

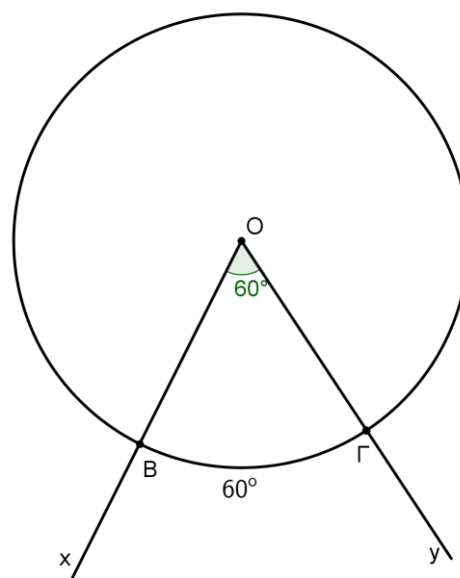
§ 3.1 Εγγεγραμμένες γωνίες

Επανάληψη από την Α' γυμνασίου

Ορισμοί-Προτάσεις

Επίκεντρη γωνία σε κύκλο O, ρ
λέγεται μια γωνία xOy της οποίας
η κορυφή συμπίπτει με το κέντρο
 O του κύκλου.

Το μέτρο μιας επίκεντρης γωνίας
ισούται με το μέτρο του αντίστοιχου
τόξου.



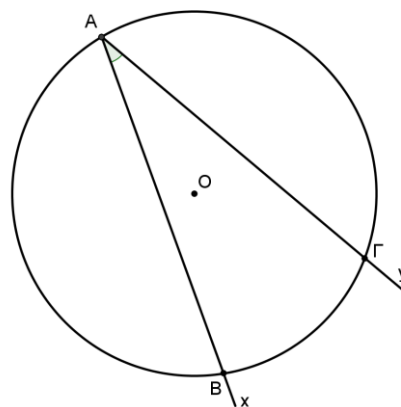
Μαθαίνουμε

Ορισμοί-Προτάσεις

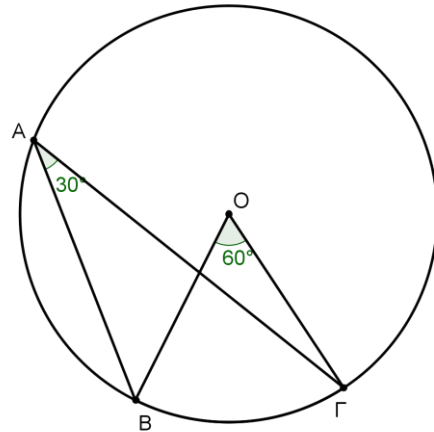
Εγγεγραμμένη γωνία σε κύκλο
 O, ρ λέγεται μια γωνία xAy που
η κορυφή της A ανήκει στον κύκλο
 O, ρ και οι πλευρές του Ax, Ay
τέμνουν τον κύκλο.

Αντίστοιχο τόξο της εγγεγραμμέ-
νης γωνίας xAy είναι το τόξο $B\Gamma$.

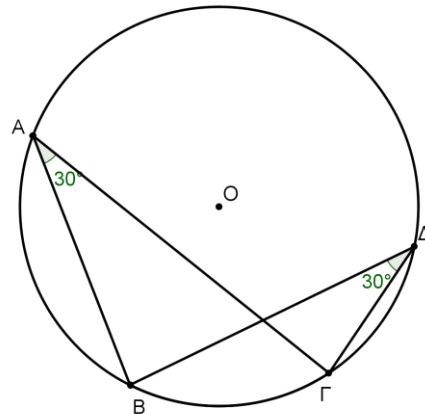
Η εγγεγραμμένη γωνίας xAy **βαί-
νει** στο τόξο $B\Gamma$.



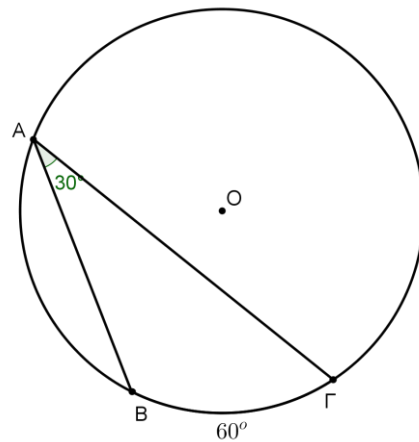
Κάθε εγγεγραμμένη γωνία ισούται με το μισό της επίκεντρης γωνίας που έχει ίσο αντίστοιχο τόξο.



