ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΑΛΓΕΒΡΑΣ
Α΄ ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1

➢ Σε ποιες κατηγορίες αριθμών χωρίζονται οι φυσικοί αριθμοί;

Χωρίζονται στους άρτιους (ζυγούς) και τους περιττούς (μονούς).

Άρτιοι λέγονται οι φυσικοί αριθμοί που διαιρούνται με το 2, δηλαδή :
0, 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, ... κλπ.

Περιττοί λέγονται οι φυσικοί αριθμοί που δε διαιρούνται με το 2, δηλαδή:
1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, ... κλπ.

➢ Όταν τοποθετούμε τους φυσικούς αριθμούς πάνω σε έναν άξονα πώς ξεχωρίζουμε ποιος είναι ο μεγαλύτερος;

Όσο δεξιότερα βρίσκεται ένας αριθμός πάνω στον άξονα, τόσο μεγαλύτερος είναι.

➢ Ποιος είναι ο κανόνας στρογγυλοποίησης ενός φυσικού αριθμού;

Για να στρογγυλοποιήσουμε έναν αριθμό :

– Προσδιορίζουμε την τάξη (δηλ. τη θέση) που θα γίνει η στρογγυλοποίηση.

– Εξετάζουμε το ψηφίο της αμέσως μικρότερης τάξης (δηλ. το ψηφίο που βρίσκεται δεξιά από εκείνο στο οποίο κάνουμε τη στρογγυλοποίηση).

– Αν αυτό είναι **μικρότερο του 5** (δηλ. 0, 1, 2, 3, 4), τότε το ψηφίο αυτό και όλα τα ψηφία των μικρότερων τάξεων (δηλ. όσα βρίσκονται δεξιά) μηδενίζονται.

– Αν είναι **μεγαλύτερο ή ίσο του 5** (δηλ. 5, 6, 7, 8, 9), τότε το ψηφίο αυτό και όλα τα ψηφία των μικρότερων τάξεων (δηλ. όσα βρίσκονται δεξιά) μηδενίζονται, αλλά επιπλέον το ψηφίο στο οποίο γίνεται η στρογγυλοποίηση αυξάνεται κατά 1.

- **Πώς ονομάζονται οι αριθμοί που προσθέτουμε και πώς το αποτέλεσμα της πρόσθεσης;**

Ονομάζονται **προσθετέοι** και το αποτέλεσμα **άθροισμα**.

- **Πώς ονομάζονται οι αριθμοί που αφαιρούμε και πώς το αποτέλεσμα της αφαίρεσης;**

Ο αριθμός από τον οποίο αφαιρούμε (δηλ. ο μεγαλύτερος) ονομάζεται **μειωτέος**, ενώ εκείνος τον οποίο αφαιρούμε (δηλ. ο μικρότερος) ονομάζεται **αφαιρετέος**. Το αποτέλεσμα της αφαίρεσης λέγεται **διαφορά**.

Σημείωση: Καλό θα ήταν να θυμόμαστε ότι η αφαίρεση είναι πράξη αντίστροφη της πρόσθεσης. Αυτό είναι σωστό, αν σκεφτούμε ότι για να επαληθεύσουμε το αποτέλεσμα της αφαίρεσης, προσθέτουμε στη διαφορά τον αφαιρετέο και περιμένουμε να βρούμε το μειωτέο. Δηλαδή, αν θεωρήσουμε ότι Μ = μειωτέος, Α = αφαιρετέος και Δ = διαφορά τότε :

Αφού **Μ – Α = Δ** τότε είναι **Μ = Α + Δ**

- **Πώς ονομάζονται οι αριθμοί που πολλαπλασιάζουμε και πώς το αποτέλεσμα του πολλαπλασιασμού;**

Ονομάζονται **παράγοντες** και το αποτέλεσμα **γινόμενο**.

- **Ποιες είναι οι ιδιότητες της πρόσθεσης;**

Αντιμεταθετική ιδιότητα : **α + β = β + α**
Σημαίνει ότι το άθροισμα δύο αριθμών παραμένει σταθερό ακόμη κι αν αλλάξουμε τη σειρά τους.

Προσεταιριστική ιδιότητα : **α + (β + γ) = (α + β) + γ**
Σημαίνει ότι σε ένα άθροισμα με περισσότερους προσθετέους μπορούμε να εκτελέσουμε τις πράξεις με όποια σειρά θέλουμε. Επίσης, σημαίνει πως μπορούμε να αναλύσουμε έναν προσθετέο σε ένα επι μέρους (δηλ. ένα μικρότερο) άθροισμα.

Ουδέτερο στοιχείο : **α + 0 = 0 + α = α**
Σημαίνει ότι το μηδέν 0, όταν προστεθεί σε έναν οποιονδήποτε φυσικό αριθμό, τότε δεν τον μεταβάλλει.

➢ Ποιες είναι οι ιδιότητες του πολλαπλασιασμού;

Αντιμεταθετική ιδιότητα : $\alpha \cdot \beta = \beta \cdot \alpha$
Σημαίνει ότι το γινόμενο δύο αριθμών παραμένει σταθερό ακόμη κι αν αλλάξουμε τη σειρά τους.

