

**λύνω προβλήματα και περνάω όμορφα σκέφτομαι έξυπνα
στην Α' Γυμνασίου**

16 εβδομάδες : σχολικό έτος 2021-2022

επιμέλεια: Χρονόπουλος Τάκης

parmenides51@gmail.com

Επειδή η ψυχή των Μαθηματικών είναι τα προβλήματα.
Μια απόπειρα καλλιέργειας της δημιουργικής σκέψης στα Μαθηματικά

λύνω προβλήματα και περνάω όμορφα

στην Α' Γυμνασίου 1^η εβδομάδα: 8/11-14/11/2021

επιμέλεια: Χρονόπουλος Τάκης

parmenides51@gmail.com

1. Ο **Αναστάσης Μαθηματικούλης** ξέχασε το 4-ψήφιο κωδικό PIN της κάρτας αναλήψεως χρημάτων της τράπεζας. Θυμάται ότι:

- ο αριθμός είτε τον διαβάσει από την αρχή προς το τέλος είτε ανάποδα παραμένει ο ίδιος (πχ. σαν τον αριθμό 1331).
- δεν περιέχει τον αριθμό 7 γιατί τον θεωρούσε γρουσουζικό αριθμό.
- ο ζητούμενος αριθμός έχει άθροισμα ψηφίων 14.

Έχει 6 ευκαιρίες να βρει το PIN της κάρτας, πριν ακυρωθεί.

Πιστεύετε ότι θα μπορέσει να βρει το σωστό PIN με 6 προσπάθειες;

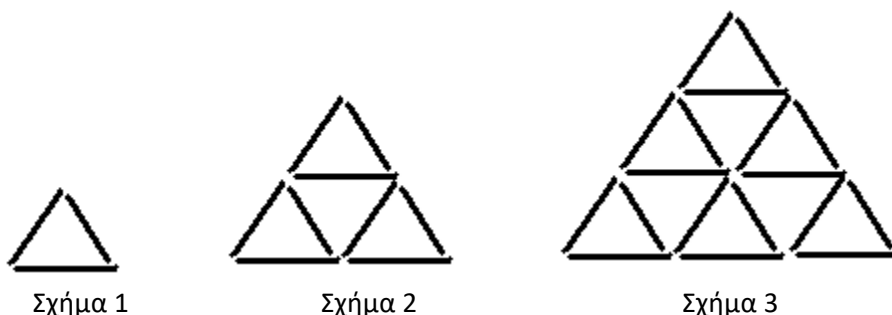
Αιτιολογήστε την απάντησή σας.

2. Στον **πλανήτη Happy**, κάθε έτος έχει 15 μήνες, κάθε μήνας έχει 20 μέρες και κάθε μέρα έχει 30 ώρες. Τώρα στον πλανήτη Happy, η ώρα είναι 3 ακριβώς, ημέρα 12^η, του 4^{ου} μήνα του.

- Τι ώρα θα είναι στον πλανήτη Happy σε 313 ώρες;
- Τι μέρα θα είναι στον πλανήτη Happy σε 313 μέρες;
- Τι μήνας θα είναι στον πλανήτη Happy σε 313 μήνες;
- Αν μια ώρα στην Γη έχει ίση διάρκεια με μια ώρα στον πλανήτη Happy, στην Γη ή στον πλανήτη Happy έχει το έτος περισσότερες ώρες;

3. Ο **Μιχάλης Μοτιβούλης** συναρμολογεί σπирτόξυλα όπως στην παρακάτω εικόνα, όπου έχουμε τα σχήματα 1, 2 και 3 σε σειρά. Υποθέτουμε ότι η συναρμολόγηση των σπирτόξυλων από τον Μιχάλη συνεχίζεται στην ίδια λογική. Στο 10^ο σχήμα στην σειρά, υπολογίστε το πλήθος των:

- σπирτόξυλων που αυτό περιέχει (πχ. στο 2^ο σχήμα αυτά είναι 9).
- τρίγωνων, που είναι ίσα σε μέγεθος με το τρίγωνο του σχήματος 1 (πχ. στο 2^ο σχήμα αυτά είναι 4).



Επειδή η ψυχή των Μαθηματικών είναι τα προβλήματα.

Μια απόπειρα καλλιέργειας της δημιουργικής σκέψης στα Μαθηματικά. www.facebook.com/parmenides51

λύνω προβλήματα και περνάω όμορφα

στην Α' Γυμνασίου 2^η εβδομάδα: 15/11-21/11/2021

επιμέλεια: Χρονόπουλος Τάκης

parmenides51@gmail.com

1. Ο **Πάνος** και η **Σπυρέτα** παίζουν με δυο ζάρια, ένα κόκκινο και ένα μπλε. Τα παιδιά παίζουν εναλλάξ. Το ένα παιδί ρίχνει και τα δυο ζάρια ταυτόχρονα και υπολογίζουν το άθροισμα των αριθμών στο πάνω μέρος των ζαριών μετά την ταυτόχρονη αυτή ρίψη. Αν το άθροισμα αυτό είναι 6, κερδίζει ο Πάνος, ενώ αν το άθροισμα είναι 7, κερδίζει η Σπυρέτα. Αν είναι οποιοσδήποτε άλλος αριθμός, παίζει το άλλο παιδί.



Ποιο παιδί πιστεύετε ότι είναι πιο πιθανό να κερδίσει; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

2. Στην επαρχία της **Μαθηματικοχαράς**, έγινε ένα πάρτυ που συμμετείχαν μόνο παιδιά, με περιορισμένο αριθμό θέσεων γι' αυτό και διεξήχθη κλήρωση. Στο πάρτυ κληρώθηκαν 64 κορίτσια. Τα $\frac{3}{5}$ των παιδιών που κληρώθηκαν ήταν αγόρια. Το πλήθος των αγοριών που κληρώθηκαν ήταν τέσσερις φορές το πλήθος των αγοριών που δεν κληρώθηκαν. Συνολικά δεν κληρώθηκαν 40 άτομα. Πόσα κορίτσια πήραν μέρος στην κλήρωση;

3. Ο **Στέλιος Γεωμετρικούλης** αποκαλεί:

- όμορφα όσα τετράπλευρα έχουν μήκη πλευρών φυσικούς αριθμούς.
- φοβερά όσα τετράπλευρα έχουν εμβαδόν 24 τετραγωνικά μέτρα.
- χαριτωμένα όσα τετράπλευρα έχουν μισή περίμετρο ίση με πρώτο αριθμό.

α) Υπάρχει τετράγωνο που να είναι όμορφο και φοβερό ταυτόχρονα;

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

β) Να βρείτε ένα ορθογώνιο που να είναι όμορφο, φοβερό και χαριτωμένο ταυτόχρονα.

Να εξηγήσετε γιατί το ορθογώνιο αυτό είναι μοναδικό, δηλαδή δεν υπάρχει άλλο με τις τρεις αυτές ιδιότητες.

γ) Εξωτερικά του ορθογωνίου του ερωτήματος (β), κατασκευάζουμε 4 τετράγωνα ώστε κάθε μια πλευρά του ορθογωνίου να αποτελεί ταυτόχρονα μια πλευρά του τετραγώνου, και τα τετράγωνα με το αρχικό ορθογώνιο να μην έχουν κανένα κοινό εσωτερικό σημείο.

Να υπολογίσετε το άθροισμα των εμβαδών των 4 τετράγωνων και του ορθογωνίου αυτού.

Επειδή η ψυχή των Μαθηματικών είναι τα προβλήματα.

Μια απόπειρα καλλιέργειας της δημιουργικής σκέψης στα Μαθηματικά. www.facebook.com/parmenides51

λύνω προβλήματα και περνάω όμορφα

στην Α' Γυμνασίου 3^η εβδομάδα: 22/11-28/11/2021

επιμέλεια: Χρονόπουλος Τάκης

parmenides51@gmail.com

1. Ο **ψευτοΔονάτος**, Δεύτερα και Τρίτη λέει μόνο αλήθειες, Τετάρτη έως και Παρασκευή λέει μόνο ψέματα, και Σαββατοκύριακο λέει εναλλάξ σε κάθε του πρόταση, ψέματα και αλήθειες.

Μια μέρα είπε τις εξής δυο προτάσεις:

- Χθες είπα μόνο αλήθειες.
- Αύριο θα λέω μόνο ψέματα.

Ποιες μέρες θα μπορούσε να είχε πει και τις δυο αυτές προτάσεις ο ψευτοΔονάτος;

2. Ο **Βαγγέλης Αλγεβρικούλης** έχει 3 ανίψια, τον Πάνο, την Αλεξάνδρα και την Δήμητρα. Κάθε φορά που τον επισκέπτεται κάθε παιδί μόνο του, ο Βαγγέλης δίνει ως χαρτζιλίκι 10 ευρώ στον Πάνο, 12 στην Αλεξάνδρα και 15 στην Δήμητρα.

Όταν τον επισκέπτονται και τα 3 παιδιά μαζί, τους δίνει από 20 ευρώ στο καθένα.

Όταν τον επισκέπτονται μόνο 2 (οποιαδήποτε) από τα 3 παιδιά, τους δίνει από 13 ευρώ στο καθένα.

Ο Πάνος τον επισκέπτεται κάθε 4 μέρες, η Αλεξάνδρα κάθε 5 μέρες και η Δήμητρα κάθε 6 μέρες.

Σήμερα τον επισκέφτηκαν και τα 3 ανίψια.

- α) Μετά από πόσες μέρες θα τον επισκεφτούν μαζί για 2η φορά και τα 3 παιδιά;
- β) Πόσες φορές θα τον έχουν επισκεφτεί μέχρι τότε, τα ζεύγη παιδιών Πάνος - Αλεξάνδρα, Πάνος - Δήμητρα και Αλεξάνδρα - Δήμητρα;
- γ) Πόσες φορές θα τον έχουν επισκεφτεί μέχρι τότε, κάθε παιδί μόνο του;
- δ) Πόσα χρήματα θα έχει χαρτζιλικώσει συνολικά κάθε παιδί μέχρι τότε;

3. Ο **Μιχάλης Μοτιβούλης**, έχει 5 μεγάλα χαρτιά.

Αποφασίζει να κόψει μερικά χαρτιά σε 5 κομμάτια το καθένα.

- α) Να βρείτε πόσα κομμάτια χαρτί θα έχει συνολικά, αφού κόψει 0, 1, 2, 3, 4 ή 5 χαρτιά, το καθένα σε 5 κομμάτια. (Θα εξετάσετε 6 διαφορετικές περιπτώσεις)
- β) Οι 6 αριθμοί που βρήκατε στο ερώτημα (α), πιστεύετε ότι ακολουθούν κάποιο μοτίβο, υπάρχει δηλαδή κάποια κοινή λογική από την οποία προκύπτουν; Να εξηγήσετε την σκέψη σας.
- γ) Αν ο Μιχάλης συνεχίσει και κόβει όσα κομμάτια χαρτί θέλει, από αυτά που ήδη έχει, σε 5 νέα κομμάτια έκαστο, και μετά πάλι όσα από αυτά θέλει, πάλι σε 5 κομμάτια έκαστο κ.ο.κ. να εξηγήσετε γιατί ποτέ δεν θα υπάρχουν ακριβώς 151 κομμάτια χαρτί στο τραπέζι.

Επειδή η ψυχή των Μαθηματικών είναι τα προβλήματα.

Μια απόπειρα καλλιέργειας της δημιουργικής σκέψης στα Μαθηματικά. www.facebook.com/parmenides51

λύνω προβλήματα και περνάω όμορφα

στην Α' Γυμνασίου 4^η εβδομάδα: 29/11-5/12/2021

επιμέλεια: Χρονόπουλος Τάκης

parmenides51@gmail.com

1. Ο **Δημήτρης Αριθμητικούλης** θέλει να αγοράσει το τελευταίο μοντέλο τζιπ Wildlife R51 που σήμερα κοστίζει 20.000 €. Διαθέτει όμως μόνο 10.000 € και δεν θέλει τα υπόλοιπα να τα βάλει σε δόσεις. Είναι γνωστό όμως ότι η αξία αυτού του τζιπ, μειώνεται κάθε χρόνο κατά 15%. Πόσα χρόνια θα περιμένει ώστε να πέσει η αξία κάτω από 10.000 €, ώστε να μπορεί να το αγοράσει;

2. Ο **Στέλιος Γεωμετρικούλης** έχει μια πισίνα σχήματος ορθογώνιου παραλληλεπιπέδου. Τα μήκη των τριών διαστάσεων της είναι φυσικοί αριθμοί, ενώ τα εμβαδά σε 3 έδρες είναι ίσα με 24 τ.μ., 32 τ.μ. και 48 τ.μ. Να υπολογιστεί ο όγκος του νερού που χωράει η πισίνα, όταν είναι γεμάτη κατά 80%.

3. Ο **Κώστας Παραμυθούλης**, έχει 3 ανιψιές, την Αριστέα, την Ζωή και την Καλλιρόη.

Τα Χριστούγεννα έκανε σε κάθε μια, δώρο δυο βιβλία.

Στην Αριστέα δώρισε το "Ρωμαίος και Ιουλιέτα" και το "Τριστάν και Ιζόλδη" και πλήρωσε 22 €.

Στην Ζωή δώρισε το "Ρωμαίος και Ιουλιέτα" και το "η πεντάμορφη και το τέρας" και πλήρωσε 24 €.

Στην Καλλιρόη δώρισε το "Τριστάν και Ιζόλδη" και το "η πεντάμορφη και το τέρας" και πλήρωσε 26 €.

α) Πόσο πλήρωσε για τα 3 διαφορετικά βιβλία συνολικά;

β) Πόσο κοστίζει το κάθε βιβλίο;



Επειδή η ψυχή των Μαθηματικών είναι τα προβλήματα.

