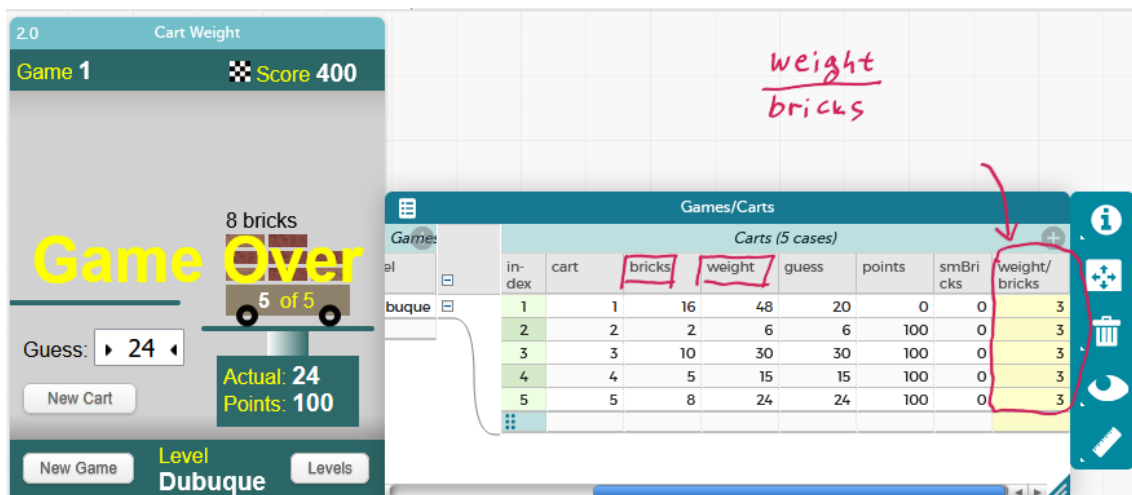
- Στο παιχνίδι ShuffleBoard, τα μεγέθη endPos και push δεν είναι ανάλογα, γιατί ο λόγος τους δεν είναι σταθερός (τελευταία στήλη στον πίνακα)



Handwritten note: $\frac{endPos}{push}$

Games (1 cases)		Disks (5 cases)						
level	in-index	disk	push	startPos	endPos	pad	points	endPos/push
Washin...	1	1	50	15	260	three	50	5.2
	2	2	60	15	309	four	15	5.15
	3	3	19	15	108.1	one	30	5.69
	4	4	34	15	181.6	two	36	5.34
	5	5	69	15	353.1	four	88	5.12

- Στο παιχνίδι Cart Weight (επίπεδο Dubuque)
<https://codap.concord.org/releases/latest/static/dg/en/cert/index.html?di=https://concord-consortium.github.io/codap-data-interactives//CartWeight/index.html>
το βάρος (weight) και ο αριθμός των τούβλων (bricks) είναι ανάλογα γιατί ο λόγος τους είναι σταθερός (το βάρος του καροτσιού στο συγκεκριμένο επίπεδο δεν υπολογίζεται)



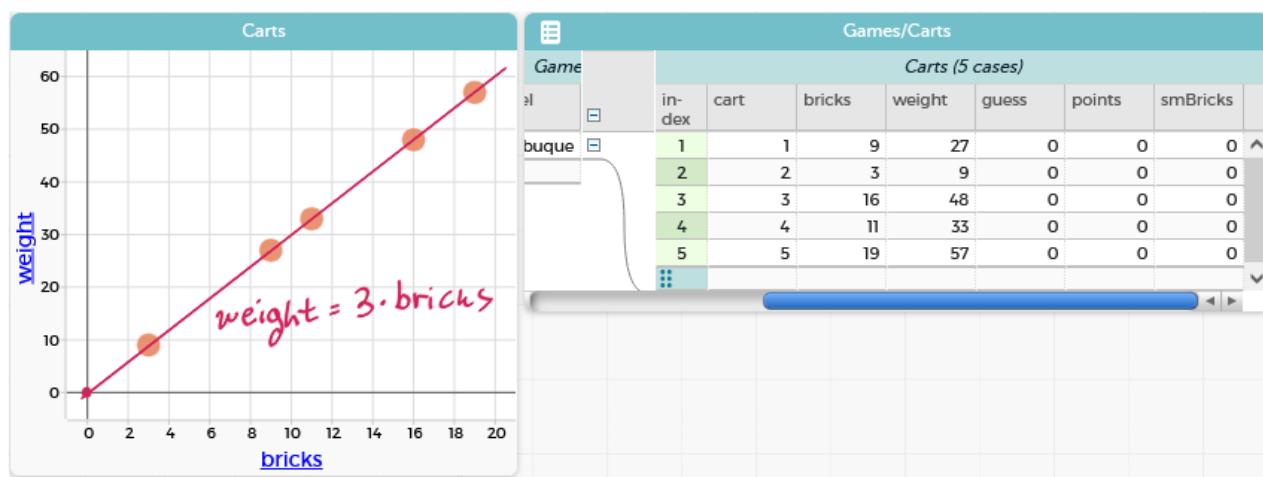
Ο τύπος της συνάρτησης όταν δύο ποσά x , y είναι ανάλογα έχει την μορφή $y = ax$ (είναι υποκατηγορία των γραμμικών συναρτήσεων οι οποίες έχουν την μορφή $y = ax + \beta$)