Προσεταιριστική ιδιότητα : $\alpha \cdot (\beta \cdot \gamma) = (\alpha \cdot \beta) \cdot \gamma$
Σημαίνει ότι σε ένα γινόμενο με περισσότερους παράγοντες μπορούμε να εκτελέσουμε τις πράξεις με όποια σειρά θέλουμε. Επίσης, σημαίνει πως μπορούμε να αναλύσουμε έναν παράγοντα σε ένα επι μέρους (δηλ. ένα μικρότερο) γινόμενο.

Ουδέτερο στοιχείο : $\alpha \cdot 1 = 1 \cdot \alpha = \alpha$
Σημαίνει ότι η μονάδα, δηλαδή το 1, όταν πολλαπλασιαστεί με έναν οποιονδήποτε φυσικό αριθμό, τότε δεν τον μεταβάλλει.

Επιμεριστική ιδιότητα
του πολλαπλασιασμού ως προς την πρόσθεση : $\alpha \cdot (\beta + \gamma) = \alpha \cdot \beta + \alpha \cdot \gamma$

Επιμεριστική ιδιότητα
του πολλαπλασιασμού ως προς την αφαίρεση : $\alpha \cdot (\beta - \gamma) = \alpha \cdot \beta - \alpha \cdot \gamma$

➢ Τι ονομάζουμε νιοστή δύναμη ενός φυσικού αριθμού α;

Ονομάζουμε το γινόμενο $\alpha \cdot \alpha \cdot \alpha \cdot \ldots \cdot \alpha$, που έχει **ν παράγοντες** όλους ίσους με το α. Γράφουμε για συντομία α^{ν} .

➢ Πώς διαβάζεται η δύναμη α^{ν} ; Πώς ονομάζουμε το φυσικό αριθμό α και πώς τον αριθμό ν;

Διαβάζεται **νιοστή δύναμη του α** ή **α στη νιοστή δύναμη** ή πιο απλά **α στη νιοστή**. Ο αριθμός α ονομάζεται **βάση** της δύναμης, ενώ ο αριθμός ν στον οποίο υψώνεται η βάση λέγεται **εκθέτης**.

➢ Με ποιους τρόπους διαβάζεται η δύναμη α^2 και με ποιους η α^3 ;

Η έκφραση α^2 διαβάζεται **α στη δευτέρα** ή **α στο τετράγωνο**.

Η έκφραση α^3 διαβάζεται **α στην τρίτη** ή **α στον κύβο**.

- **Με τι ισούται η δύναμη $α^1$;**
- **Με τι ισούται η δύναμη $1^ν$;**
- **Με τι ισούται η δύναμη $0^ν$;**

$α^1 = α$
$1^ν = 1$
$0^ν = 0$

- **Τι ονομάζουμε αριθμητική παράσταση;**

Ονομάζουμε κάθε σειρά αριθμών που συνδέονται μεταξύ τους με τα γνωστά σύμβολα των πράξεων.

- **Με ποια σειρά εκτελούμε τις πράξεις σε μιαν αριθμητική παράσταση;**

Προτεραιότητα των πράξεων:

1. Υπολογίζουμε πρώτα τις **δυνάμεις**.
2. Εκτελούμε τους **πολλαπλασιασμούς** και τις **διαιρέσεις**.
3. Τέλος εκτελούμε τις **προσθέσεις** και τις **αφαιρέσεις**.

Αν επιπλέον υπάρχουν παρενθέσεις, τότε εκτελούμε πρώτα τις πράξεις μέσα στις παρενθέσεις, φυσικά με τη σωστή σειρά, όπως φάινεται στα προηγούμενα βήματα.

Σημείωση: Συχνά συμβαίνει, στο 3ο από τα παραπάνω βήματα, να συναντάμε ανακατεμένες προσθέσεις και αφαιρέσεις μαζί. Τότε καλό θα ήταν να εκτελούμε τις πράξεις, σιγά–σιγά, με τη σειρά από τα αριστερα πρός τα δεξιά. Δηλαδή, να εκτελούμε την πράξη μόνο με τα δύο πρώτα νούμερα. Έτσι θα αποφύγουμε να καταλήξουμε σε αφαιρέσεις όπου ο μειωτέος θα βγαίνει μικρότερος από τον αφαιρετέο.

- **Πώς ονομάζονται οι αριθμοί σε μία Ευκλείδεια Διαίρεση;**

Ο αριθμός ο οποίος διαιρείται ονομάζεται **διαιρετέος**, ο αριθμός με τον οποίο διαιρούμε **διαιρέτης**, ενώ το αποτέλεσμα της διαίρεσης λέγεται **πηλίκο**. Αν πάλι η διαίρεση δεν εκτελείται ακριβώς, τότε υπάρχει ένα μικρό περίσσεμα το οποίο ονομάζεται **υπόλοιπο**.