Μια απόπειρα καλλιέργειας της δημιουργικής σκέψης στα Μαθηματικά. www.facebook.com/parmenides51

λύνω προβλήματα και περνάω όμορφα

στην Α' Γυμνασίου 5^η εβδομάδα: 6/12-12/12/2021

επιμέλεια: Χρονόπουλος Τάκης

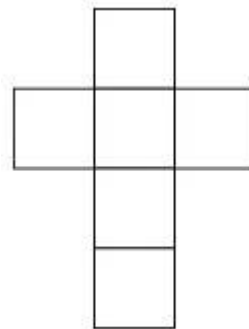
parmenides51@gmail.com

1. Ο **Στέλιος Γεωμετρικούλης** για να κατασκευάσει έναν κύβο από χαρτί, σχεδίασε το ανάπτυσμά του και μέτρησε την περίμετρο του, η οποία ήταν 28 cm.

α) Να υπολογίσετε το εμβαδόν της παράπλευρης επιφάνειας του κύβου, καθώς και τον όγκο του.

β) Μετά αποφάσισε να φτιάξει άλλον έναν κύβο ίσο με αυτόν και να τους κολλήσει μαζί, έτσι ώστε μια πλευρά του ενός να κολλήσει ακριβώς ολόκληρη, με μια πλευρά του άλλου. Με τον τρόπο αυτό, οι δυο κολλημένοι κύβοι σχημάτισαν ένα ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο. Να υπολογίσετε στο παραλληλεπίπεδο αυτό το εμβαδόν της παράπλευρης επιφάνειάς του, καθώς και τον όγκο του.

γ) Στην συνέχεια σκέφτηκε να κατασκευάσει ένα ίδιο ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο, με αυτό του ερωτήματος (β). Έτσι σχεδίασε πρώτα το ανάπτυσμα του στο χαρτί. Να υπολογίσετε την περίμετρο του νέου αυτού αναπτύγματος.



2. Ο **Δημήτρης**, ο **Αναστάσης** και ο **Κώστας**, παίζουν με βόλους. Στην αρχή, καθένας τους έχει μερικούς βόλους (δεν ξέρουμε πόσους έχει ο καθένας τους, ούτε αν έχουν τον ίδιο αριθμό) και κατά την διάρκεια του παιχνιδιού, ο αριθμός των βόλων καθενός αλλάζει μόνο όταν ο ένας δώσει ή πάρει βόλους από κάποιον άλλο. Πρώτος παίζει ο **Ανάστασης** και δίνει βόλους στον **Δημήτρη** και στον **Κώστα**, έτσι ώστε να έχει ο **Δημήτρης** και ο **Κώστας**, ο καθένας τους ξεχωριστά, διπλάσιους βόλους από όσους είχε στην αρχή. Δεύτερος παίζει ο **Δημήτρης** και δίνει βόλους στον **Ανάστασης** και στον **Κώστα**, έτσι ώστε να έχει ο **Αναστάσης** και ο **Κώστας**, ο καθένας τους ξεχωριστά μετά, διπλάσιους βόλους από όσους είχε ακριβώς πριν παίξει ο **Δημήτρης**. Τρίτος παίζει ο **Κώστας** και δίνει βόλους στον **Αναστάσης** και στον **Δημήτρη**, έτσι ώστε να έχει ο **Αναστάσης** και ο **Δημήτρης**, ο καθένας τους ξεχωριστά μετά, διπλάσιους βόλους από όσους είχε ακριβώς πριν παίξει ο **Κώστας**. Μετά τις 3 αυτές κινήσεις, μετράνε τους βόλους τους και βρίσκουν πως έχει 16 βόλους ο καθένας τους. Πόσους βόλους είχε ο καθένας τους στην αρχή του παιχνιδιού;

3. Ο **Αναστάσης Μαθηματικούλης** έχει 4 ιδίους κύβους. Μπορεί να τους κολλήσει έτσι ώστε μια πλευρά του ενός να κολλήσει ακριβώς ολόκληρη, με μια πλευρά του άλλου. Πόσα διαφορετικά σχήματα μπορεί να φτιάξει και με τους 4 αυτούς κύβους μαζί;

Αιτιολογήστε την απάντησή σας με κατάλληλα σχήματα.

Σημείωση: Όταν δυο σχήματα στις 3 διαστάσεις, με κατάλληλη περιστροφή ή μετακίνηση είναι ακριβώς ίδια, θεωρούνται σαν 1 σχήμα και το μετράμε μόνο μια φορά. Για παράδειγμα κολλώντας 3 κύβους μπορεί να φτιάξει μόνο 2 διαφορετικά σχήματα (είτε οι 3 σε μια σειρά, είτε οι 3 σαν μια ορθή γωνιά).

Επειδή η ψυχή των Μαθηματικών είναι τα προβλήματα.

Μια απόπειρα καλλιέργειας της δημιουργικής σκέψης στα Μαθηματικά. www.facebook.com/parmenides51

λύνω προβλήματα και περνάω όμορφα

στην Α' Γυμνασίου 6^η εβδομάδα: 13/12-19/12/2021

επιμέλεια: Χρονόπουλος Τάκης

parmenides51@gmail.com

1. Ο **Santa Claus** ετοιμάζεται για το ετήσιο ταξίδι του. Οι τάρανδοι του πρέπει να είναι στην καλύτερη δυνατή φόρμα και καλοταϊσμένοι, οπότε για να το πετύχει αυτό, τους ταΐζει με ειδικό γρασίδι που καλλιεργεί σε γήπεδα ποδοσφαίρου της Λαπωνίας. Διαπίστωσε ότι 7 τάρανδοι τρώνε το γρασίδι έκτασης ίσης με 7 γήπεδα ποδοσφαίρου μέσα σε 7 μέρες. Έχει όμως μία απορία. Πόσες μέρες χρειάζονται 3 τάρανδοι, για να φάνε το γρασίδι έκτασης ίση με 3 γήπεδα ποδοσφαίρου; Μπορείτε να τον βοηθήσετε; Θεωρίστε ότι όλοι οι τάρανδοι τρώνε ίδια ποσότητα κάθε μέρα και πως όλα τα γήπεδα ποδοσφαίρου έχουν την ίδια έκταση.

2. Για να χωνέψουν το ειδικό γρασίδι, οι τάρανδοι του **Santa Claus** πίνουν νερό από μία στέρνα. 6 μεγάλοι τάρανδοι αδειάζουν (πίνουν) μια στέρνα με νερό σε 5 ώρες, ενώ 6 μικροί τάρανδοι την αδειάζουν σε 10 ώρες. Σε πόσες ώρες αδειάζουν την στέρνα με νερό, αν πίνουν ταυτόχρονα 3 μεγάλοι και 5 μικροί τάρανδοι;

3. Ο **Santa Claus** έχει βγάλει ονόματα στους τάρανδους του. Ο τάρανδος με το όνομα Bill είναι αρσενικός, ενώ ο τάρανδος με το όνομα Mariah είναι θηλυκός. Οι τάρανδοι Bill και Mariah είναι συνομηλικοί. Ο Bill παρατήρησε ότι τα $\frac{3}{20}$ των συνομηλίκων τάρανδων του είναι θηλυκοί. Η Mariah παρατήρησε ότι, χωρίς αυτήν, το $\frac{1}{7}$ των συνομηλίκων της τάρανδων είναι θηλυκοί. Πόσους θηλυκούς τάρανδους συνομηλίκους με τον Bill έχει ο **Santa Claus**;



Επειδή η ψυχή των Μαθηματικών είναι τα προβλήματα.

Μια απόπειρα καλλιέργειας της δημιουργικής σκέψης στα Μαθηματικά. www.facebook.com/parmenides51

λύνω προβλήματα και περνάω όμορφα

στην Α' Γυμνασίου 7^η εβδομάδα: 27/12/2021-2/1/2022

επιμέλεια: Χρονόπουλος Τάκης

parmenides51@gmail.com

1. Ο **Αη Βασίλης** έχει μια τσάντα με λιχουδιές για να μοιράσει σε μια παρέα παιδιών.

- Αν κάθε παιδί πάρει δυο λιχουδιές, θα του περισσέψουν 4.
- Αν όμως, προσπαθήσει κάθε παιδί πάρει 3 λιχουδιές, θα υπάρχουν δυο παιδιά που δεν θα πάρουν καμία λιχουδιά και ένα παιδί που θα πάρει δυο λιχουδιές.

Πόσες λιχουδιές είχε αρχικά στο σακίδιο του ο **Αη Βασίλης**;

2. Ένας επιστήμονας διεξήγαγε πείραμα σε 50 κουνέλια και παρατήρησε τα εξής αποτελέσματα:

- 25 ήταν αρσενικά
- 25 εκπαιδεύτηκαν να αποφεύγουν τις παγίδες, εκ των οποίων 10 ήταν αρσενικά
- 20 κατάφεραν να αποφύγουν την παγίδα, εκ των οποίων 4 ήταν αρσενικά
- 15 που είχαν εκπαιδευτεί για να αποφύγουν τις παγίδες, κατάφεραν να αποφύγουν την παγίδα, εκ των οποίων 3 ήταν αρσενικά

Πόσα θηλυκά κουνέλια, που δεν είχαν εκπαιδευτεί να αποφεύγουν τις παγίδες, δεν μπόρεσαν τελικά να αποφύγουν την παγίδα;

3. Μια τράπουλα έχει 52 ($= 4 \times 13$) φύλλα. Είναι 4 άσσοι (A), 4 δυάρια, 4 τριάρια, ..., 4 δεκάρια, 4 ρηγάδες (K), 4 ντάμες (Q) και 4 βαλέδες (J). Σε κάθε τετράδα, έχουμε ένα κόκκινο φύλλο με το σχήμα καρδιάς (διαβάζεται **κούπα**), ένα μαύρο φύλλο με το σχήμα ρόμβου (διαβάζεται **καρό**), ένα φύλλο με το σχήμα τριφυλλιού (διαβάζεται **σπαθί**) και ένα φύλλο με το σχήμα από δεντράκι (διαβάζεται **μπαστούνι**).

- α) Ποιος είναι ο μικρότερος αριθμός από φύλλα που πρέπει να πάρουμε στην τύχη, χωρίς να βλέπουμε, ώστε να είμαστε σίγουροι ότι έχουμε το λιγότερο 1 καρό, 1 κούπα, 1 σπαθί και 1μπαστούνι;
- β) Ποιος είναι ο μικρότερος αριθμός από φύλλα που πρέπει να πάρουμε στην τύχη, χωρίς να βλέπουμε, ώστε να είμαστε σίγουροι ότι έχουμε το λιγότερο 1 κόκκινο φύλλο και 1 μαύρο;
- γ) Ποιος είναι ο μικρότερος αριθμός από φύλλα που πρέπει να πάρουμε στην τύχη, χωρίς να βλέπουμε, ώστε να είμαστε σίγουροι ότι έχουμε κάθε αριθμό από το 1 έως και το 10, το λιγότερο από μία φορά;



Επειδή η ψυχή των Μαθηματικών είναι τα προβλήματα.

Μια απόπειρα καλλιέργειας της δημιουργικής σκέψης στα Μαθηματικά. www.facebook.com/parmenides51

λύνω προβλήματα και περνάω όμορφα

στην Α' Γυμνασίου 8^η εβδομάδα: 3/1-9/1/2022

επιμέλεια: Χρονόπουλος Τάκης

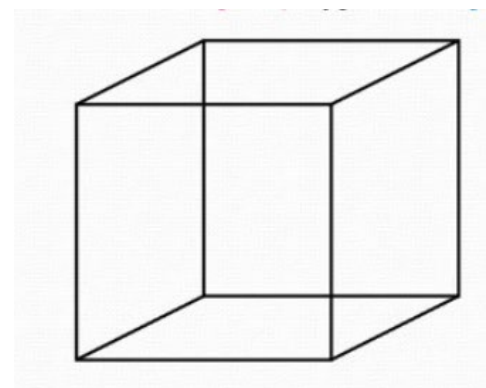
parmenides51@gmail.com

1. Σε ένα αεροπλάνο βρίσκονται 7 γυναίκες. Κάθε γυναίκα έχει μαζί της 7 τσάντες. Σε κάθε τσάντα βρίσκονται μέσα 7 γάτες. Κάθε γάτα έχει μαζί της 7 γατάκια. Πόσα πόδια βρίσκονται συνολικά στο αεροπλάνο;



(Το αποτέλεσμα είναι 5ψηφιος αριθμός)

2. Ένας κύβος μπορεί να σχηματιστεί ενώνοντας 12 ίσα ξυλάκια μήκους 1 cm. Αυτός ο κύβος έχει διαστάσεις 1x1x1. Με ίσα ξυλάκια μήκους 1 cm σχηματίζουμε ορθογώνια παραλληλεπίπεδα διαστάσεων 2x1x1, 3x1x1, 4x1x1, 5x1x1 κ.ο.κ. Να υπολογίσετε πόσα ίσα ξυλάκια μήκους 1cm χρειάζονται για το ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο διαστάσεων 2022x1x1.



3. Το Λόττο είναι ένα παιχνίδι που σε κάθε κλήρωση, η νικήτρια στήλη περιέχει 6 αριθμούς διαφορετικούς από το 1 έως και το 49.

Όσοι πετύχουν την νικήτρια εξάδα μοιράζονται τα χρήματα της εξάδας. Λόγω των εορτών στην **Μαθηματικοχώρα**, οι διοργανωτές του παιχνιδιού αποφάσισαν κατά την Πρωτοχρονιάτικη κλήρωση, να μοιράσουν χρήματα στα δελτία που δεν θα έχουν κανένα νούμερο από την νικήτρια εξάδα.