Στο προηγούμενο παράδειγμα θα ήταν $weight = 3 \cdot bricks$ ή αν συμβολίσουμε με y το $weight$ και με x τον αριθμό των τούβλων θα ήταν $y = 3x$ (το a ειδικά σε αυτές τις περιπτώσεις μπορούμε

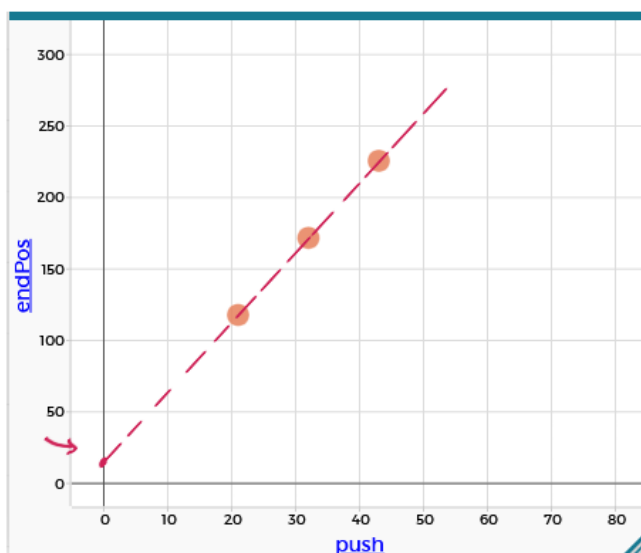
και το βρίσκουμε ως εξής: $\alpha = \frac{y}{x}$, αλλά επειδή είναι υποκατηγορία των γραμμικών συναρτήσεων

μπορούμε να το βρούμε και ως εξής: $\alpha = \frac{\Delta y}{\Delta x}$)

- Η γραφική παράσταση των συναρτήσεων της μορφής $y = ax$ είναι ευθεία που διέρχεται από την αρχή $O(0,0)$ των αξόνων.
- Τα x , y είναι οι συντεταγμένες (x,y) του οποιουδήποτε σημείου της ευθείας
- Αν πρόκειται για μεγέθη ή ποσά τότε η γραφική παράσταση είναι ημιευθεία με αρχή, την αρχή $O(0,0)$ των αξόνων (η διαφορά από το προηγούμενο είναι ότι όταν μιλάω για μεγέθη – ποσά αυτά είναι μη αρνητικά, ενώ όταν μιλάω γενικά για αριθμούς x , y αυτοί μπορεί να είναι και αρνητικοί)