Το γενικό σχήμα της ευκλείδειας διαίρεσης είναι κάπως έτσι :

$$\begin{array}{c|c} Δ & δ \\ \cline{2-2} υ & π \end{array}$$

- **Με ποια σχέση συνδέονται οι αριθμοί που αποτελούν μία ευκλείδεια διαίρεση;**

Συνδέονται με τη σχέση : **$Δ = δ \cdot π + υ$**
με βασική προϋπόθεση : **$υ < δ$**

- **Ποια διαίρεση ονομάζεται τέλεια;**

Ονομάζεται τέλεια όταν το υπόλοιπο είναι μηδέν 0.
Τότε γράφουμε: **$Δ = δ \cdot π$**

Σημείωση: Καλό θα ήταν να θυμόμαστε ότι η διαίρεση (ειδικά η τέλεια, στους φυσικούς αριθμούς) είναι πράξη αντίστροφη του πολλαπλασιασμού. Αυτό είναι σωστό, αν σκεφτούμε ότι για να επαληθεύσουμε το αποτέλεσμα της διαίρεσης, πολλαπλασιάζουμε το διαιρέτη με το πηλίκο και περιμένουμε να βρούμε το διαιρετέο. Δηλαδή :

Αφού **$Δ : δ = π$** τότε είναι **$Δ = δ \cdot π$**

- **Τι συμβαίνει όταν δ = 0;**
- **Τι συμβαίνει όταν δ = 1;**
- **Τι συμβαίνει όταν Δ = δ;**
- **Τι συμβαίνει όταν Δ = 0;**

!!! Δεν υπάρχει διαίρεση με δ = 0, απλά δεν έχει νόημα. **$δ \neq 0$**
Όταν δ = 1 τότε π = Δ. **$Δ : 1 = Δ$**
Όταν Δ = δ τότε π = 1. **$Δ : Δ = 1$**
Όταν Δ = 0 τότε π = 0. **$0 : δ = 0$**

- **Τι ονομάζουμε πολλαπλάσια ενός φυσικού αριθμού α;**

Πολλαπλάσια ενός φυσικού αριθμού α είναι οι αριθμοί που προκύπτουν από τον πολλαπλασιασμό του α, διαδοχικά, με όλους τους φυσικούς αριθμούς.

➢ Τι σχέση έχει κάθε φυσικός αριθμός με τα πολλαπλάσιά του;

1. Κάθε φυσικός αριθμός διαιρεί τα πολλαπλάσιά του.
2. Κάθε φυσικός αριθμός που διαιρείται από έναν άλλο είναι πολλαπλάσιό του.
3. Αν ένας φυσικός αριθμός διαιρεί έναν άλλον, τότε θα διαιρεί και τα πολλαπλάσιά του.

➢ Τι ονομάζουμε Ελάχιστο Κοινό Πολλαπλάσιο δύο ή περισσότερων φυσικών αριθμών;

Ονομάζουμε το μικρότερο από τα κοινά πολλαπλάσια των αριθμών αυτών (εκτός του μηδέν). Για συντομία γράφουμε **ΕΚΠ**.

➢ Τι ονομάζουμε Μέγιστο Κοινό Διαιρέτη δύο ή περισσότερων φυσικών αριθμών;

Ονομάζουμε το μεγαλύτερο από τους κοινούς διαιρέτες των αριθμών αυτών. Για συντομία γράφουμε **ΜΚΔ**.

➢ Ποιοι αριθμοί ονομάζονται πρώτοι;

Ονομάζονται οι αριθμοί που έχουν μοναδικούς διαιρέτες **τον εαυτό τους** και **τη μονάδα**.

➢ Πώς ονομάζεται ένας αριθμός αν δεν είναι πρώτος;

Τότε ονομάζεται **σύνθετος**.

➢ Πότε δυο αριθμοί θα λέγονται πρώτοι μεταξύ τους;

Θα λέγονται πρώτοι μεταξύ τους όταν ο ΜΚΔ τους είναι το 1.

➢ Πώς καταλαβαίνουμε αν ένας αριθμός διαιρείται με το 2;

Αν το **τελευταίο του ψηφίο** είναι : **0, 2, 4, 6, 8** (δηλαδή, όλοι οι άρτιοι).

➢ Πώς καταλαβαίνουμε αν ένας αριθμός διαιρείται με το 5;

Αν το **τελευταίο του ψηφίο** είναι : **0, 5**.

- **Πώς καταλαβαίνουμε αν ένας αριθμός διαιρείται με το 10;**

Αν το **τελευταίο του ψηφίο** είναι : **0**.

- **Πώς καταλαβαίνουμε αν ένας αριθμός διαιρείται με το 3;**

Αν το **άθροισμα των ψηφίων** του αριθμού διαιρείται με το **3**, τότε διαιρείται και ο ίδιος.

- **Πώς καταλαβαίνουμε αν ένας αριθμός διαιρείται με το 9;**

Αν το **άθροισμα των ψηφίων** του αριθμού διαιρείται με το **9**, τότε διαιρείται και ο ίδιος.

- **Πώς καταλαβαίνουμε αν ένας αριθμός διαιρείται με το 4;**

Αν τα **δύο τελευταία ψηφία** του αριθμού σχηματίζουν αριθμό που διαιρείται με το **4**.

- **Πώς καταλαβαίνουμε αν ένας αριθμός διαιρείται με το 25;**

Αν τα **δύο τελευταία ψηφία** του αριθμού σχηματίζουν αριθμό που διαιρείται με το **25**.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2

➢ Πότε δυο κλάσματα θα λέγονται ισοδύναμα;

Όταν εκφράζουν **το ίδιο τμήμα ενός μεγέθους** ή ίσων μεγεθών.

➢ Με ποιον τρόπο εξετάζουμε αν δυο κλάσματα είναι ισοδύναμα;

Για να εξετάσουμε αν δυο κλάσματα $\frac{\alpha}{\beta}$ και $\frac{\gamma}{\delta}$ είναι ισοδύναμα **πολλαπλασιάζουμε χιαστί** τους όρους τους. Αν τα γινόμενα $\alpha \cdot \delta$ και $\beta \cdot \gamma$ βγαίνουν ίσα τότε και τα κλάσματα είναι ίσα.

