

16) Τι ονομάζουμε σταθερό πολυώνυμο και τι μηδενικό πολυώνυμο; Ποιος είναι ο βαθμός τους;

ΑΠΑΝΤΗΣΗ

Κάθε αριθμός θεωρείται πολυώνυμο και λέγεται σταθερό πολυώνυμο. Αν ο αριθμός είναι διάφορος του μηδέν τότε το πολυώνυμο έχει βαθμό μηδέν. Ειδικότερα ο αριθμός μηδέν λέγεται μηδενικό πολυώνυμο και δεν ορίζεται ο βαθμός του.

17) Τι ονομάζουμε ταυτότητα;

ΑΠΑΝΤΗΣΗ

Κάθε ισότητα που περιέχει μεταβλητές και αληθεύει για όλες τις τιμές των μεταβλητών της

18) Να αποδείξετε την ταυτότητα $(\alpha + \beta)^2 = \alpha^2 + 2\alpha\beta + \beta^2$ (το τετράγωνο του αθροίσματος)

ΑΠΑΝΤΗΣΗ

$$(\alpha + \beta)^2 = (\alpha + \beta) \cdot (\alpha + \beta) = \alpha^2 + \alpha\beta + \beta\alpha + \beta^2 = \alpha^2 + 2\alpha\beta + \beta^2$$

19) Να αποδείξετε την ταυτότητα $(\alpha - \beta)^2 = \alpha^2 - 2\alpha\beta + \beta^2$ (το τετράγωνο της διαφοράς)

ΑΠΑΝΤΗΣΗ

$$(\alpha - \beta)^2 = (\alpha - \beta) \cdot (\alpha - \beta) = \alpha^2 - \alpha\beta - \beta\alpha + \beta^2 = \alpha^2 - 2\alpha\beta + \beta^2$$

20) Να αποδείξετε την ταυτότητα $(\alpha + \beta) \cdot (\alpha - \beta) = \alpha^2 - \beta^2$ (γινόμενο αθροίσματος επί διαφορά)

ΑΠΑΝΤΗΣΗ

$$(\alpha + \beta) \cdot (\alpha - \beta) = \alpha^2 - \alpha\beta + \beta\alpha - \beta^2 = \alpha^2 - \beta^2$$

21) Να αποδείξετε την ταυτότητα $(\alpha + \beta)^3 = \alpha^3 + 3 \cdot \alpha^2 \cdot \beta + 3 \cdot \alpha \cdot \beta^2 + \beta^3$ (κύβος του αθροίσματος)

ΑΠΑΝΤΗΣΗ

$$\begin{aligned} (\alpha + \beta)^3 &= (\alpha + \beta) \cdot (\alpha + \beta)^2 = (\alpha + \beta)(\alpha^2 + 2\alpha\beta + \beta^2) \\ &= \alpha^3 + 2\alpha^2\beta + \alpha\beta^2 + \beta\alpha^2 + 2\alpha\beta^2 + \beta^3 \\ &= \alpha^3 + 3\alpha^2\beta + 3\alpha\beta^2 + \beta^3 \end{aligned}$$

22) Να αποδείξετε την ταυτότητα $(\alpha - \beta)^3 = \alpha^3 - 3 \cdot \alpha^2 \cdot \beta + 3 \cdot \alpha \cdot \beta^2 - \beta^3$ (κύβος της διαφοράς)

ΑΠΑΝΤΗΣΗ

$$\begin{aligned} (\alpha - \beta)^3 &= (\alpha - \beta) \cdot (\alpha - \beta)^2 = (\alpha - \beta)(\alpha^2 - 2\alpha\beta + \beta^2) \\ &= \alpha^3 - 2\alpha^2\beta + \alpha\beta^2 - \beta\alpha^2 + 2\alpha\beta^2 - \beta^3 \\ &= \alpha^3 - 3\alpha^2\beta + 3\alpha\beta^2 - \beta^3 \end{aligned}$$