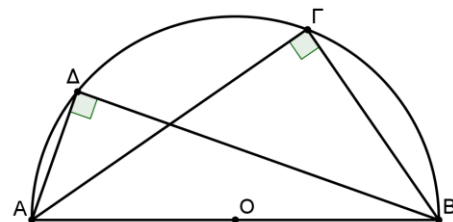
Οι εγγεγραμμένες γωνίες ενός κύκλου που βαίνουν στο ίδιο τόξο ή σε ίσα τόξα είναι μεταξύ τους ίσες.



Κάθε εγγεγραμμένη γωνία έχει μέτρο ίσο με το μισό του μέτρου του αντίστοιχου τόξου της.



Κάθε εγγεγραμμένη γωνία που βαίνει σε ημικύκλιο είναι ορθή.



Παρατηρήσεις

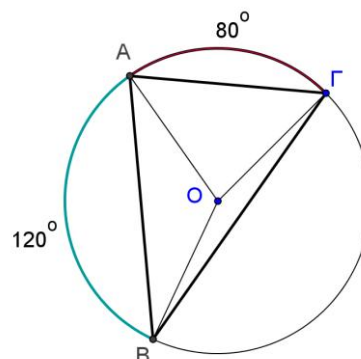
- Κάθε εγγεγραμμένη γωνία είναι μικρότερη από 180° .
- Αν δύο εγγεγραμμένες γωνίες του ίδιου κύκλου ή ίσων κύκλων είναι ίσες τότε και τα αντίστοιχα τόξα είναι ίσα.

Ερωτήσεις κατανόησης

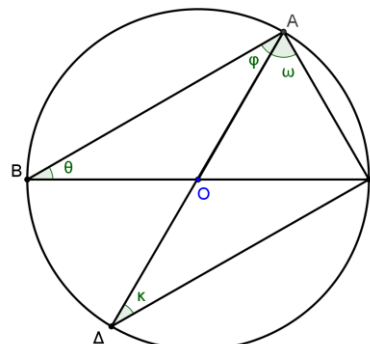
1. Να εξετάσετε αν είναι σωστές ή λανθασμένες οι παρακάτω προτάσεις:
 - (α) Υπάρχει εγγεγραμμένη γωνία που δεν ισούται με το μισό της αντίστοιχης επίκεντρης
 - (β) Υπάρχουν εγγεγραμμένες γωνίες μεγαλύτερες των 180°
 - (γ) Αν σε ένα κύκλο φέρουμε δύο κάθετες χορδές τότε καθένα από τα τέσσερα τόξα είναι ίσα με 90°
 - (δ) Αν σε ένα κύκλο φέρουμε δύο κάθετες διαμέτρους τότε κάθε εγγεγραμμένη που βαίνει σε καθένα από τα τέσσερα ίσα τόξα είναι ίση με 45°
 - (ε) Το μέτρο μιας εγγεγραμμένης γωνίας που βαίνει σε τόξο 45° είναι 90° .
2. Να σημειώσετε Χ στο Σωστό (Σ) ή στο Λάθος (Λ), αν θεωρείτε ότι η αντίστοιχη πρόταση είναι σωστή ή λανθασμένη
 - (α) Οι πλευρές μιας εγγεγραμμένης γωνίας είναι ακτίνες $\Sigma \square \Lambda \square$ του κύκλου
 - (β) Κάθε εγγεγραμμένη γωνία ενός κύκλου είναι ίση με το $\Sigma \square \Lambda \square$ μισό κάθε επίκεντρης γωνίας του ίδιου κύκλου
 - (γ) Η εγγεγραμμένη γωνία ενός κύκλου που βαίνει σε ημι- $\Sigma \square \Lambda \square$ κύκλιο είναι ορθή
 - (δ) Οι εγγεγραμμένες γωνίες του ίδιου κύκλου που βαίνουν $\Sigma \square \Lambda \square$ σε ίσα τόξα είναι ίσες
 - (ε) Η επίκεντρη γωνία είναι ίση σε μοίρες με το μισό της $\Sigma \square \Lambda \square$ εγγεγραμμένης που βαίνει στο ίδιο τόξο με αυτήν