➢ Πώς είναι δυνατόν από ένα κλάσμα να προκύψουν άλλα ισοδύναμα;

Πολλαπλασιάζοντας ή διαιρώντας και τους δύο όρους ενός κλάσματος (δηλαδή, αριθμητή και παρονομαστή) με τον ίδιο φυσικό αριθμό ($\neq 0$).

➢ Ποια διαδικασία ονομάζουμε απλοποίηση;

Όταν **διαιρούμε και τους δύο όρους** ενός κλάσματος με τον ίδιο φυσικό αριθμό, παίρνοντας έτσι ένα ισοδύναμο κλάσμα με μικρότερους όρους, τότε αυτό λέγεται απλοποίηση.

➢ Ποιο κλάσμα λέγεται ανάγωγο;

1^ος^ ορισμός : Το κλάσμα εκείνο που δεν μπορεί να απλοποιηθεί άλλο.

2^ος^ ορισμός : Το κλάσμα εκείνο που οι όροι του είναι πρώτοι μεταξύ τους.

➢ Ποια κλάσματα λέγονται ομώνυμα και ποια ετερώνυμα;

Ομώνυμα λέγονται τα κλάσματα που έχουν τους ίδιους παρονομαστές. Στην αντίθετη περίπτωση λέγονται **ετερώνυμα**.

➢ Πώς συγκρίνουμε κλάσματα ομώνυμα;

Μεγαλύτερο είναι εκείνο που έχει το μεγαλύτερο αριθμητή.

- **Πώς συγκρίνουμε κλάσματα ετερώνυμα;**

Τα μετατρέπουμε πρώτα σε ομώνυμα.

- **Πώς συγκρίνουμε ετερώνυμα κλάσματα με ίδιους αριθμητές;**

Μεγαλύτερο είναι εκείνο που έχει το μικρότερο παρονομαστή.

- **Πώς προσθέτουμε / αφαιρούμε ομώνυμα κλάσματα;**

Προσθέτουμε / αφαιρούμε τους αριθμητές κι αφήνουμε παρονομαστή τον ίδιο.

- **Πώς προσθέτουμε / αφαιρούμε ετερώνυμα κλάσματα;**

Τα μετατρέπουμε πρώτα σε ομώνυμα.

- **Πώς πολλαπλασιάζουμε κλάσματα;**

Πολλαπλασιάζουμε τους αντίστοιχους όρους τους, δηλαδή αριθμητή με αριθμητή και παρονομαστή με παρονομαστή.

- **Πώς πολλαπλασιάζουμε ένα κλάσμα με έναν φυσικό αριθμό;**

Πολλαπλασιάζουμε το φυσικό αριθμό μόνο με τον αριθμητή του κλάσματος κι αφήνουμε παρονομαστή τον ίδιο.

- **Ποια κλάσματα ονομάζονται αντίστροφα;**

Τα κλάσματα εκείνα που έχουν γινόμενο ίσο με τη μονάδα, δηλαδή 1.

- **Πώς διαιρούμε δυο κλάσματα;**

Αντιστρέφουμε τους όρους του **2ου κλάσματος** και κατόπιν κάνουμε **πολλαπλασιασμό**.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3

- **Ποια είναι η βασική μονάδα μέτρησης του μήκους;**
- **Ποια τα πολλαπλάσια και ποιες οι υποδιαιρέσεις της; (Με τη σειρά)**

Βασική μονάδα είναι το **μέτρο (m)**.

Πολλαπλάσια
Το κυριότερο πολλαπλάσιο του μέτρου είναι το **χιλιόμετρο (km)**.
Ισούται με **1000 m**.

Υποδιαιρέσεις
Με τη σειρά, από τη μεγαλύτερη προς τη μικρότερη είναι:

– Το **δεκατόμετρο** ή **παλάμη (dm** – διαβάζεται και **ντεσιμέτρ)**.
– Το **εκατοστόμετρο** ή **πόντος (cm** – διαβάζεται και **σεντιμέτρ)**.
– Το **χιλιοστόμετρο** ή **χιλιοστό (mm** – διαβάζεται και **μιλιμέτρ)**.

- **Ποια είναι η βασική μονάδα μέτρησης του εμβαδού;**
- **Ποια τα πολλαπλάσια και ποιες οι υποδιαιρέσεις της; (Με τη σειρά)**

Βασική μονάδα είναι το **τετραγωνικό μέτρο (m^2)**.

Πολλαπλάσια
Τα κυριότερα πολλαπλάσια του τετραγωνικού μέτρου είναι :

– Το **τετραγωνικό χιλιόμετρο (km^2)**
  για πολύ μεγάλες επιφάνειες όπως κράτη, ήπειροι, πλανήτες, κλπ.
– Το **στρέμμα**
  για μικρότερες επιφάνειες όπως οικόπεδα, χωράφια, κτήματα, δάση, κλπ.
  Το στρέμμα ισούται με **1000 m^2**.

Υποδιαιρέσεις
Με τη σειρά, από τη μεγαλύτερη προς τη μικρότερη είναι:

– Το **τετραγωνικό δεκατόμετρο (dm^2)**.
– Το **τετραγωνικό εκατοστόμετρο (cm^2)**.
– Το **τετραγωνικό χιλιοστόμετρο (mm^2)**.