Ποιος είναι ο μικρότερος αριθμός δελτίων που πρέπει κάποιος να «παίξει» αλλά και με ποιον τρόπο να βάλει τους αριθμούς αυτούς σε κάθε δελτίο, ώστε όποια εξάδα και να κληρωθεί στο Πρωτοχρονιάτικο Λόττο, να έχει τουλάχιστον 1 δελτίο που δεν έχει κανέναν αριθμό ίδιο με την νικήτρια εξάδα ;

Σημείωση: Σε κάθε δελτίο, ο καθένας μπορεί να «παίξει» μόνο 6 διαφορετικούς αριθμούς.

Επειδή η ψυχή των Μαθηματικών είναι τα προβλήματα.

Μια απόπειρα καλλιέργειας της δημιουργικής σκέψης στα Μαθηματικά. www.facebook.com/parmenides51

λύνω προβλήματα και περνάω όμορφα

στην Α' Γυμνασίου 9^η εβδομάδα: 7/2-13/2/2022

επιμέλεια: Χρονόπουλος Τάκης

parmenides51@gmail.com

1. Ο **Αναστάσης Μαθηματικούλης** έχει ένα άσπρο ζάρι σε σχήμα κύβου με ίσους μαύρους κύκλους στην επιφάνεια του για την αριθμηση των ενδείξεων. Αν το ζάρι έχει ακμή μήκους 1 εκατοστό και κάθε κύκλος έχει διάμετρο 0,2 εκατοστά, να υπολογίσετε την επιφάνεια του ζαριού που είναι λευκή.



2. Ο **Στέλιος Γεωμετρικούλης** έχει μια στρογγυλή πίτσα και θέλει να την κόψει με 4 ευθείες μαχαιριές. Ποιος είναι ο μικρότερος και ποιος ο μεγαλύτερος αριθμός από κομμάτια που μπορεί να κόψει; Τα κομμάτια δεν είναι απαραίτητο να είναι ίσα μεταξύ τους. Να γίνουν τα αντίστοιχα σχήματα.

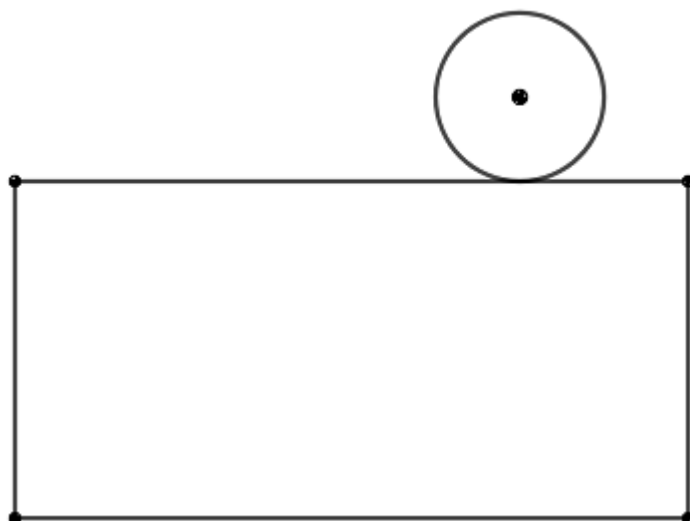
3. Ένα **κέρμα** διαμέτρου 2 cm περιστρέφεται γύρω από ένα ορθογώνιο παραλληλόγραμμο διαστάσεων 4 cm και 8 cm, έτσι ώστε να ακουμπάει κάθε χρονική στιγμή της κίνησής του με το ορθογώνιο, μέχρι να επιστρέψει στην αρχική του θέση.

α) Να ζωγραφίσετε με ένα σκούρο χρώμα την επιφάνεια που σχηματίζεται κατά την παραπάνω διαδρομή του κέρματος.

β) Να υπολογίσετε το εμβαδόν και την περίμετρο της σκουρόχρωμης αυτής επιφάνειας.

γ) Να σχεδιάσετε την νοητή γραμμή που διανύει το κέντρο του κέρματος κατά την κίνηση αυτή.

δ) Να υπολογίσετε το εμβαδόν και την περίμετρο της επιφάνειας που περικλείεται από αυτή την νοητή γραμμή της κίνησης του κέντρου του κέρματος.



Επειδή η ψυχή των Μαθηματικών είναι τα προβλήματα.

Μια απόπειρα καλλιέργειας της δημιουργικής σκέψης στα Μαθηματικά. www.facebook.com/parmenides51

λύνω προβλήματα και περνάω όμορφα

στην Α' Γυμνασίου 10^η εβδομάδα: 14/2-20/2/2022

επιμέλεια: Χρονόπουλος Τάκης

parmenides51@gmail.com

1. Ο **Βασίλης Εξυπνούλης**, έχει ένα ενυδρείο με 17 σαύρες. Σε μια μέρα, μπορεί είτε να αφαιρέσει 5 σαύρες είτε να προσθέτει 2 σαύρες. Ποιος είναι ο μικρότερος αριθμός ημερών που χρειάζεται, για να ξεφορτωθεί όλες τις σαύρες από το ενυδρείο;



2. Σε ένα τμήμα 24 ατόμων μιας **σχολής χορού**, τα 20 άτομα προτιμάνε latin και τα 15 άτομα είναι άντρες.

α) Να εξηγήσετε γιατί υπάρχουν άντρες που προτιμούν latin στο τμήμα.

β) Ποιος είναι ο μικρότερος αριθμός αντρών που προτιμούν latin στο τμήμα;

γ) Ποιος είναι ο μεγαλύτερος αριθμός αντρών που προτιμούν latin στο τμήμα;

3. Τρεις **ληστές**, λεηλάτησαν ένα καραβάνι και πήραν ένα σεντούκι γεμάτο νομίσματα. Κατά την διάρκεια της νύχτας, ο πρώτος ληστής ξύπνησε, χώρισε τα νομίσματα σε 3 ίσες στοίβες, και του περίσσεψε ένα νόμισμα. Το πέταξε στον ωκεανό, πήρε την μια στοίβα για το εαυτό του, ένωσε τις άλλες 2 στοίβες κι έπεσε για ύπνο. Ο δεύτερος ληστής ξύπνησε μια ώρα μετά, χώρισε τα νομίσματα που είχαν μείνει σε 3 ίσες στοίβες, και του περίσσεψε ένα νόμισμα. Το πέταξε στον ωκεανό, πήρε την μια στοίβα για το εαυτό του, ένωσε τις άλλες 2 στοίβες κι έπεσε για ύπνο. Ο τρίτος ληστής ξύπνησε μια ώρα μετά, χώρισε τα νομίσματα που είχαν μείνει σε 3 ίσες στοίβες, και του περίσσεψε ένα νόμισμα.

Το πέταξε στον ωκεανό, πήρε την μια στοίβα για το εαυτό του, ένωσε τις άλλες 2 στοίβες κι έπεσε για ύπνο. Το επόμενο πρωί, οι τρεις ληστές, συγκεντρώθηκαν για να μοιράσουν τα νομίσματα, σε 3 ίσες στοίβες. Παραδόξως, τους περίσσεψε ένα νόμισμα κι αυτήν την φορά. Ποιος είναι ο μικρότερος αριθμός από νομίσματα που είχε αρχικά το σεντούκι;



Επειδή η ψυχή των Μαθηματικών είναι τα προβλήματα.

Μια απόπειρα καλλιέργειας της δημιουργικής σκέψης στα Μαθηματικά. www.facebook.com/parmenides51

λύνω προβλήματα και περνάω όμορφα σκέφτομαι έξυπνα στην Α' Γυμνασίου 11^η εβδομάδα: 21/2-27/2/2022

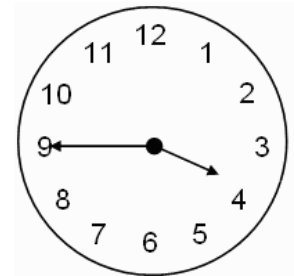
επιμέλεια: Χρονόπουλος Τάκης

parmenides51@gmail.com

1. Να υπολογίσετε την μικρότερη γωνία που σχηματίζει ο ωροδείκτης με τον λεπτοδείκτη στις 3.45 σε ένα αναλογικό ρολόι.

Σημείωση:

Σε κάθε ρολόι, ο ωροδείκτης σε διάστημα μίας ώρας διανύει το $1/12$ ενός κύκλου, ενώ ο λεπτοδείκτης έναν ολόκληρο κύκλο.



2. Τρεις κλέφτες, συνελήφθησαν ως ύποπτοι για την κλοπή του πετραδιού του Αρχιμήδη, ο Αναστάσης, ο Κώστας και ο Δημήτρης. Στην ανάκριση, ο καθένας τους είτε λέει πάντα ψέματα είτε πάντα αλήθεια. Έδωσαν τις εξής απαντήσεις:

(α) Αναστάσης : είμαι αθώος .

(β) Κώστας: ο Δημήτρης το έκλεψε.

(γ) Δημήτρης: είμαι αθώος.

(δ) Κώστας: είμαι ένοχος .

(ε) Αναστάσης: όντως, ο Κώστας είναι ένοχος .

Ποιος είναι ο κλέφτης του πετραδιού του Αρχιμήδη, αν γνωρίζουμε ότι μόνο ένας είναι ένοχος για την κλοπή;



3. Ο **Μιχάλης Μοτιβούλης**, μάζεψε πολλά μήλα από το περιβόλι του και αποφάσισε να φτιάξει με αυτά τριγωνικές πυραμίδες.

Η 1^η πυραμίδα έχει 1 μήλο.

Η 2^η πυραμίδα έχει 2 σειρές, τρία μήλα στην βάση και ένα στην κορυφή, συνολικά έχει $3+1=4$ μήλα.

Η 3^η πυραμίδα έχει 3 σειρές, τις προηγούμενες 2 σειρές και άλλη μια σειρά για βάση, στην οποία κάθε μήλο της 2^{ης} σειράς στηρίζεται σε τρία μήλα της 3^{ης} σειράς, Η 3^η σειρά έχει έξι μήλα. Η 3^η πυραμίδα έχει συνολικά $6+3+1=10$ μήλα (όπως στην εικόνα).

α) Βρείτε πόσα μήλα θα έχει συνολικά η 4^η τριγωνική πυραμίδα με τις 4 σειρές, αν ισχύει η ίδια λογική, δηλαδή κάθε μήλο των 3 πρώτων σειρών της στηρίζεται σε τρία άλλα μήλα.

β) Το ίδιο ερώτημα για την 5^η πυραμίδα.

γ) Το ίδιο ερώτημα για την 6^η πυραμίδα.

δ) Ακολουθώντας κάποιο μοτίβο ή με όποιον άλλο τρόπο μπορείτε, να βρείτε πόσα μήλα περιέχει συνολικά η 12^η πυραμίδα.



Επειδή η ψυχή των Μαθηματικών είναι τα προβλήματα.

Μια απόπειρα καλλιέργειας της δημιουργικής σκέψης στα Μαθηματικά. www.facebook.com/parmenides51

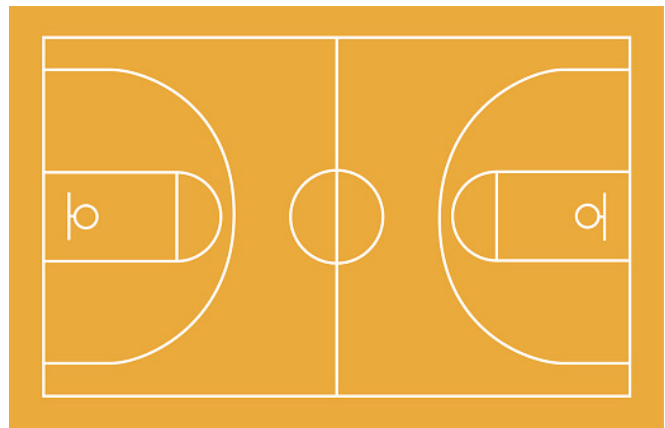
λύνω προβλήματα και περνάω όμορφα σκέφτομαι έξυπνα στην Α' Γυμνασίου 12^η εβδομάδα: 28/2-6/3/2022

επιμέλεια: Χρονόπουλος Τάκης

parmenides51@gmail.com

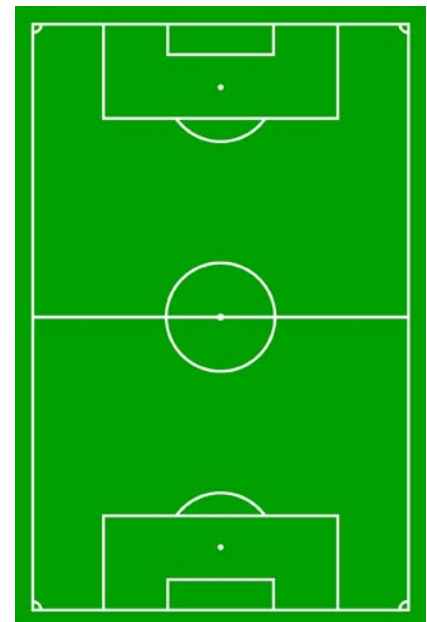
1. Στο μπάσκετ, έχουμε 3 ειδών πόντων: τρίποντο = 3 πόντους, δίποντο = 2 πόντους και βολή = 1 πόντο. Ο παίκτης **Anastasis Tixeroulis** σε έναν αγώνα έβαλε συνολικά 29 πόντους. Αν γνωρίζουμε ότι σε όλο το παιχνίδι, έβαλε ένα τουλάχιστον δίποντο και μία τουλάχιστον βολή, ποιος είναι ο μεγαλύτερος αριθμός τριπόντων που πέτυχε όταν:

- α) έβαλε τόσα τρίποντα όσα και δίποντα;
- β) έβαλε διπλάσια τρίποντα από όσες βολές;



2. Στο πρωτάθλημα ποδοσφαίρου, συμμετέχουν 20 ομάδες. Κάθε ομάδα παίζει με τις υπόλοιπες 19, δυο φορές με την καθεμία, μια φορά στην έδρα της και μια φορά στην έδρα του αντιπάλου. Πριν το 2000 περίπου, για την νίκη μια ομάδα έπαιρνε 2 πόντους, 1 για την ισοπαλία και 0 για την ήττα. Τώρα για την νίκη παίρνει μια ομάδα 3 πόντους, 1 για την ισοπαλία και 0 για την ήττα.