Ασκήσεις

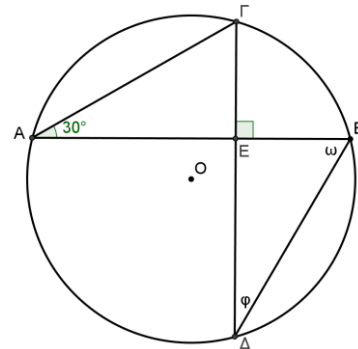
1. Σε κύκλο O, ρ έχουμε τα τόξα $AB = 80^\circ$ και $AG = 120^\circ$ όπως στο σχήμα. Να βρεθούν οι γωνίες του τριγώνου.



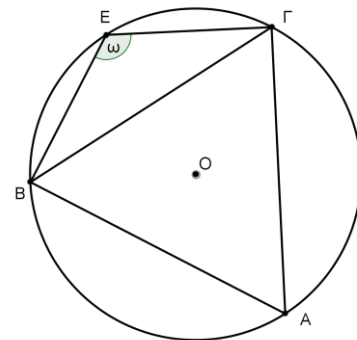
2. Θεωρούμε τον κύκλο O, ρ και την διάμετρο $B\Gamma$ αυτού. Το σημείο A είναι στον κύκλο. Αν το τρίγωνο $AO\Gamma$ είναι ισόπλευρο, να βρεθούν οι γωνίες φ , θ , ω και κ .



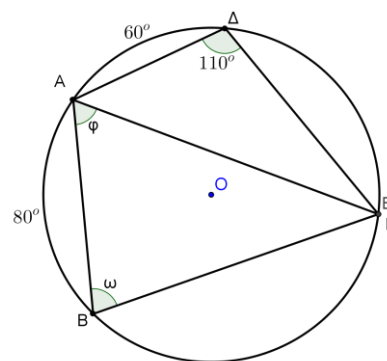
3. Στον κύκλο O, ρ έχουμε τις κάθετες χορδές AB και $\Gamma\Delta$, οι οποίες τέμνονται στο σημείο E . Αν η εγγεγραμμένη γωνία ΓAB είναι 30° να βρεθούν οι γωνίες ω , φ που είναι σημειωμένες στο σχήμα.



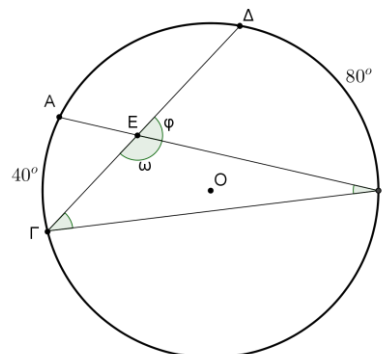
4. Το ισόπλευρο τρίγωνο $AB\Gamma$ έχει τις κορυφές του στον κύκλο O, ρ . Το σημείο E είναι το μέσον του τόξου $B\Gamma$. Να βρεθεί το μέτρο της εγγεγραμμένης γωνίας $BE\Gamma$.



5. Το τετράπλευρο $AB\Gamma\Delta$ έχει τις κορυφές του στον κύκλο O, ρ . Αν είναι δεδομένα ότι: $\Delta A = 60^\circ$, $AB = 80^\circ$ και $\Delta\Gamma = 110^\circ$. Να υπολογιστούν τα μέτρα των γωνιών ω , φ που είναι σημειωμένες στο σχήμα.



6. Στον κύκλο O, ρ θεωρούμε τις χορδές AB και $\Gamma\Delta$, οι οποίες τέμνονται στο E . Αν είναι γνωστό ότι: $\Delta\Gamma = 40^\circ$ και $B\Delta = 80^\circ$ να υπολογιστούν οι γωνίες ω , φ που είναι σημειωμένες στο σχήμα.



7. Στο ημικύκλιο του σχήματος που έχει διάμετρο AB και κέντρο O , ισχύουν: $AB = 10$ και $\Delta O\Gamma = 2\Gamma O B$. Να βρεθούν οι πλευρές και οι γωνίες του τριγώνου $AB\Gamma$.