- **Ποια είναι η βασική μονάδα μέτρησης του όγκου;**
- **Ποιες είναι οι υποδιαιρέσεις της; (Με τη σειρά)**

Βασική μονάδα είναι το **κυβικό μέτρο (m^3)**.

<u>Υποδιαιρέσεις</u>
Με τη σειρά, από τη μεγαλύτερη προς τη μικρότερη είναι:

– Το **κυβικό δεκατόμετρο (dm^3)** ή **λίτρο (lt)**.
– Το **κυβικό εκατοστόμετρο (cm^3)** ή **χιλιοστόλιτρο (ml)**.
– Το **κυβικό χιλιοστόμετρο (mm^3)**.

- **Τι πράξη εκτελούμε όταν μετατρέπουμε έναν αριθμό από μια μικρότερη μονάδα μέτρησης σε μια μεγαλύτερη; Τι πράξη εκτελούμε όταν συμβαίνει το αντίστροφο;**

Για οποιαδήποτε μετατροπή, είτε εργαζόμαστε με μονάδες μήκους, είτε με μονάδες εμβαδού, είτε με μονάδες όγκου, ακολουθούμε την ίδια μέθοδο :

Όταν μετατρέπουμε μικρότερη μονάδα σε μεγαλύτερη διαιρούμε :
Μικρό > Μεγάλο : Διαίρεση

Όταν μετατρέπουμε μεγαλύτερη μονάδα σε μικρότερη πολλαπλασιάζουμε :.
Μεγάλο > Μικρό: Πολλαπλασιασμός

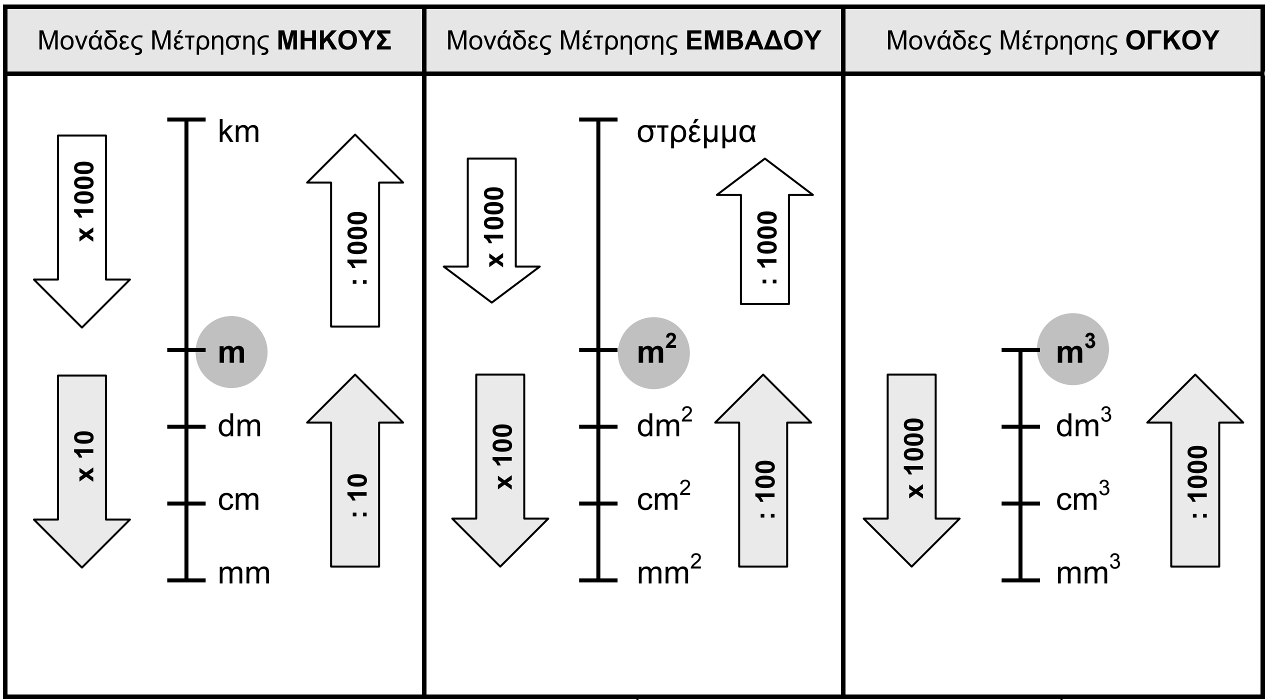
- **Με τι πολλαπλασιάζουμε ή διαιρούμε κάθε φορά που κάνουμε μετατροπή από μια μονάδα σε μια άλλη;**

Για τις μετατροπές, βοηθάει να σκεφτόμαστε τις μονάδες μέτρησης «τακτοποιημένες» με τη σειρά, σε μια σκάλα.

Μήκος
Για τις μονάδες μήκους κάθε σκαλοπάτι που ανεβαίνουμε ή κατεβαίνουμε είναι 10 φορές μεγαλύτερο ή μικρότερο, αντίστοιχα.

Εμβαδό
Για τις μονάδες εμβαδού κάθε σκαλοπάτι που ανεβαίνουμε ή κατεβαίνουμε είναι 100 φορές μεγαλύτερο ή μικρότερο, αντίστοιχα.