- α) Ποια η μεγαλύτερη και ποια η μικρότερη βαθμολογία που θα μπορούσε να έχει μια ομάδα που τερμάτιζε αήττητη:
 - i) πριν το 2000;
 - ii) τώρα;
- β) Αν μια ομάδα είχε στο τέλος του πρωταθλήματος 41 βαθμούς, ποιος είναι ο μικρότερος και ο ποιος ο μεγαλύτερος αριθμός νικών που θα μπορούσε να έχει:
 - i) πριν το 2000;
 - ii) τώρα;
- γ) Να αιτιολογήσετε γιατί, ούτε πριν το 2000, αλλά ούτε και τώρα, δεν γίνεται ομάδα να έχει στο τέλος του πρωταθλήματος 41 βαθμούς, δίχως να έχει φέρει καμία ισοπαλία.



3. Ο **Δημήτρης Αριθμητικούλης** γράφει στη σειρά όλους τους φυσικούς αριθμούς δηλαδή 0123456789101112.....

Το 10ο ψηφίο του αριθμού που προκύπτει είναι το 1, το 11ο το 0, το 12ο, 13ο και 14ο είναι πάλι το 1.

- α) Σε ποιες θέσεις θα συναντήσει για πρώτη φορά δυο συνεχόμενα εννιάρια;
- β) Ποιο ψηφίο βρίσκεται στην θέση 365;

Επειδή η ψυχή των Μαθηματικών είναι τα προβλήματα.

Μια απόπειρα καλλιέργειας της δημιουργικής σκέψης στα Μαθηματικά. www.facebook.com/parmenides51

λύνω προβλήματα και περνάω όμορφα σκέφτομαι έξυπνα στην Α' Γυμνασίου 13^η εβδομάδα: 7/3-13/3/2022 (2^η εκδ)

επιμέλεια: Χρονόπουλος Τάκης

parmenides51@gmail.com

1. Έχουμε πετρέλαιο σε ένα κουβά 12 λίτρων.

Με ποιο τρόπο μπορούμε να χωρίσουμε την ποσότητα αυτή σε δυο ίσα μέρη χρησιμοποιώντας μόνο δυο κουβάδες 5 και 8 λίτρων (μαζί με τον κουβά των 12 λίτρων);



*2. Σε μια πολυκατοικία 100 ορόφων, υπάρχει ένα παράξενο ασανσέρ με μόνο δυο ειδικά κουμπιά, το **ΠΑΝΩ** και το **ΚΑΤΩ**. Το **ΠΑΝΩ** σε ανεβάζει 13 ορόφους πάνω από τον όροφο που είσαι, ενώ το **ΚΑΤΩ** σε κατεβάζει 8 ορόφους από τον όροφο που είσαι. Μπορεί κάποιος χρησιμοποιώντας αυτό το παράξενο ασανσέρ, να μεταβεί από τον 13ο όροφο στον 8ο όροφο;



3. Οι υποδιαίρεσεις του ενός ευρώ σε κέρματα είναι το μονόλεπτο, το δίλεπτο, το πεντάλεπτο, το δεκάλεπτο, το εικοσάλεπτο και το πενήντάλεπτο. Ποιος είναι το μεγαλύτερο ποσό χρημάτων σε κέρματα των υποδιαίρεσεων του ενός ευρώ που μπορεί να έχει κάποιος, ώστε οποιοδήποτε άθροισμα και να σχηματίσει με αυτά, να μην βγαίνει ακριβώς ένα ευρώ.
Να εξηγήσετε πόσα κέρματα θα έχει από το κάθε είδος και γιατί αυτό είναι το μεγαλύτερο δυνατό.



* Έγινε μια διόρθωση στο θέμα 2 στην 2^η έκδοση των θεμάτων, και οι 120 όροφοι έγιναν 100 .

Επειδή η ψυχή των Μαθηματικών είναι τα προβλήματα.

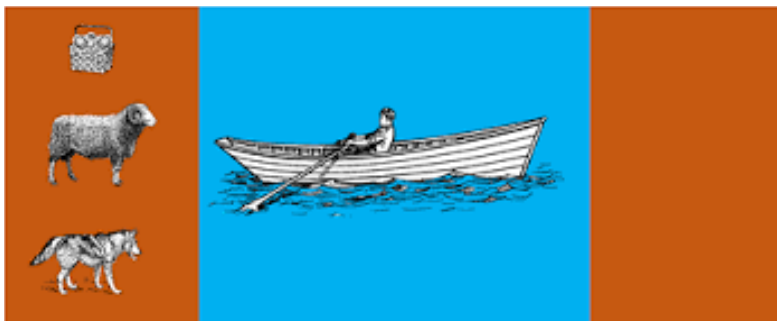
Μια απόπειρα καλλιέργειας της δημιουργικής σκέψης στα Μαθηματικά. www.facebook.com/parmenides51

λύνω προβλήματα και περνάω όμορφα σκέφτομαι έξυπνα στην Α' Γυμνασίου 14^η εβδομάδα: 14/3-20/3/2022

επιμέλεια: Χρονόπουλος Τάκης

parmenides51@gmail.com

1. Ένας βαρκάρης πρέπει να μεταφέρει στην απέναντι όχθη του ποταμιού έναν λύκο, ένα πρόβατο και ένα δεμάτι άχυρα. Η βάρκα χωράει μόνον τον βαρκάρη και ένα μόνο από τα τρία αντικείμενα. Ο βαρκάρης δεν πρέπει να αφήσει μόνους το λύκο με το πρόβατο ή το πρόβατο με το άχυρο, για προφανείς λόγους. Με βάση τους παραπάνω περιορισμούς, τι πρέπει να κάνει ο βαρκάρης ώστε να μεταφέρει στην απέναντι όχθη τον λύκο, το πρόβατο και το άχυρο;



2. Μια οικογένεια πρέπει να περάσει μια παλιά Ινδιάνικη γέφυρα στο Far West πάνω από το άγριο φαράγγι του Devil River. Νύχτωσε όμως και έχουν μόνο έναν φακό μαζί τους. Η γέφυρα αντέχει το πολύ 2 άτομα και ο φακός είναι απαραίτητος. Αν ο γιος περάσει την γέφυρα μόνος του θέλει 1 λεπτό, ο πατέρας μόνος του θέλει 2 λεπτά, η μητέρα 4 και η μικρή κόρη 8. Όταν περνάνε την γέφυρα 2 άτομα, χρειάζεται τον χρόνο του πιο αργού από τους δυο. Πως μπορεί να περάσει η οικογένεια την γέφυρα αυτή μέσα σε 15 λεπτά, για να μην τους φτάσουν δυο ληστές που τους ακολουθούν;



3. α) Έχουμε 6 λίρες που στην εμφάνιση είναι ολόιδιες. Μια όμως από αυτές είναι κάλπικη και επομένως είναι ελαφρύτερη. Πως θα βρούμε την κάλπικη λίρα με 2 μόνο ζυγίσσεις, αν διαθέτουμε έναν ζυγό (όχι ζυγαριά);

β) Έχουμε 18 λίρες που στην εμφάνιση είναι ολόιδιες. Μια όμως από αυτές είναι κάλπικη και επομένως είναι ελαφρύτερη. Πως θα βρούμε την κάλπικη λίρα με 3 μόνο ζυγίσσεις, αν διαθέτουμε έναν ζυγό (όχι ζυγαριά);



Επειδή η ψυχή των Μαθηματικών είναι τα προβλήματα.

Μια απόπειρα καλλιέργειας της δημιουργικής σκέψης στα Μαθηματικά. www.facebook.com/parmenides51

λύνω προβλήματα και περνάω όμορφα σκέφτομαι έξυπνα στην Α' Γυμνασίου 15^η εβδομάδα: 21/3-27/3/2022

επιμέλεια: Χρονόπουλος Τάκης

parmenides51@gmail.com

1. Ο **Αναστάσης** κάλεσε τον **Δημήτρη** και τον **Κώστα** να μαζευτούν ένα βράδυ για πίτσες στο σπίτι του. Ο Δημήτρης έφερε 3 πίτσες, ο Κώστας έφερε 5 πίτσες και ο Αναστάσης που δεν αγόρασε πίτσες, τους έδωσε 8 ευρώ. Όλες οι πίτσες κοστίζουν την ίδια τιμή. Πως πρέπει να μοιραστούν τα 8 ευρώ του Αναστάση ο Δημήτρης με τον Κώστα;



2. α) Έχουμε ένα φυτίλι που καίγεται σε μια ώρα ανομοιόμορφα (δηλαδή με διαφορετική ταχύτητα κάθε μέρος του). Πώς μπορούμε να μετρήσουμε χρόνο 30 λεπτών με το φυτίλι αυτό και έναν αναπτήρα μόνο;

β) Έχουμε δυο φυτίλια που καίγονται σε μια ώρα το καθένα, διαφορετικού μήκους και ανομοιόμορφα. Πώς μπορούμε να μετρήσουμε χρόνο 45 λεπτών με τα φυτίλια αυτά και έναν αναπτήρα μόνο;

3. Ο **Αναστάσης Μαθηματικούλης** είχε χρόνια να συναντήσει τον **Βασίλη Εξυπνούλη**.

- Β: Άκουσα ότι έγινες χαζομπαμπάς. Τι έχεις, μικρά ή μεγάλα παιδιά;
- Α: Έχω 3 κόρες και το γινόμενο των ηλικιών τους είναι 36.
- Β: Δεν μπορώ να το βρω. Μια ζωή, θες να με βασανίζεις.
- Α: Το άθροισμα των ηλικιών τους, είναι ο αριθμός της απέναντι πολυκατοικίας.
- Β: Ούτε τώρα μπορώ. Μια ζωή πειραχτήρι, σε θυμάμαι.
- Α: Η μεγαλύτερη κόρη μου έχει πράσινα μάτια.
- Β: Χαχα, τώρα το βρήκα! Κάτι πιο δύσκολο δεν έχεις;

Πόσο χρονών είναι οι κόρες του?

Επειδή η ψυχή των Μαθηματικών είναι τα προβλήματα.

Μια απόπειρα καλλιέργειας της δημιουργικής σκέψης στα Μαθηματικά. www.facebook.com/parmenides51

λύνω προβλήματα και περνάω όμορφα σκέφτομαι έξυπνα στην Α' Γυμνασίου 16^η εβδομάδα: 28/3-3/4/2022

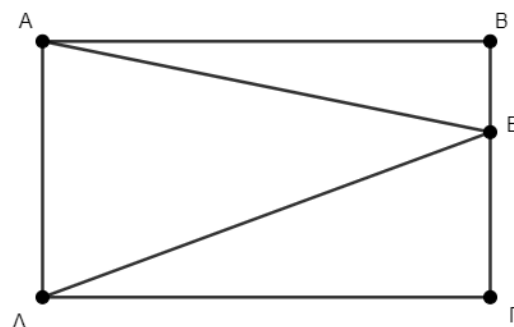
επιμέλεια: Χρονόπουλος Τάκης

parmenides51@gmail.com

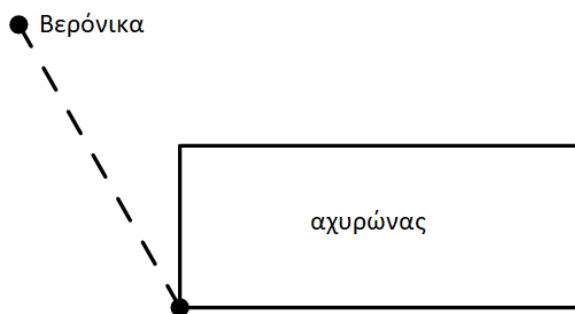
1. Η περιεκτικότητα σε νερό ενός τόνου καρπουζιών είναι 99 %. Κατά την μεταφορά τους λόγω της ζέστης, η περιεκτικότητα σε νερό μειώνεται σε 98 %. Πόσο είναι τώρα το νέο βάρος των καρπουζιών;



2. Δίνεται το ορθογώνιο ΑΒΓΔ με Ε σημείο του ΒΓ, έτσι ώστε το τρίγωνο ΑΕΔ να έχει εμβαδόν 28 τ.μ και το τρίγωνο ΓΕΔ να έχει εμβαδόν 18 τ.μ. Χρησιμοποιώντας **υποχρεωτικά** την πρόταση **ότι η διαγώνιος ενός ορθογωνίου το χωρίζει σε 2 ισεμβαδικά σχήματα**, να υπολογιστεί το εμβαδόν του τριγώνου ΑΒΕ.