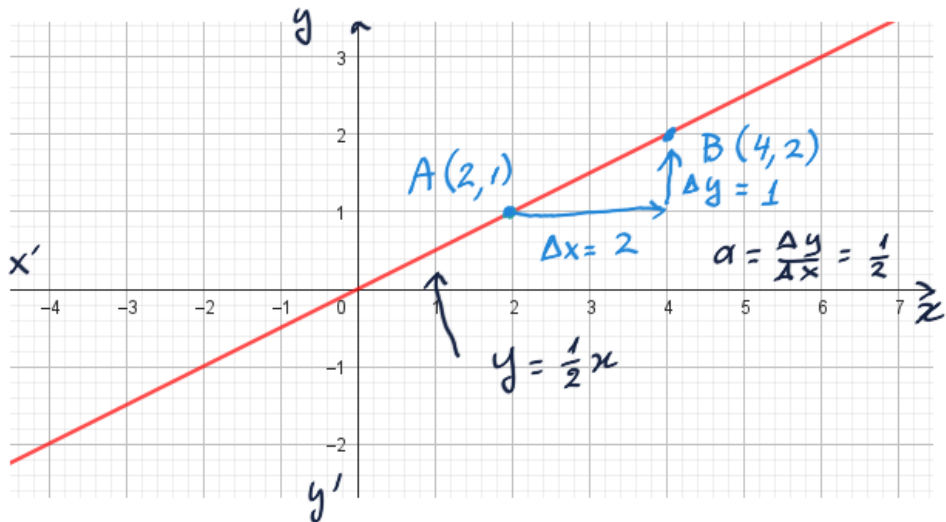
Αν δεν είναι στην ίδια ευθεία τα σημεία ή αν είναι ευθεία που δεν διέρχεται από την αρχή των αξόνων τότε δεν είναι ανάλογα τα 2 μεγέθη (η εικόνα παρακάτω είναι από το παιχνίδι shuffleboard, στο οποίο δεν ήταν ανάλογα τα 2 μεγέθη)



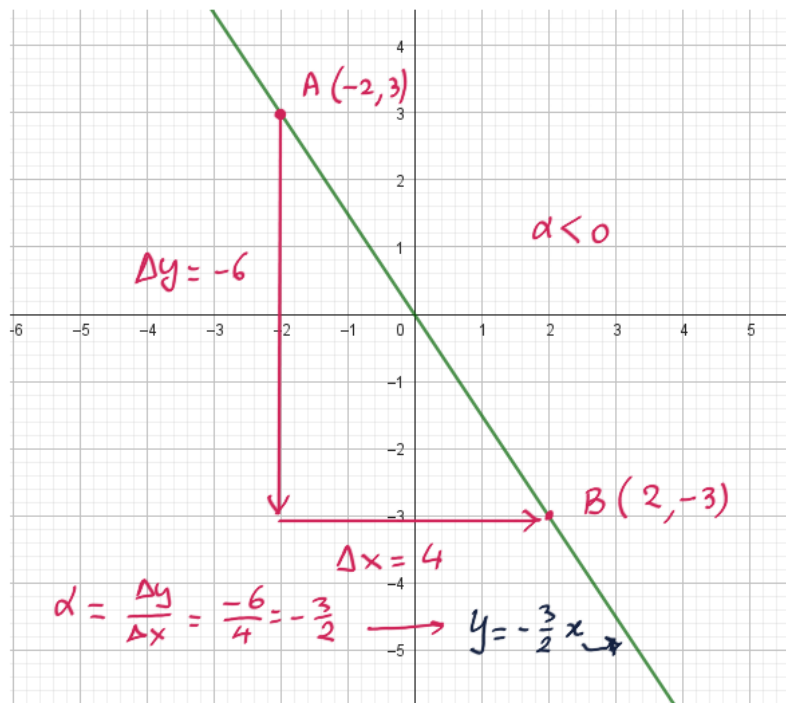
Το α εκφράζει:

α) την κλίση της ευθείας $\alpha = \frac{\Delta y}{\Delta x}$:

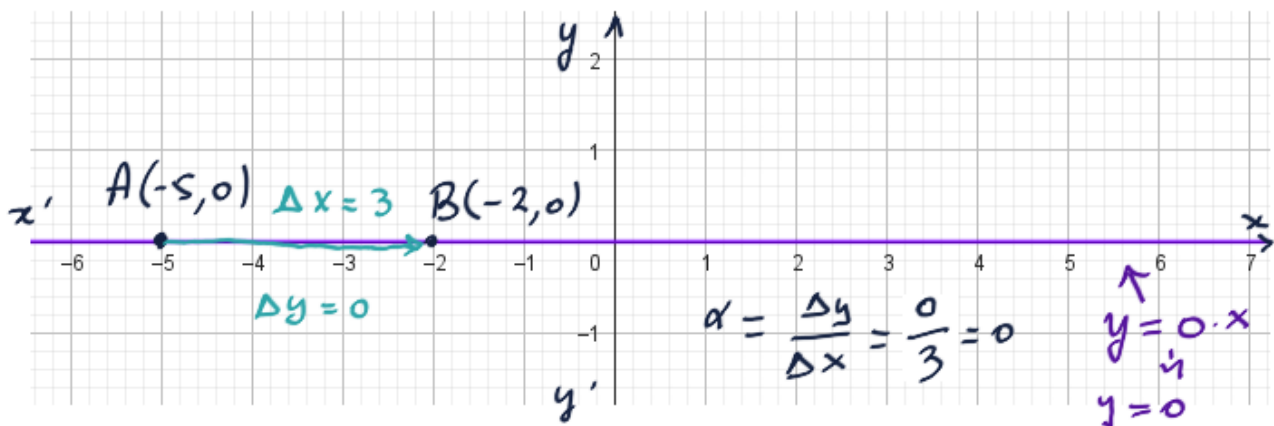
I) Μπορεί να είναι θετικός αριθμός (ευθεία με θετική κλίση: $\alpha > 0$)



II) Μπορεί να είναι αρνητικός αριθμός (ευθεία με αρνητική κλίση, $\alpha < 0$)



III) Μηδέν (ευθεία με μηδενική κλίση, $\alpha=0$, που επειδή θα περνάει και από την αρχή των αξόνων θα είναι η ευθεία πάνω στον οριζόντιο άξονα)



β) Αν πρόκειται για ανάλογα ποσά – μεγέθη το α είναι ο συντελεστής αναλογίας, δηλ. είναι ο αριθμός που δείχνει πόσες φορές είναι το ένα από τα δύο ανάλογα ποσά σε σχέση με το άλλο.

Ο συντελεστής αναλογίας εκφράζει:

- 1) την "ταχύτητα - ρυθμό" αλλαγής (ρυθμό μεταβολής) του ενός μεγέθους ως προς το άλλο (το Δy όταν το $\Delta x = 1$),

- 2) **πόσες μονάδες** του ενός μεγέθους αντιστοιχούν σε μία μονάδα του άλλου (αυτό ονομάζεται **μονάδα αναλογίας**, δηλ. είναι ο αριθμός **α μαζί με μονάδα μέτρησης**):

◆ **Παράδειγμα 1: Τιμή ανά κιλό**

Δεδομένα: 5 κιλά ντομάτες κοστίζουν 10 ευρώ.

Υπολογισμός μονάδας αναλογίας:

$$\frac{10 \text{ ευρώ}}{5 \text{ κιλά}} = 2 \text{ ευρώ/κιλό}$$

✓ **Μονάδα αναλογίας:** 2 ευρώ/κιλό

(Αρα κάθε κιλό κοστίζει 2 ευρώ.)

◆ **Παράδειγμα 2: Ταχύτητα**

Δεδομένα: Ένα αυτοκίνητο διανύει 150 χιλιόμετρα σε 3 ώρες.

Υπολογισμός μονάδας αναλογίας:

$$\frac{150 \text{ χλμ}}{3 \text{ ώρες}} = 50 \text{ χλμ/ώρα}$$

✓ **Μονάδα αναλογίας:** 50 χλμ/ώρα

(Αρα κάθε ώρα διανύει 50 χλμ.)

◆ **Παράδειγμα 3: Μαθητές ανά τμήμα**

Δεδομένα: 60 μαθητές μοιράζονται σε 3 τμήματα.

Υπολογισμός μονάδας αναλογίας:

$$\frac{60 \text{ μαθητές}}{3 \text{ τμήματα}} = 20 \text{ μαθητές/τμήμα}$$

✓ **Μονάδα αναλογίας:** 20 μαθητές/τμήμα

(Αρα κάθε τμήμα έχει 20 μαθητές.)

- 3) Το α εκφράζει **πόσο πολλαπλασιάζεται** το ένα μέγεθος για να προκύψει το άλλο (Προσοχή αυτό ισχύει ΜΟΝΟ στην σχέση $y = \alpha x$ **όχι** στην σχέση $y = \alpha x + \beta$ με $\beta \neq 0$).