Όγκος
Για τις μονάδες όγκου κάθε σκαλοπάτι που ανεβαίνουμε ή κατεβαίνουμε είναι 1000 φορές μεγαλύτερο ή μικρότερο, αντίστοιχα.



Στρέμμα	1000 m^2

Λίτρο	**ℓt**	1 dm^3
Χιλιοστόλιτρο	**mℓ**	1 cm^3

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4

➢ Τι ονομάζουμε εξίσωση με έναν άγνωστο;

Ονομάζουμε μια ισότητα, που περιέχει αριθμούς και ένα γράμμα (τον άγνωστο).

➢ Τι ονομάζουμε λύση ή ρίζα μιας εξίσωσης;

Ονομάζουμε τον αριθμό εκείνον, που αν το βάλουμε στη θέση του αγνώστου, **επαληθεύει την ισότητα**, δηλαδή τα δύο μέλη της βγαίνουν ίσα.

➢ Πότε μια εξίσωση λέγεται αδύνατη;

Όταν δεν έχει **καμία λύση.**

➢ Πότε μια εξίσωση λέγεται αόριστη ή ταυτότητα;

Όταν **όλοι οι αριθμοί** είναι λύσεις της.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5

➢ Τι παριστάνει το σύμβολο α%;

Παριστάνει το κλάσμα $\frac{\alpha}{100}$ και διαβάζεται **ποσοστό επί τοις εκατό**.

➢ Πώς υπολογίζουμε το ποσοστό α% ενός αριθμού β;

Πολλαπλασιάζουμε τον αριθμό με το ποσοστό, δηλαδή: $\mathbf{\beta\cdot\frac{\alpha}{100}}$.

➢ Μπορούμε να μετατρέψουμε ένα κλάσμα σε ποσοστό;

Τα κλάσματα μπορούν να γραφτούν και σαν ποσοστά, αρκεί να κάνουμε τη διαίρεση και να πολλαπλασιάσουμε με το 100. Πχ. $\frac{4}{5} = 0{,}8 = 80\%$

➢ Πώς λύνουμε προβλήματα ποσοστών με φόρο;

Αν το πρόβλημα ζητά να βρούμε, απλά, το φόρο:
Πολλαπλασιάζουμε το αρχικό ποσό με το ποσοστό.

Αν το πρόβλημα ζητά, επίσης, και το τελικό ποσό:
Προσθέτουμε το προηγούμενο αποτέλεσμα στο αρχικό ποσό.

➢ Πώς λύνουμε προβλήματα ποσοστών με έκπτωση;

Αν το πρόβλημα ζητά να βρούμε, απλά, την έκπτωση:
Πολλαπλασιάζουμε το αρχικό ποσό με το ποσοστό.

Αν το πρόβλημα ζητά, επίσης, και το τελικό ποσό:
Αφαιρούμε το προηγούμενο αποτέλεσμα από το αρχικό ποσό.

➢ Πώς λύνουμε προβλήματα ποσοστών όπου γνωρίζουμε το τελικό ποσό και ζητούμε το αρχικό;

Στην περίπτωση αυτή κάνουμε **αναγωγή στη μονάδα**.

Παράδειγμα:
Ένα ποδήλατο στοίχησε μετά την έκπτωση 240 ευρώ. Αν η έκπτωση ήταν 20%, πόσο κόστιζε αρχικά το ποδήλατο;

Λύση:
Αφού η έκπτωση είναι 20% αυτό σημαίνει ότι πληρώνουμε τελικά το υπόλοιπο 80%. Άρα:

Τα $\frac{80}{100}$ είναι 240 ευρώ.
Το $\frac{1}{100}$ είναι **240:80** = 3
Τα $\frac{100}{100}$ είναι **3·100** = 300 ευρώ.

Άρα το ποδήλατο, αρχικά, κόστιζε 300 ευρώ.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6

➢ Τι ονομάζουμε λόγο δύο ομοειδών μεγεθών;

Λόγος δύο ομοειδών μεγεθών, που εκφράζονται στην ίδια μονάδα, ονομάζουμε το **πηλίκο (κλάσμα) των μέτρων τους**.

Άρα **λόγος = κλάσμα**.

➢ Τι ονομάζουμε αναλογία;

Ονομάζουμε την **ισότητα δύο λόγων** (δηλαδή, κλασμάτων).

➢ Τι ονομάζουμε κλίμακα;

Ονομάζουμε το **λόγο της απόστασης** δύο σημείων μιας εικόνας ενός αντικειμένου, **προς την πραγματική τους απόσταση**.

➢ Πότε δύο ποσά λέγονται ανάλογα;

Δύο ποσά λέγονται ανάλογα, όταν πολλαπλασιάζοντας τις τιμές τους ενός ποσού με κάποιον αριθμό, τότε και οι αντίστοιχες τιμές του άλλου ποσού πολλαπλασιάζονται **με τον ίδιο αριθμό**.

➢ Ποια ιδιότητα εμφανίζουν δύο ανάλογα ποσά x και y;

Οι αντίστοιχες τιμές τους δίνουν πάντα το ίδιο πηλίκο $\frac{\mathbf{y}}{\mathbf{x}} = \mathbf{α}$.

Το **α** λέγεται **συντελεστής αναλογίας**.