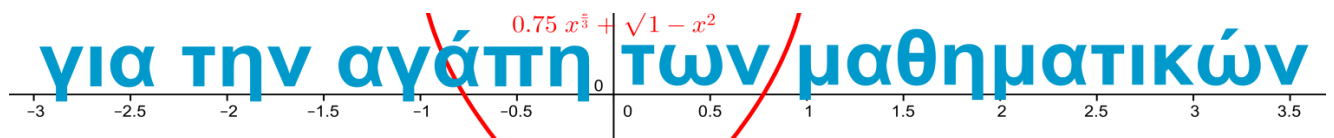
3. Η Βερόνικα η αγελάδα είναι δεμένη με σχοινί στη γωνία του ορθογώνιου αχυρώνα του Άρτσι, που έχει μήκος 10 μέτρα και πλάτος 4 μέτρα. Ο Άρτσι την αφήνει να βοσκήσει σε όλη την περιοχή που μπορεί να καλύψει. Το σχοινί έχει μήκος 8 μέτρα και η Βερόνικα, μπορεί να βοσκήσει οπουδήποτε γύρω από τον αχυρώνα, ως εκεί που φτάνει το σχοινί της. Αντιγράψτε το σχήμα σε κλίμακα 1:100, ώστε δηλαδή το 1 cm του δικού σας σχήματος να αντιστοιχεί σε 100 cm = 1 m της πραγματικής ζωής. Γραμμοσκιάστε την συνολική επιφάνεια που καλύπτει η Βερόνικα καθώς βόσκει και υπολογίστε το εμβαδόν της επιφάνειας αυτής.



Σημείωση: Τα παραπάνω σχήματα δεν είναι σε κλίμακα.

Επειδή η ψυχή των Μαθηματικών είναι τα προβλήματα.

Μια απόπειρα καλλιέργειας της δημιουργικής σκέψης στα Μαθηματικά. www.facebook.com/parmenides51



**προβλήματα μαθηματικών διαγωνισμών
στην Α' Γυμνασίου**

από τοπικούς διαγωνισμούς
παραρτημάτων της Ελληνικής μαθηματικής Εταιρείας

επιμέλεια: Χρονόπουλος Τάκης

parmenides51@gmail.com

ΟΜΟΡΦΗ ΕΙΝΑΙ Η ΜΕΡΑ
ΠΟΥ ΕΧΟΥΜΕ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΔΕΝ ΕΙΝΑΙ ΟΜΟΡΦΗ Η ΜΕΡΑ
ΠΟΥ ΔΕΝ ΕΧΟΥΜΕ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

Επειδή η ψυχή των Μαθηματικών είναι τα προβλήματα.
Μια απόπειρα καλλιέργειας της δημιουργικής σκέψης στα Μαθηματικά.

Μάρτιος 2018

(διορθώσεις σε 3, 8 στις 12/11/2024)

1. Ο Mr.Math βρίσκεται σε ένα κινηματογράφο όπου όλες οι σειρές έχουν ακριβώς τον ίδιο αριθμό καθισμάτων. Παρατήρησε ότι μπροστά του βρισκόταν 12 καθίσματα πίσω του 8 , αριστερά 6 και δεξιά 8. Να υπολογίσετε πόσα καθίσματα είχε ο κινηματογράφος.
2. Η Αθηνά και ο Βασίλης περιμένουν στη σειρά. Είναι 7 άνθρωποι πίσω από την Αθηνά η οποία βρίσκεται 3 θέσεις μπροστά από τον Βασίλη. Αν μπροστά από τον Βασίλη βρίσκονται 6 άνθρωποι, πόσοι άνθρωποι συνολικά βρίσκονται στη σειρά;
3. Υπάρχει σε μια όχθη ενός ποταμού μια βάρκα που σηκώνει 100 κιλά και όχι παραπάνω. Ένας πατέρας που ζυγίζει 100 κιλά θέλει να περάσει απέναντι με τους 2 γιους του που ζυγίζει ο καθένας 50 κιλά . Πως θα περάσουν απέναντι;
4. Μια σαρανταποδαρούσα φοράει σε μερικά πόδια παπούτσια. Σήμερα τις χάρισαν άλλα 9 καινούργια ζευγάρια παπούτσια. Τα φόρεσε κι αυτά και τώρα μόνο σε 4 πόδια δεν φοράει παπούτσια. Σε πόσα πόδια φορούσε παπούτσια, πριν της χαρίσουν τα καινούργια παπούτσια;
5. Ο Κώστας είχε μερικά χρυσά νομίσματα και αποφάσισε μια Κυριακή να τα ξοδέψει με τον εξής τρόπο:
Κάθε Δευτέρα θα τα διπλασίαζε και κάθε Παρασκευή θα ξόδευε 32.
Αν το Σάββατο της 4ης εβδομάδας δεν του είχε απομείνει κανένα νόμισμα, πόσα νομίσματα είχε στην αρχή ;
6. Στα γραφεία της Ελληνικής Μαθηματικής Εταιρείας της Ημαθίας που βρίσκονται στην οδό Ολγάνου 19 στη Μπαρμπούτα της Βέροιας, υπάρχουν 5 λάμπες φωτισμού και 5 διακόπτες, ένας για κάθε λάμπα. Με ένα πάτημα του διακόπτη ανάβει η λάμπα και με ένα ακόμη πάτημα σβήνει. Το έτος 2008 έγιναν 2009 πατήματα διακοπών.
Αν αρχικά όλες οι λάμπες ήταν σβησμένες και μετά από τα 2009 πατήματα οι 4 λάμπες είναι αναμμένες, να βρείτε αν η 5η λάμπα είναι αναμμένη ή σβησμένη αιτιολογώντας το συμπέρασμά σας.
7. Έχουμε μια ζυγαριά ακριβείας με δύο δίσκους και απεριόριστο αριθμό από σταθμά (δηλαδή βάρη) των 9, των 15 και των 21 γραμμαρίων. Μπορούμε να ζυγίσουμε διάφορα βάρη τοποθετώντας σταθμά ή στον έναν ή και στους δύο δίσκους της ζυγαριάς. Π.χ. μπορούμε να ζυγίσουμε βάρος 33 γραμμαρίων, αν θέσουμε στον ένα δίσκο δύο βάρη των 21 γραμμαρίων και στον άλλο δίσκο ένα βάρος των 9 γραμμαρίων. ($21 + 21 = 9 + 33$)
α) Πως μπορούμε να ζυγίσουμε βάρος 6 γραμμαρίων;
β) Πως μπορούμε να ζυγίσουμε βάρος 12 γραμμαρίων;
γ) Πως μπορούμε να ζυγίσουμε βάρος 3 γραμμαρίων;
δ) Τι κοινό έχουν όλα τα βάρη που μπορούμε να ζυγίσουμε; (3, 6, 9, 12, 15 κ.λπ)
ε) Εξηγήστε γιατί δεν μπορούμε να ζυγίσουμε ούτε βάρος 2008 γραμμαρίων ούτε βάρος 2009 γραμμαρίων με τα σταθμά που διαθέτουμε.
8. Στην αυλή ενός σχολείου πρόκειται να δημιουργηθεί ένα ψηφιδωτό με άσπρες και μαύρες ψηφίδες. Ο τεχνίτης ζήτησε από τους μαθητές να τον βοηθήσουν φτιάχνοντας μικρούς σωρούς με τον παρακάτω τρόπο:
1ος σωρός: 2 άσπρες και 3 μαύρες ψηφίδες
2ος σωρός: 4 άσπρες και 6 μαύρες ψηφίδες.
3ος σωρός: 6 άσπρες και 9 μαύρες ψηφίδες.
4ος σωρός: ... άσπρες και ... μαύρες ψηφίδες.
..... Κ.Ο.Κ.
α) Μπορεί κάποιος σωρός να έχει συνολικά 197 ψηφίδες; Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.
β) Κάποιος σωρός έχει συνολικά 100 ψηφίδες. Να βρείτε πόσες από αυτές είναι άσπρες και πόσες μαύρες;

γ) Ποιος είναι ο σωρός που έχει 100 ψηφίδες;

δ) Πόσες άσπρες και πόσες μαύρες ψηφίδες θα έχει ο επόμενος σωρός από αυτόν που έχει 100 ψηφίδες;

9. Ο Παύλος, ο Τηλέμαχος, η Κλεοπάτρα, η Σοφία και ο Βασίλης κάθονται στις καρέκλες 1,2,3,4 και 5 αντίστοιχα και παίζουν το εξής παιχνίδι: Ένας από αυτούς λέει έναν αριθμό, που είναι πολλαπλάσιο του 5 και μεγαλύτερος από 0. Κάθε επόμενος λέει τον αριθμό που είπε ο προηγούμενος του μειωμένο κατά 5. Το παιχνίδι κερδίζει αυτός που θα πει τον αριθμό 0. Για παράδειγμα, ο Παύλος λέει 35, οπότε ο Τηλέμαχος λέει 30, η Κλεοπάτρα 25 κτλ.

α) Αν το παιχνίδι ξεκινήσει ο Τηλέμαχος λέγοντας τον αριθμό 55, ποιος θα κερδίσει;

β) Αν τον αριθμό 55 τον έλεγε η Κλεοπάτρα, ποιος θα κέρδιζε;

γ) Τι αριθμό πρέπει να πει κάποιος ώστε να κερδίσει ο ίδιος;

Να αιτιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

10. Ο Στράτος και ο Άρης μάζευαν καρύδια κάθε μέρα για 5 συνεχόμενες μέρες, αρχίζοντας από μία Δευτέρα.

Την Δευτέρα αυτή μάζεψαν τον ίδιο αριθμό από καρύδια. Κάθε επόμενη μέρα Στράτος μάζευε 13 καρύδια περισσότερα από αυτά που είχε μαζέψει την προηγούμενη, ενώ ο Άρης μάζευε για τις 4 πρώτες μέρες τον ίδιο αριθμό καρυδιών με τη Δευτέρα αλλά βλέποντας ότι υπολείπεται του Στράτου την 5η μέρα μάζεψε 11 φορές τα καρύδια που είχε μαζέψει τη Δευτέρα. Στο τέλος της 5ης μέρας είχαν μαζέψει συνολικά τον ίδιο αριθμό από καρύδια.

Πόσα καρύδια μάζεψε ο καθένας την Δευτέρα;

11. Μία σκάλα έχει 5 σκαλοπάτια.

Ανεβαίνουμε και κατεβαίνουμε τη σκάλα πατώντας μία φορά σε κάθε σκαλοπάτι (χωρίς να πατάμε στο έδαφος), μετρώντας 1 για το 1^ο σκαλοπάτι, 2 για το 2^ο, κ.λ.π. μέχρι το 5 για το 5^ο. Στο έκτο βήμα, αρχίζουμε και κατεβαίνουμε μετρώντας 6 για το 4^ο σκαλοπάτι, 7 για το 3^ο, κ.λ.π.

Όταν μετρήσουμε μέχρι το 1000 σε ποιο σκαλοπάτι θα βρισκόμαστε;

12. Τρεις Μαθηματικοί (ο Α, ο Β και ο Γ) παίζουν ένα παιχνίδι μαθηματικών γνώσεων με την εξής συμφωνία:

Θα ξεκινήσει ο καθένας με ένα τυχαίο ποσό χρημάτων, όχι υποχρεωτικά ίδιο με το ποσό των άλλων. Όμως κάθε φορά, εκείνος που θα χάνει, θα διπλασιάζει τα χρήματα που έχουν μπροστά τους οι άλλοι δύο (δίνοντας από τα δικά του χρήματα). Παίχτηκαν τρία παιχνίδια. Πρώτος έχασε ο Α, δεύτερος ο Β και τρίτος ο Γ. Στο τέλος βρέθηκαν όλοι να έχουν από 24 ευρώ.

Πόσα χρήματα είχε ο καθένας στην αρχή του παιχνιδιού;

13. α) Τρεις φίλοι, ένας Σερραίος, ένας Δραμινός και ένας Ξανθιώτης βρίσκονται στον σταθμό των τρένων στην Θεσσαλονίκη. Ο ένας φοράει κόκκινα ρούχα, ο άλλος πράσινα και ο άλλος μαύρα. Λέει κάποια στιγμή ο Ξανθιώτης:

- «Φίλοι μου, απ' ότι βλέπω σήμερα κανένας μας δεν φοράει τα χρώματα της ποδοσφαιρικής ομάδας του»

- «Πράγματι, έχεις δίκιο» απαντά αυτός που φορούσε κόκκινα.

Τι χρώμα ρούχα φορούσε ο καθένας;

(Θεωρήστε ότι η ποδοσφαιρική ομάδα των Σερρών φοράει κόκκινα ρούχα, της Δράμας μαύρα και της Ξάνθης πράσινα)

β) Αφού πήραν το δρομολόγιο του τρένου προς Αλεξανδρούπολη, μέσα στο τρένο βρίσκουν και έναν Κομοτηναίο. Τελικά κανείς δεν κατεβαίνει στο σταθμό της πόλης που κατάγεται. Αν ο Δραμινός κατέβηκε στην Ξάνθη και ο Σερραίος δεν κατέβηκε στην Κομοτηνή, να βρείτε που κατέβηκε ο καθένας.