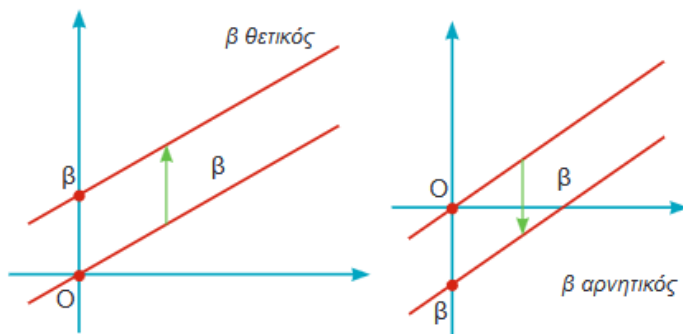
Ασκήσεις σχολικό

σελ. 70 → όλες οι κατανόησης

σελ. 71 → 1 έως 7

Η συνάρτηση $y = ax + \beta$ (γραμμική συνάρτηση)

Η γραφική παράσταση της $y = ax + \beta$, $\beta \neq 0$ είναι μια ευθεία παράλληλη της ευθείας με εξίσωση $y = ax$, που διέρχεται από το σημείο $(0, \beta)$ του άξονα $y'y$.

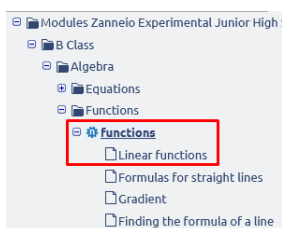


Στο εξής, όταν αναφερόμαστε στην ευθεία που είναι η γραφική παράσταση της συνάρτησης $y = ax + \beta$, θα λέμε: η ευθεία με εξίσωση $y = ax + \beta$ ή απλώς η ευθεία $y = ax + \beta$.

Ο αριθμός a , που, όπως γνωρίζουμε, λέγεται κλίση της ευθείας $y = ax$, λέγεται και κλίση της ευθείας $y = ax + \beta$.

Να δείτε την θεωρία από το αρχείο **Κλίση - θεωρία – ασκήσεις.pdf** (στο eclass)

Να δείτε την 2η σελίδα από την δραστηριότητα **Linear functions** στο numworx (<https://app.dwo.nl/en/se/>)



Ο επίδραση του a και του b , στη γραφική παράσταση της συνάρτησης $y = ax + b$

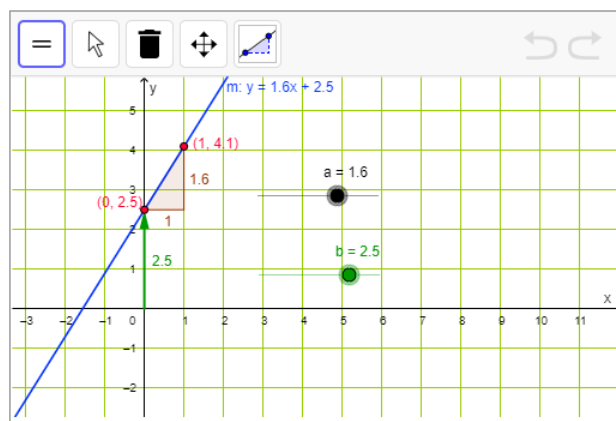
Να μεταβάλλετε τα a και b στο διπλανό σχήμα (τα σέρνετε) για να μελετήσετε την επίδραση που έχουν αυτά στη γραφική παράσταση.

Επίσης να παρατηρήσετε τις αλλαγές στην εξίσωση της ευθείας m .

Δοκιμάστε για το a θετικές, αρνητικές τιμές ή το 0. Επίσης να παρατηρήσετε τι συμβαίνει καθώς το a αλλάζει προς μεγαλύτερες θετικές τιμές ή προς μικρότερες αρνητικές τιμές.

Να κάνετε αντίστοιχες παρατηρήσεις για το b .

Να λάβετε υπόψη ότι είναι περιορισμένες οι τιμές που μπορούν να πάρουν στο συγκεκριμένο αρχείο, κάτι που δεν ισχύει όταν συζητάμε για οποιαδήποτε γραμμική συνάρτηση.



Ασκήσεις

Σχολικό σελ. 77 → 1,3,5

numworx