➢ Με ποια σχέση συνδέονται τα ανάλογα ποσά;

Τα ανάλογα ποσά x και y συνδέονται με τη σχέση: **y = α·x** , όπου α είναι ο συντελεστής αναλογίας.

➢ Τι γνωρίζουμε για τη γραφική παράσταση δύο ανάλογων ποσών;

Τα σημεία, που αντιστοιχούν στα ζεύγη τιμών δύο ανάλογων ποσών, βρίσκονται πάνω σε μια ημιευθεία που ξεκινάει απ' την αρχή (0, 0) των ημιαξόνων.

➢ Πότε δύο ποσά λέγονται αντιστρόφως ανάλογα;

Δύο ποσά λέγονται αντιστρόφως ανάλογα, όταν **πολλαπλασιάζοντας** τις τιμές τους ενός ποσού με κάποιον αριθμό, τότε οι αντίστοιχες τιμές του άλλου ποσού **διαιρούνται** με τον ίδιο αριθμό.

➢ Ποια ιδιότητα εμφανίζουν δύο αντιστρόφως ανάλογα ποσά x και y;

Οι αντίστοιχες τιμές τους δίνουν πάντα σταθερό γινόμενο **$y \cdot x = \alpha$**.

➢ Με ποια σχέση συνδέονται τα ανάλογα ποσά;

Τα ανάλογα ποσά x και y συνδέονται με τη σχέση: $\mathbf{y = \dfrac{\alpha}{x}}$.

➢ Τι γνωρίζουμε για τη γραφική παράσταση δύο ανάλογων ποσών;

Τα σημεία, που αντιστοιχούν στα ζεύγη τιμών δύο αντιστρόφως ανάλογων ποσών, βρίσκονται πάνω σε μια καμπύλη γραμμή που πλησιάζει τους ημιάξονες αλλά δεν τους τέμνει ποτέ. Η καμπύλη αυτή λέγεται **υπερβολή**.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7

➢ Πώς ονομάζονται τα σύμβολα + και – ;

Ονομάζονται **πρόσημα**.

➢ Πώς λέγεται ένας αριθμός όταν έχει μπροστά το σύμβολο + ή – ;

Όταν έχει μπροστά το πρόσημο **+** λέγεται **θετικός**.
Όταν έχει μπροστά το πρόσημο **–** λέγεται **αρνητικός**.

➢ Το μηδέν είναι θετικός ή αρνητικός αριθμός;

Το μηδέν δεν έχει πρόσημο. Δε θεωρείται ούτε θετικός, ούτε αρνητικός.

➢ Ποιοι αριθμοί λέγονται ομόσημοι και ποιοι ετερόσημοι;

Ομόσημοι λέγονται οι αριθμοί που έχουν **το ίδιο πρόσημο**. Στην αντίθετη περίπτωση, όταν δηλαδή δεν έχουν το ίδιο πρόσημο, λέγονται **ετερόσημοι**.

➢ Ποιοι αριθμοί ονομάζονται ακέραιοι;

Όλοι οι φυσικοί αριθμοί μαζί με τους αντίστοιχους αρνητικούς αριθμούς ονομάζονται ακέραιοι.

➢ Ποιοι αριθμοί ονομάζονται ρητοί;

1ος ορισμός
Όλοι οι γνωστοί μας αριθμοί, δηλαδή:

– οι **φυσικοί** αριθμοί
– τα **κλάσματα**
– οι **δεκαδικοί** αριθμοί
– καθώς και οι αντίστοιχοι **αρνητικοί** αριθμοί.

2ος ορισμός
Ρητοί είναι όλοι οι αριθμοί που μπορούν να γραφτούν με τη μορφή κλάσματος (θετικοί και αρνητικοί).

- **Τι εκφράζει η απόλυτη τιμή ενός ρητού αριθμού α;**
- **Πώς συμβολίζεται;**

Εκφράζει την απόσταση του αριθμού από το 0 και συμβολίζεται με $|\alpha|$.

Πιο αναλυτικά :
Εκφράζει την απόσταση του σημείου με τετμημένη α από την αρχή Ο του άξονα.

Σημείωση :
- Η απόλυτη τιμή ενός θετικού αριθμού είναι ο ίδιος ο αριθμός.
- Η απόλυτη τιμή ενός αρνητικού αριθμού είναι ο αντίθετός του.
- Η απόλυτη τιμή του μηδενός είναι το μηδέν.

- **Πότε δύο αριθμοί λέγονται αντίθετοι;**

Όταν έχουν την **ίδια απόλυτη τιμή** αλλά **αντίθετο πρόσημο**.

- **Πώς συγκρίνουμε έναν ρητό αριθμό με το μηδέν;**

- Το μηδέν είναι μικρότερο από κάθε θετικό αριθμό.
- Το μηδέν είναι μεγαλύτερο από κάθε αρνητικό αριθμό.

- **Πώς συγκρίνουμε δύο ρητούς αριθμούς μεταξύ τους;**

Γενικά, ισχύει ότι έχουμε αναφέρει και για τους φυσικούς, δηλαδή :

Όσο δεξιότερα, πάνω στον άξονα, βρίσκεται ένας αριθμός **τόσο μεγαλύτερος** είναι.