πηγές

1. (ΕΜΕ Ημαθίας: Υπατία 2009)
2. (ΕΜΕ Ημαθίας: Καραθεοδωρή 2009)
3. (ΕΜΕ Ροδόπης: Θαλής 2011)
4. (ΕΜΕ Δωδεκανήσου: Ίππαρχος 2014)
5. (ΕΜΕ Ημαθίας: Καραθεοδωρή 2010)
6. (ΕΜΕ Ημαθίας: Υπατία 2008)
7. (ΕΜΕ Ημαθίας: Καραθεοδωρή 2009)
8. (ΕΜΕ Δωδεκανήσου: Εύδημος 2014)
9. (ΕΜΕ Ροδόπης: Καραθεοδωρή 2015)
10. (ΕΜΕ Βοιωτίας: Σταμάτης Ι 2013)
11. (ΕΜΕ Ηρακλείου: Επιμενίδης 2013)
12. (ΕΜΕ Σερρών: Διόφαντος Β' 2017)
13. (ΕΜΕ Σερρών: Διόφαντος Α' 2017)

Νοέμβριος 2024

14. Ένας βαρκάρης πρέπει να μεταφέρει στην απέναντι όχθη του ποταμιού έναν λύκο, ένα πρόβατο και ένα δεμάτι άχυρα. Η βάρκα χωράει μόνον τον βαρκάρη και ένα μόνο από τα τρία ‘αντικείμενα’. Ο βαρκάρης δεν πρέπει να αφήσει μόνους το λύκο με το πρόβατο ή το πρόβατο με το άχυρο, για προφανείς λόγους. Με βάση τους παραπάνω περιορισμούς, τι πρέπει να κάνει ο βαρκάρης ώστε να μεταφέρει στην απέναντι όχθη τον λύκο, το πρόβατο και το άχυρο;

15. Μία τάξη έχει ίσο αριθμό αγοριών και κοριτσιών. Εννέα από τα κορίτσια φεύγουν από την τάξη για να πάνε στην πρόβα της χορωδίας του σχολείου. Τότε, ο αριθμός των αγοριών στην τάξη είναι διπλάσιος από τον αριθμό των κοριτσιών που απομένουν. Πόσα παιδιά είχε η τάξη, προτού φύγουν τα εννιά κορίτσια;

16. Για κάθε διαγώνισμα που παίρνει άριστα ο Νίκος, ο πατέρας του του δίνει 52 ευρώ, αλλά για κάθε διαγώνισμα που δεν παίρνει άριστα, επιστρέφει ο Νίκος στο πατέρα του 13 ευρώ. Μετά από 30 διαγωνίσματα ο Νίκος δεν έχει ούτε ένα ευρώ. Σε πόσα διαγωνίσματα πήρε άριστα;

17. Τρία άτομα μοιράστηκαν τα μήλα ενός καλάθιού ως εξής:

- Ο 1ος πήρε τα μισά μήλα από το καλάθι συν ένα μήλο.
- Ο 2ος πήρε τα μισά από τα υπόλοιπα μήλα του καλάθιού συν ένα μήλο.
- Ο 3ος πήρε τα μισά από τα μήλα που έμειναν και ακόμη 5 μήλα, οπότε άδειασε το καλάθι.

Πόσα μήλα είχε αρχικά το καλάθι;

Δικαιολογήστε αναλυτικά την απάντησή σας

18. Έχουμε τέσσερις χρυσές μπάλες που ζυγίζουν 10, 20, 20, 40 γραμμάρια αντίστοιχα η κάθε μία. Επίσης, έχουμε μία ζυγαριά με ένα δίσκο που δείχνει το βάρος που ζυγίζουμε σε γραμμάρια. Θέλουμε να ανακαλύψουμε τη μπάλα των 40 γραμμαρίων με τα λιγότερα ζυγίσματα. Πώς θα το πετύχουμε αυτό, ακόμα και αν δεν είμαστε τυχεροί;

19. Έχουμε 7 όμοιες μπάλες, αλλά η μία είναι βαρύτερη από τις υπόλοιπες 6. Μπορούμε με δύο ζυγίσματα σε ζυγαριά που έχει δύο δίσκους να βρούμε την βαρύτερη μπάλα, ακόμα και αν δεν είμαστε τυχεροί; Αν δεν μπορείτε με 2 ζυγίσματα, να εξηγήσετε με πόσα ζυγίσματα θα βρείτε την βαρύτερη μπάλα;

20. Δυο Άραβες, που ταξίδευαν στην έρημο, είχαν μαζί τους, ο ένας 3 πίτες και ο δεύτερος 5 πίτες. Στο δρόμο συνάντησαν έναν πλούσιο αλλά πεινασμένο ταξιδιώτη. Μοίρασαν λοιπόν τις 8 πίτες σε τρία ίσα μερίδια και τις έφαγαν. Ο πλούσιος φεύγοντας άφησε 8 λίρες για να πληρώσει τη μερίδα του. Να βρείτε από πόσες λίρες πρέπει να πάρει καθένας από τους Άραβες.

21. Ο Ανδρέας, ο Δήμος, η Κική, η Μαρία και ο Σάββας επιβίβαστηκαν σε ένα μικρό τρένο που έχει πέντε βαγόνια που κάθονται ένα άτομο στο καθένα. Η Μαρία κάθισε στο τελευταίο βαγόνι. Ο Ανδρέας κάθισε ακριβώς πίσω από τον Σάββα. Ο Δήμος κάθισε σε ένα από τα βαγόνια μπροστά από τον Ανδρέα. Τουλάχιστον ένα άτομο κάθισε ανάμεσα στην Κική και τον Δήμο. Ποιος κάθισε στο μεσαίο βαγόνι;

22. Ο Γιώργος έδωσε το $\frac{1}{2}$ από τις καραμέλες του στη Δήμητρα. Η Δήμητρα έφαγε το $\frac{1}{2}$ από αυτές και έδωσε τις υπόλοιπες στη Μαρία. Η Μαρία έφαγε τις 8 καραμέλες από αυτές που της έδωσε η Δήμητρα και έδωσε τις υπόλοιπες 10 στο Γιάννη. Πόσες καραμέλες είχε αρχικά ο Γιώργος;

23. Ένα κουνέλι τρώει λάχανα, καρότα αλλά και χόρτα. Σε μια ημέρα τρώει είτε 4 καρότα και 1 λάχανο, είτε 9 καρότα, είτε 2 λάχανα. Ορισμένες ημέρες τρώει μόνο χόρτα. Σε 10 ημέρες έφαγε συνολικά 30 καρότα και 9 λάχανα. Πόσες από αυτές τις ημέρες έφαγε μόνο χόρτα;

24. Στην Αλεξάνδρεια, τρεις γυναίκες, η Δελφίς, η Ίρις και η Νεφέλη, ανακρίνονται ως ύποπτες για κλοπή ενός παπύρου του Ερατοσθένη. Είναι γνωστό ότι κάθε γυναίκα είτε λέει πάντα την αλήθεια είτε λέει πάντα ψέματα.

Στις απολογίες τους είπαν:

(α) Δελφίς: Είμαι αθώα.

(β) Ίρις: Η Νεφέλη έκλεψε τον πάπυρο.

(γ) Νεφέλη: Είμαι αθώα.

(δ) Ίρις: Είμαι ένοχη.

(ε) Δελφίς: Ναι, η Ίρις είναι όντως ένοχη. Αν ακριβώς μία από τις Δελφίς, Ίρις και Νεφέλη έκανε την κλοπή, ποια είναι η ένοχη;

25. Μία ομάδα μαθητών μοιράστηκαν μια σακούλα με καραμέλες.

- Την πρώτη μέρα έφαγαν το $1/2$ από τις καραμέλες της σακούλας.
- Τη δεύτερη μέρα έφαγαν τα $2/3$ από τις καραμέλες που έμειναν.
- Την τρίτη μέρα έφαγαν $3/4$ από τις καραμέλες που έμειναν.
- Την τέταρτη μέρα έφαγαν τα $4/5$ από τις καραμέλες που έμειναν.
- Την πέμπτη μέρα έφαγαν τα $5/6$ από τις καραμέλες που έμειναν.

Αν στο τέλος της πέμπτης μέρας έμεινε μόνο 1 καραμέλα, να βρείτε πόσες καραμέλες είχε αρχικά η σακούλα.

26. Μια οικογένεια πρέπει να περάσει μια παλιά Ινδιάνικη γέφυρα στο Far West πάνω από το άγριο φαράγγι του Devil River. Νύχτωσε όμως και έχουν μόνο έναν φακό μαζί τους. Η γέφυρα αντέχει το πολύ 2 άτομα και ο φακός είναι απαραίτητος. Αν ο γιος περάσει την γέφυρα μόνος του θέλει 1 λεπτό, ο πατέρας μόνος του θέλει 2 λεπτά, η μητέρα 4 και η μικρή κόρη 8. Όταν περνάνε την γέφυρα 2 άτομα, χρειάζεται τον χρόνο του πιο αργού από τους δυο. Πως μπορεί να περάσει η οικογένεια την γέφυρα αυτή μέσα σε 15 λεπτά, για να μην τους φτάσουν δυο ληστές που τους ακολουθούν;

27. Μία οικογένεια έχει 5 παιδιά: 2 κορίτσια και 3 αγόρια. Μετά από ένα γιορτινό τραπέζι, ο αρχηγός της οικογένειας αποφασίζει να αποδεσμεύσει σταδιακά τα παιδιά, εκτός από ένα το οποίο θα κρατήσει για λίγο για να βοηθήσει στο πλύσιμο των πιάτων.

Η επιλογή γίνεται με τον παρακάτω τρόπο:

- Επιλέγονται τυχαία τρία από τα πέντε παιδιά και φεύγουν τα δύο από αυτά.
- Αν και τα τρία είναι του ίδιου φύλου, το ένα από αυτά μένει, ενώ αν είναι διαφορετικού φύλου μένει αυτό που έχει διαφορετικό φύλο από τα άλλα δύο.

Τι φύλου θα είναι το "άτυχο" παιδί που θα βοηθήσει στο πλύσιμο των πιάτων;

Πηγές

ΕΜΕ Κεντρικής Μακεδονίας / ΣΤ Δημοτικού

15. 2004 16. 2003 17. 2023 18. 2012 19. 2014 20. 1997

Μαθηματικά Φύσης και Ζωής / ΣΤ Δημοτικού

Παιδαγωγικό Πανεπιστήμιο Δυτ. Μακεδονίας

21. 2023 22. 2019 23. 2015

ΕΜΕ Ημαθίας / Α Γυμνασίου

24. Υπατία 2023 25. Καραθεοδωρή 2024 27. Υπατία 2024

Γενάρης 2025

28. Η μάγισσα που κοιμισε μια πεντάμορφη όρισε ότι για κάθε 5,5 χρόνια ύπνου χρειάζεται ένα φιλί για να ξυπνήσει. Αν της δώσει κανείς λιγότερα φιλιά δεν ξυπνάει. Αν της δώσει περισσότερα μεταμορφώνεται σε τρακτέρ. Πόσα φιλιά πρέπει να δώσει κανείς:

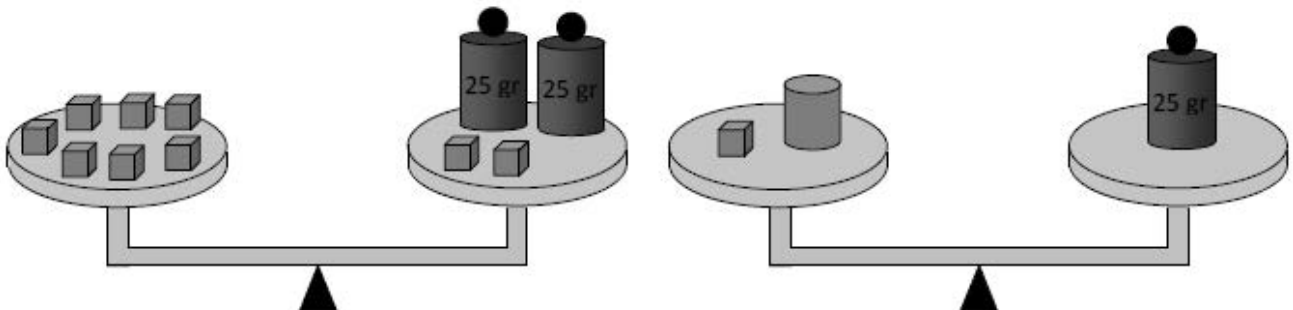
- α) Σε μια πεντάμορφη που έχει κοιμηθεί 44 χρόνια;
- β) Σε μια πεντάμορφη που έχει κοιμηθεί 132 μήνες;
- γ) Αν ο πρίγκιπας έδωσε 100 φιλιά στην πεντάμορφη και αυτή ξύπνησε, πόσα χρόνια ήταν κοιμισμένη;

29. Ο Θανάσης έχει καναρίνια και κλουβιά. Λέει: «Αν βάλω ένα καναρίνι σε κάθε κλουβί, μου περισσεύει ένα καναρίνι. Αν βάλω δύο καναρίνια σε κάθε κλουβί, μου περισσεύει ένα κλουβί». Πόσα καναρίνια και πόσα κλουβιά έχει;

30. Ένα κουτί περιέχει 14 σοκολάτες, 8 σε μορφή σαλιγκαριού, και οι άλλες σε μορφή χελώνας. 7 σοκολάτες είναι μαύρες και οι άλλες είναι λευκές. Έχει ακριβώς 2 χελώνες που δεν είναι μαύρες. Πόσα λευκά σαλιγκάρια υπάρχουν;

31. Ένα ποντίκι βρίσκεται πάνω σε έναν τοίχο ύψους 2 μέτρων και κάτω στο έδαφος, περιμένοντας το, βρίσκεται μια γάτα. Κατά τη διάρκεια της ημέρας το ποντίκι κατεβαίνει μισό μέτρο, αλλά κατά τη διάρκεια της νύχτας ανεβαίνει $\frac{1}{3}$ του μέτρου. Η γάτα δε μετακινείται καθόλου. Σε πόσες ημέρες θα φτάσει το ποντίκι στο έδαφος;

32. Οι ζυγαριές ισορροπούν. Στις ζυγαριές υπάρχουν κύβοι, ένας κύλινδρος και σταθμά. Να βρείτε πόσα γραμμάρια ζυγίζει ο κύλινδρος. Να αιτιολογηθεί η απάντησή σας.

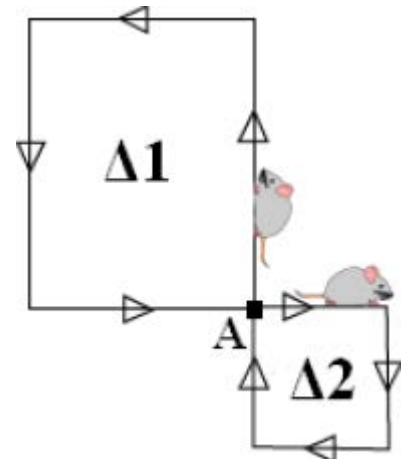


33. Τρία παιδιά Α, Β, Γ ξεκινούν ταυτόχρονα να ανεβαίνουν μια σκάλα, που αποτελείται από 50 σκαλιά, με σταθερή ταχύτητα το καθένα. Όταν το παιδί Β βρίσκεται στο 5ο σκαλί, τότε το παιδί Γ βρίσκεται στο 4ο σκαλί. Όταν το παιδί Α βρίσκεται στο 15ο σκαλί, τότε το παιδί Β βρίσκεται στο 12ο σκαλί. Πού θα βρίσκονται τα παιδιά Β και Γ όταν το παιδί Α βρίσκεται στο 50ο σκαλί;

34. Δύο ποντικάκια, ο Μίκυ και η Μίνι, τρέχουν με την ίδια ταχύτητα σε δύο διαδρομές, το ένα στη Δ1 και το άλλο στη Δ2. Η διαδρομή Δ1 ολοκληρώνεται σε 8 δευτερόλεπτα και η διαδρομή Δ2 ολοκληρώνεται σε 6 δευτερόλεπτα. Τα ποντικάκια ξεκινούν ταυτόχρονα από το σημείο Α. Στο ξεκίνημα ο Μίκυ τρέχει στη διαδρομή Δ1 και η Μίνι στη διαδρομή Δ2 και όποτε συναντιούνται στο Α αλλάζουν διαδρομές.

(I). Αν τρέχουν για 5 λεπτά, πόσες φορές θα συναντηθούν στο σημείο Α ;

(II). Μετά από 9 λεπτά σε ποια διαδρομή θα βρίσκεται ο Μίκυ ;



35. Δύο εργαζόμενοι, ένας νέος και ένας μεσήλικας, περπατούν με σταθερό βήμα, κάθε μέρα την ίδια ακριβώς απόσταση από το σπίτι μέχρι το εργοστάσιο που δουλεύουν. Ο νέος κάνει 20 λεπτά ενώ ο μεσήλικας 30 λεπτά. Αν ο μεσήλικας μια μέρα ξεκινήσει 5 λεπτά νωρίτερα, μετά από πόση ώρα και σε ποιο σημείο της διαδρομής θα τον συναντήσει ο νέος;

36. Τρεις φίλοι ψαράδες, ο Ανδρέας, ο Βασίλης και ο Γιώργος, ετοιμάζουν ένα γεύμα με τα ψάρια που περίσσεψαν στα καΐκια τους.

Ο Ανδρέας συμμετέχει στο γεύμα με 7 ψάρια, ο Βασίλης με 6 και ο Γιώργος με 5. Ένας Ιταλός τουρίστας προτείνει στην παρέα να γευματίσει μαζί τους πληρώνοντας το ποσό που αναλογεί στο φαγητό του. Οι τρεις φίλοι συμφωνούν και χωρίζουν τα ψάρια τους σε τέσσερις ίσες μερίδες, μία για τον καθένα. Μετά το φαγητό ο Ιταλός πληρώνει την μερίδα του και φεύγει. Υποθέτουμε ότι όλα τα ψάρια είχαν την ίδια αξία. Γνωρίζουμε επίσης ότι ο Βασίλης πήρε 6 ευρώ από τα χρήματα του Ιταλού. Να βρείτε πόσα από τα χρήματα του Ιταλού πρέπει να πάρει ο Γιώργος.

37. Δύο βρύσες Α και Β γεμίζουν μαζί μία δεξαμενή σε 3 ώρες. Αν η Α γεμίζει μόνη της την ίδια δεξαμενή σε 5 ώρες, σε πόσες ώρες τη γεμίζει μόνη της η Β; Αν μία τρίτη βρύση Γ έχει το $\frac{1}{3}$ της παροχής της Α, σε πόσες ώρες θα γεμίσουν τη δεξαμενή και οι τρεις βρύσες μαζί;

38. Τέσσερις μαϊμούδες έφαγαν από ένα σορό φυστίκια ως εξής: Η Α μαϊμού ξύπνησε το βράδυ και έφαγε τα μισά. Η Β μαϊμού ξύπνησε μετά την Α και έφαγε το ένα τρίτο αυτών που έμειναν. Η Γ μαϊμού έφαγε μετά την Α και τη Β, το ένα τέταρτο όσων φυστικιών άφησαν. Τέλος, η Δ μαϊμού έφαγε το ένα πέμπτο του σωρού που απέμεινε. Τι μέρος του αρχικού σωρού έχει μείνει το πρωί; Αν αρχικά υπήρχαν 2015 φυστίκια, πόσα έμειναν το πρωί;

39. Σε μια γιορτή, 6 παιδιά έφαγαν το 75% μιας τούρτας σε 9 λεπτά.

α) Πόσα λεπτά θα χρειαστούν ακόμα για να τελειώσουν την τούρτα;

β) Σε μια επόμενη γιορτή, τα παιδιά έχουν αυξηθεί κατά 50% και πρόκειται να φάνε 2 τούρτες (ίδιες με αυτή της προηγούμενης γιορτής). Πόσο χρόνο θα χρειαστούν;

Κάθε παιδί τρώει τούρτα με τον ίδιο ρυθμό κάθε φορά.

Πηγές

ΣΤ Δημοτικού / Μαθηματικά Φύσης και Ζωής /
Παιδαγωγικό Πανεπιστήμιο Δυτ. Μακεδονίας
28. 2005 29. 2009 30. 2012 31. 2016

Α Γυμνασίου

Ιπποκράτης ΕΜΕ Χίου /

32. 2016 33. 2017 34. 2018

Ιππίας ΕΜΕ Αχαΐας / 35. 2018 36. 2019

Επιμενίδης ΕΜΕ Ηρακλείου / 37. 2018

Σταμ. Μπάτσης ΕΜΕ Χανίων / 38. 2015 39. 2023

μ. Θαλής ΕΜΕ Κ. Μακεδονίας / 40. 2020 41. 2021

Κώστας Ζερβός ΕΜΕ Κέρκυρας / 42. 2019

40. Το σιτάρι χάνει με το άλεσμα το 20% του βάρους του και μας δίνει αλεύρι. Το αλεύρι στο ζύμωμα αυξάνει το βάρος του κατά 50%. Το ζυμάρι στο ψήσιμο χάνει το 20% του βάρους του.

α) Με 40 κιλά σιτάρι, πόσα κιλά ψωμί μπορούμε να φτιάξουμε;

β) Για να φτιάξουμε 72 κιλά ψωμί, πόσα κιλά σιτάρι χρειαζόμαστε;

41. Δυο φίλοι ξεκινούν από ένα σημείο μιας κυκλικής πλατείας με αντίθετες κατευθύνσεις. Ο πρώτος ολοκληρώνει τον κύκλο της πλατείας σε 12,5 δευτερόλεπτα και ο δεύτερος σε 50 δευτερόλεπτα. Αν ξεκινήσουν συγχρόνως, σε πόσο χρόνο θα συναντηθούν;

42. Ένας μαθητής παίζει ένα παιχνίδι 20 ερωτήσεων. Για κάθε σωστή απάντηση κερδίζει 2 βαθμούς ενώ για κάθε λανθασμένη, χάνει έναν βαθμό. Αν κέρδισε συνολικά 16 βαθμούς, σε πόσες ερωτήσεις απάντησε σωστά και σε πόσες λανθασμένα;

Φλεβάρης 2025

43. Σε μια σχολική εκδρομή ο Γιάννης είχε μαζί του 7 ίδια χαρτονομίσματα και ο φίλος του ο Κώστας 8 ίδια χαρτονομίσματα με του Γιάννη. Ο φίλος τους ο Νίκος εκείνη την ημέρα ξέχασε τα χρήματά του στο σπίτι, έτσι οι τρεις φίλοι αποφάσισαν να μοιραστούν εξίσου τα χρήματα του Γιάννη και του Κώστα. Αν ο Νίκος επέστρεψε 25€ στους φίλους του, πόσα από αυτά τα χρήματα πήρε ο Γιάννης και πόσα ο Κώστας;

44. Ο Χάρης έλαβε μέρος σε ένα αγώνα δρόμου. Από τα παιδιά τα οποία συμμετείχαν στον αγώνα το 36 % τερμάτισαν πριν από το Χάρη και το 60 % μετά το Χάρη.

α) Πόσα παιδιά συμμετείχαν στον αγώνα;

β) Σε ποια θέση τερμάτισε ο Χάρης;

45. Ένας κτηνοτρόφος όταν ρωτήθηκε πόσα πρόβατα έχει στο κοπάδι του απάντησε ως εξής: «Αν είχα όσα πρόβατα έχω, άλλα τόσα ακόμα, τα μισά από όσα έχω και το ένα τέταρτο απ' όσα έχω θα μου έλειπε ένα πρόβατο για να έχω εκατό πρόβατα». Πόσα πρόβατα έχει ο κτηνοτρόφος μας;

46. Ένας πελάτης μπαίνει μέσα σε ένα κατάστημα για να πάρει ένα τετράδιο αξίας 5 ευρώ δίνοντας ένα χαρτονομίσμα των 20 ευρώ. Ο ταμίας δεν έχει ρέστα και ζητά από τον φίλο του τον Παντελή στο διπλανό κατάστημα «να χαλάσει» το χαρτονομίσμα που πήρε από τον πελάτη. Δίνει στο πελάτη το τετράδιο και 15 ευρώ ρέστα. Σε λίγο εμφανίζεται στον ταμία ο Παντελής και διαμαρτύρεται ότι το εικοσάρικο του πελάτη ήταν πλαστό. Ο ταμίας, ως οφείλει, δίνει στον Παντελή ένα κανονικό χαρτονομίσμα των 20 ευρώ. Πόση είναι η ζημιά στο κατάστημα από αυτή τη συναλλαγή;

47. Σε μια εκδρομή πήγαν συνολικά 126 άτομα (αγόρια, κορίτσια και γονείς). Αν τα αγόρια είναι διπλάσια από τα κορίτσια και οι γονείς οι μισοί από τα κορίτσια, πόσα αγόρια πήγαν στην εκδρομή;

48. Ο Κώστας είναι 10 χρόνια μεγαλύτερος από τον Ανδρέα. Ο Βασίλης έχει διπλάσια ηλικία από τον Κώστα, ενώ ο Ανδρέας είναι 30 χρόνια μικρότερος από τον Βασίλη. Ποια ηλικία έχει ο καθένας;

49. Η Μαρία διαθέτει μια ζυγαριά και ένα ποτήρι με αναψυκτικό. Παρατηρεί ότι αν γεμίσει το ποτήρι ως άνω με το αναψυκτικό και το τοποθετήσει στη ζυγαριά, η ένδειξη είναι 100 γραμμάρια. Αν όμως το γεμίσει μέχρι τη μέση και το τοποθετήσει εκ νέου στη ζυγαριά, τότε η ένδειξη είναι 60 γραμμάρια.

α) Πόσα γραμμάρια ζυγίζει το ποτήρι;

β) Πόσα γραμμάρια αναψυκτικό μπορεί να πιεί η Μαρία αν το γεμίσει ως άνω;

50. Η Μαρία και ο Πέτρος παίρνουν κάθε Δευτέρα χαρτζιλίκι από τους γονείς τους. Ο Πέτρος παίρνει διπλάσιο χαρτζιλίκι από την Μαρία. Τα αδέρφια αποφασίζουν τη Δευτέρα 4 Νοεμβρίου να βάλουν τα χρήματα που παίρνουν σε έναν άδειο κουμπαρά για να αγοράσουν ένα τάμπλετ που κοστίζει 200 ευρώ. Διαπιστώνουν ότι την Δευτέρα 25 Νοεμβρίου μπορούν να αγοράσουν το τάμπλετ και έχουν μείνει και 40 ευρώ στον κουμπαρά. Πόσα χρήματα χαρτζιλίκι παίρνει ο καθένας κάθε Δευτέρα;

51. Τρεις φίλοι, ο Αντώνης, ο Βασίλης και ο Γιώργος, περπατούν σε ένα μονοπάτι, που το μήκος του, σε μέτρα, είναι φυσικός αριθμός. Ο Αντώνης τοποθετεί ένα μπλε σημαιάκι κάθε 2 μέτρα, ο Βασίλης τοποθετεί ένα κόκκινο σημαιάκι κάθε 3 μέτρα και ο Γιώργος ένα πράσινο σημαιάκι κάθε 4 μέτρα. Όταν ολοκλήρωσαν τη διαδρομή, παρατήρησαν ότι:

- Υπήρχαν 10 ακριβώς σημεία που είχαν τρία σημαιάκια (ένα από κάθε χρώμα).
- Στο τέλος της διαδρομής δεν τοποθετήθηκε κανένα σημαιάκι.
- Ένα μέτρο πριν το τέλος της διαδρομής τοποθετήθηκε ακριβώς ένα σημαιάκι.