Ειδικότερα για τους ρητούς:
- Από δύο **θετικούς** αριθμούς μεγαλύτερος είναι εκείνος που έχει τη **μεγαλύτερη** απόλυτη τιμή.
- Από δύο **αρνητικούς** αριθμούς μεγαλύτερος είναι εκείνος που έχει τη **μικρότερη** απόλυτη τιμή.
- Από έναν θετικό και έναν αρνητικό αριθμό μεγαλύτερος είναι πάντα ο θετικός.

- **Πώς προσθέτουμε δυο ομόσημους ρητούς αριθμούς;**

Προσθέτουμε τις απόλυτες τιμές τους και βάζουμε στο άθροισμα το **κοινό** τους πρόσημο.

- **Πώς προσθέτουμε δυο ετερόσημους ρητούς αριθμούς;**

Αφαιρούμε από τη μεγαλύτερη απόλυτη τιμή τη μικρότερη και στη διαφορά βάζουμε το πρόσημο του αριθμού με τη **μεγαλύτερη** απόλυτη τιμή.

- **Πώς αφαιρούμε δύο ρητούς αριθμούς;**

Προσθέτουμε στο μειωτέο τον αντίθετο του αφαιρετέου.

$$\alpha - \beta = \alpha + (-\beta)$$

- **Ποιος είναι ο κανόνας της απαλοιφής παρενθέσεων σε μια αριθμητική παράσταση με ρητούς αριθμούς;**

– Όταν μια παρένθεση έχει μπροστά της θετικό πρόσημο (+) τότε βγάζουμε την παρένθεση και ξανα–γράφουμε όλους τους όρους της με τα ίδια πρόσημα, δηλαδή χωρίς ν' αλλάξουμε τίποτα.

– Όταν μια παρένθεση έχει μπροστά της αρνητικό πρόσημο (–) τότε βγάζουμε την παρένθεση και ξανα–γράφουμε όλους τους όρους της με αντίθετα πρόσημα.

- **Πώς πολλαπλασιάζουμε δύο ομόσημους ρητούς αριθμούς;**
- **Πώς πολλαπλασιάζουμε δύο ετερόσημους ρητούς αριθμούς;**

<u>Ομόσημοι</u>
Πολλαπλασιάζουμε τις απόλυτες τιμές και βάζουμε θετικό πρόσημο (+).

<u>Ετερόσημοι</u>
Πολλαπλασιάζουμε τις απόλυτες τιμές και βάζουμε αρνητικό πρόσημο (–).

Κανόνας προσήμων πολλαπλασιασμού

$(+)\cdot(+) = +$	$(+)\cdot(-) = -$
$(-)\cdot(-) = +$	$(-)\cdot(+) = -$

- **Πώς διαρούμε δύο ομόσημους ρητούς αριθμούς;**
- **Πώς διαιρούμε δύο ετερόσημους ρητούς αριθμούς;**

Ομόσημοι
Διαιρούμε τις απόλυτες τιμές και βάζουμε θετικό πρόσημο (+).

Ετερόσημοι
Διαιρούμε τις απόλυτες τιμές και βάζουμε αρνητικό πρόσημο (–).

Σημείωση : Δηλαδή, στη διαίρεση των ρητών εφαρμόζουμε τον ίδιο κανόνα προσήμων που εφαρμόζουμε και στον πολλαπλασιασμό.

Κανόνας προσήμων διαίρεσης

(+) : (+) = +	**(+) : (–) = –**
(–) : (–) = +	**(–) : (+) = –**

- **Πώς υπολογίζουμε ένα γινόμενο πολλών παραγόντων;**

Πολλαπλασιάζουμε όλες τις **απόλυτες τιμές** και στο γινόμενο βάζουμε :

– **Θετικό πρόσημο** αν το πλήθος των αρνητικών παραγόντων είναι **άρτιο**.
– **Αρνητικό πρόσημο** αν το πλήθος τους είναι **περιττό**.

- **Τι προσέχουμε όταν μια δύναμη έχει βάση αρνητικό αριθμό; Τι συμβαίνει σε κάθε περίπτωση;**

Προσέχουμε τον εκθέτη, αν είναι **άρτιος** ή **περιττός**.

– Αν είναι **άρτιος** υπολογίζουμε τη δύναμη και στο αποτέλεσμα βάζουμε **θετικό πρόσημο** (+).
– Αν είναι **περιττός** υπολογίζουμε τη δύναμη και στο αποτέλεσμα βάζουμε **αρνητικό πρόσημο** (–).

➢ Ποιες είναι οι ιδιότητες των δυνάμεων ρητών αριθμών με εκθέτη φυσικό;

1. $\alpha^{\mu} \cdot \alpha^{\nu} = \alpha^{\nu+\mu}$	Γινόμενο δυνάμεων με την ίδιο βάση.
2. $\dfrac{\alpha^{\mu}}{\alpha^{\nu}} = \alpha^{\mu-\nu}$	Πηλίκο δυνάμεων με την ίδιο βάση.
3. $(\alpha \cdot \beta)^{\nu} = \alpha^{\nu} \cdot \beta^{\nu}$	Γινόμενο σε δύναμη.
4. $\left(\dfrac{\alpha}{\beta}\right)^{\nu} = \dfrac{\alpha^{\nu}}{\beta^{\nu}}$	Πηλίκο σε δύναμη.
5. $(\alpha^{\mu})^{\nu} = \alpha^{\nu \cdot \mu}$	Δύναμη σε δύναμη.