Πόσα μέτρα ήταν το μονοπάτι;

52. Ένα σχολείο έφτιαξε ομάδα για να παρελάσει στο καρναβάλι. Οι μαθητές είχε συμφωνηθεί να φορούν είτε μαύρη στολή είτε άσπρη. Κατά την παρέλαση το σχέδιο ήταν να παρελάσουν αποκλειστικά σε ζευγάρια, ένας με μαύρη και ένας με άσπρη στολή. Στην πρώτη πρόβα όμως, έγινε λάθος συνεννόηση και έτσι το 20% των μαθητών με μαύρη στολή έμεινε χωρίς να μπορεί να

- σχηματίζει ζευγάρι. Όταν όμως 7 από τους μαθητές άλλαξαν στολή, από μαύρη σε άσπρη, τότε μπόρεσαν όλοι να μπουν σε κάποιο ζευγάρι. Πόσοι ήταν οι μαθητές στην πρόβα;
53. Ένα τρένο ξεκίνησε από την Αθήνα στις 8 παρά 10 το πρωί με προορισμό τη Λάρισα, που απέχει 354 χιλιόμετρα. Έκανε επτά ενδιάμεσους σταθμούς. Στον πρώτο σταμάτησε 3 λεπτά και σε καθένα από τους επόμενους 1 λεπτό παραπάνω από τον προηγούμενο. Αν η ταχύτητα που κινήθηκε ήταν 60 χιλιόμετρα την ώρα κατά μέσο όρο, τι ώρα έφτασε στη Λάρισα;
54. Στα γενέθλια της Μαρίας συγκεντρώθηκαν 33 άτομα. Στο τραπέζι υπήρχαν πίτσες, τυρόπιτες και σουβλάκια. Και οι 33 συγκεντρωμένοι έφαγαν κάτι. Οι 13 από αυτούς έφαγαν μόνο πίτσα, 6 έφαγαν μόνο τυρόπιτα ενώ 4 άτομα μόνο πίτσα και τυρόπιτα. Πόσα άτομα έφαγαν σουβλάκια;
55. Ο Αλέξανδρος αγόρασε 5 τετράδια και του περίσσεψαν 7 ευρώ. Η Γεωργία αγόρασε 7 τετράδια και της περίσσεψαν 3 ευρώ. Αν αρχικά είχαν τα ίδια χρήματα, βρείτε:
- α) Πόσο κόστιζε κάθε τετράδιο.
β) Πόσα χρήματα είχε αρχικά ο καθένας τους.
56. Σε μια πόλη της Ελλάδας ζει ένας πολύ σοφός καθηγητής Λογικής ο κ. Αριθμιτίδης.
- α) Ρωτήσαμε τον κ. Αριθμιτίδη τη μέρα είναι σήμερα ; και μας απάντησε : «Κοιτάξτε ! Αν το αύριο ήταν χθες , τότε μεθαύριο θα ήταν Κυριακή» τι μέρα είναι τελικά ;
β) Ρωτήσαμε τον κ. Αριθμιτίδη για τα μέλη της οικογένειάς τους και μας είπε : «Οι γονείς μου είχαν μεγάλη οικογένεια . Έχω τόσους αδερφούς όσες και αδερφές . Κάθε αδερφή μου έχει διπλάσιους αδερφούς από αδερφές .» Πόσες αδερφές έχει ;
57. Ένα αυτοκίνητο και μία μηχανή ξεκινάν την ίδια στιγμή απ' το ίδιο σημείο με τον ίδιο προορισμό. Το αυτοκίνητο τρέχει με ταχύτητα 40 χιλιόμετρα την ώρα και η μηχανή με 30 χιλιόμετρα την ώρα. Το αυτοκίνητο, αφού διανύσει απόσταση 320 χιλιομέτρων, σταματάει και εκείνη τη στιγμή η μηχανή αυξάνει την ταχύτητά της, ώστε να φτάσει το αυτοκίνητο μετά από 2 ώρες. Πόση πρέπει να είναι η ταχύτητα της μηχανής τις τελευταίες 2 ώρες; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.
58. Ένα συνεργείο γεωτρήσεων ξεκινάει την εκσκαφή για να βρει νερό. Κάθε μέρα σκάβει 2 μέτρα βάθος όμως το βράδυ λόγω καταλισθήσεων κλείνει η τρύπα κατά 1 μέτρο. Λίγο κοντά ένα άλλο συνεργείο ξεκινά και αυτό την εκσκαφή, αυτό σκάβει 3 μέτρα την ημέρα και το βράδυ η τρύπα κλείνει κατά 2 μέτρα. Αν για να βρουν νερό τα συνεργεία πρέπει να φτάσουν 30 μέτρα βάθος, να βρείτε ποιο συνεργείο θα βρει πρώτο νερό. Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.
60. Ο δάσκαλος είχε τρία κουτιά μέσα στην τάξη και έκρυψε τα γεωμετρικά όργανα του Διόφαντου σε ένα από αυτά τα κουτιά. Για να ελέγξει τις γνώσεις του Διόφαντου, έβαλε επιγραφές και στα τρία κουτιά και του είπε ότι θα τα πάρει ξανά πίσω μόνο αν ανοίξει με την πρώτη φορά το σωστό κουτί. Το κουτί Α γράφει «Αυτό το κουτί είναι άδειο». Το κουτί Β γράφει «Σ' αυτό το κουτί υπάρχουν τα γεωμετρικά σου όργανα» και το κουτί Γ γράφει «Το κουτί Β είναι άδειο». Ο δάσκαλος ανέφερε στον Διόφαντο ότι μόνο μία επιγραφή λέει την αλήθεια. Ποιο κουτί πρέπει να επιλέξει ο Διόφαντος ώστε να πάρει πίσω τα γεωμετρικά του όργανα;
61. Στην αποθήκη του ο Διόφαντος έχει ένα δοχείο, το οποίο περιέχει 12 κιλά λάδι. Θέλει να αφαιρέσει τη μισή ποσότητα λαδιού από το δοχείο, αλλά έχει στη διάθεσή του μόνο δύο άδεια δοχεία των 7 και 5 κιλών. Μπορείτε να βοηθήσετε τον Διόφαντο, καταγράφοντας τις κατάλληλες κινήσεις που πρέπει να κάνει, ώστε τελικά στο δοχείο του να μείνουν 6 κιλά λάδι;

Πηγές Α' Γυμνασίου

Παλαμήδης ΕΜΕ Αργολίδας / 43. 2023

Ιπποκράτης ΕΜΕ Χίου / 44. 2019

Δ. Ζούνης ΕΜΕ Ηλείας / 45. 2019

Νικολάου ΕΜΕ Καρδίτσας / 46. 2022

Κ. Ζερβός ΕΜΕ Κέρκυρας /

47. 2018 48. 2021 49. 2022 50. 2024

Σταμ. Μπάτσης ΕΜΕ Χανίων /

51. 2014 52 2017 53. 2018 54-55. 2020

Καραθεοδωρή ΕΜΕ Ροδόπης / 56. 2010 57. 2018

Βίων ΕΜΕ Ροδόπης / 58. 2016 59. 2017

Διόφαντος ΕΜΕ Σερρών / 60. 2019Α 61.2020Β

Λύσεις

1. Η αίθουσα του κινηματογράφου είχε συνολικά 21 σειρές καθισμάτων. (12 σειρές μπροστά από τον Mr.Math + 8 σειρές πίσω του + 1 η σειρά που καθόταν ο ίδιος) .

Η κάθε σειρά είχε από 15 καθίσματα (6 καθίσματα αριστερά + 8 δεξιά του + 1 αυτό που καθόταν ο ίδιος)

Επομένως η αίθουσα συνολικά είχε $21 \times 15 = 315$ καθίσματα.

2. Σχεδιάζουμε με τελείες πάνω σε μια ευθεία τα άτομα που περιμένουν στη σειρά. Συμφωνούμε, αυτός που είναι πιο μπροστά από κάποιον άλλο να βρίσκεται στα δεξιά του στα σχεδιαγράμματα που ακολουθούν.

Τοποθετούμε πρώτα τον Βασίλη (σημείο B) πάνω στην ευθεία και κατόπιν την Αθηνά (σημείο A) που βρίσκεται 3 θέσεις μπροστά από τον Βασίλη (Σχεδιάγραμμα 1). Βάζουμε ακόμη 3 τελείες στα δεξιά του σημείου A, ώστε μπροστά από τον Βασίλη να βρίσκονται 6 άτομα (Σχεδιάγραμμα 2). Βάζουμε 4 ακόμη τελείες αριστερά του B, ώστε η Αθηνά να έχει πίσω της 7 άτομα (Σχεδιάγραμμα 3). Στο τελευταίο σχεδιάγραμμα βλέπουμε ότι υπάρχουν 11 τελείες, άρα υπάρχουν συνολικά στη σειρά 11 άτομα.



Σχεδιάγραμμα 1



Σχεδιάγραμμα 2



Σχεδιάγραμμα 3

3. 1η διαδρομή, πάνε οι 2 γιοι απέναντι
επιστρέφει ο ένας γιος την βάρκα
2η διαδρομή, πάει ο πατέρας απέναντι
επιστρέφει ο άλλος γιος την βάρκα
3η διαδρομή, πάνε και οι 2 γιοι απέναντι

4. $9 \times 2 = 18$ παπούτσια της χάρισαν γιατί είναι 9 ζευγάρια
 $18 + 4 = 22$ είναι όσα δεν φορούσε παπούτσια ,
σε $40 - 22 = 18$ παπούτσια φορούσε αρχικά παπούτσια

5. Ξεκινώντας χρονικά από τέλος έχουμε:

Σάββατο 4^{ης} εβδομάδας: 0 νομίσματα

Παρασκευή 4^{ης} εβδομάδας: είχε 32 νομίσματα , ξόδεψε 32 νομίσματα και έμειναν 0

Δευτέρα 4^{ης} εβδομάδας: είχε τα μισά της Παρασκευής. Δηλαδή $32:2=16$, τα οποία διπλασίασε και έτσι έγιναν 32 νομίσματα.

Παρασκευή 3^{ης} εβδομάδας: είχε $16+32=48$ νομίσματα , ξόδεψε 32 νομίσματα και έμειναν 16

Σκεπτόμενοι με αυτόν τον τρόπο βρίσκουμε ότι την

Δευτέρα 3^{ης} εβδομάδας: είχε $48:2=24$ νομίσματα, τα διπλασίασε και έγιναν 48

Παρασκευή 2^{ης} εβδομάδας: είχε $24+32=56$ νομίσματα , ξόδεψε 32 νομίσματα και έμειναν 24

Δευτέρα 2^{ης} εβδομάδας: είχε $56:2=28$ νομίσματα, τα διπλασίασε και έγιναν 56

Παρασκευή 1^{ης} εβδομάδας: $28+32=60$ είχε 60 νομίσματα , ξόδεψε 32 νομίσματα και έμειναν 28

Δευτέρα 1^{ης} εβδομάδας: είχε $60:2=30$ νομίσματα, τα διπλασίασε και έγιναν 60

6. Σε κάθε λάμπα αντιστοιχεί και ένας διακόπτης.

Αν μια λάμπα είναι αναμμένη σημαίνει ότι ο αντίστοιχος διακόπτης πατήθηκε περιττό (μονό) αριθμό ενώ αν είναι σβησμένη σημαίνει ότι ο αντίστοιχος διακόπτης πατήθηκε άρτιο (ζυγό) αριθμό. Αφού οι 4 λάμπες τελικά είναι αναμμένες σημαίνει ότι για την κάθε μια από αυτές ο αντίστοιχος διακόπτης πατήθηκε περιττό αριθμό. Συνεπώς το άθροισμα των πατημάτων για τις 4 λάμπες είναι ένα άθροισμα τεσσάρων περιττών αριθμών. Δηλαδή άρτιος αριθμός. (Γενικότερα όταν προσθέτουμε άρτιο σε πλήθος περιττούς αριθμούς βρίσκουμε άθροισμα άρτιο αριθμό.). Και επειδή έγιναν συνολικά 2009 πατήματα σημαίνει ότι στο διακόπτη της 5ης λάμπας αντιστοιχεί περιττός αριθμός πατημάτων. (2009 – άρτιος = περιττός)

Συνεπώς η 5η λάμπα είναι αναμμένη.

7. Ονομάζουμε Α και Β τους δύο δίσκους της ζυγαριάς.

α) Για να ζυγίσουμε βάρος 6 γραμ., θέτουμε στον δίσκο Α ένα βάρος των 15 γραμ. και στον δίσκο Β ένα βάρος των 9 γραμμαρίων. Για να ισορροπήσει η ζυγαριά πρέπει να τοποθετήσουμε στον δίσκο Β βάρος $15-9=6$ γραμ.

β) Για να ζυγίσουμε βάρος 12 γραμ. τοποθετούμε στον δίσκο Α βάρος 21 γραμ. και στον δίσκο Β βάρος 9 γραμ. Για να ισορροπήσει η ζυγαριά πρέπει να τοποθετήσουμε στον δίσκο Β βάρος $21-9=12$ γραμ.

γ) Για να ζυγίσουμε βάρος 3 γραμ. τοποθετούμε στον δίσκο Α 2 βάρη 9 γραμ. και 15 γραμ. και στον δίσκο Β βάρος 21 γραμ. Για να ισορροπήσει η ζυγαριά πρέπει να τοποθετήσουμε στον δίσκο Β βάρος $9+15-21=3$ γραμ.

δ) Όλα τα σταθμά που έχουμε στη διάθεσή μας είναι πολλαπλάσια του 3. Κάθε βάρος που ζυγίζουμε είναι το άθροισμα ή διαφορά τέτοιων βαρών, άρα είναι και αυτό πολλαπλάσιο του 3.

ε) Επειδή ούτε το 2008 ούτε το 2009 διαιρούνται δια 3 (διότι το άθροισμα των ψηφίων τους δεν διαιρείται δια 3), δε μπορούμε να ζυγίσουμε ούτε βάρος 2008 ούτε βάρος 2009 γραμ.

8. α) όχι γιατί όλες οι ψηφίδες κάθε σωρού είναι πολλαπλάσια του 5 (5,10,15,20,...) και το 197 δεν είναι πολλαπλάσιο του 5

β,γ) αφού ο 1^{ος} σωρός περιέχει $1 \times 5 = 5$ ψηφίδες, ο 2^{ος} $2 \times 5 = 10$ ψηφίδες, ο 3^{ος} $3 \times 5 = 15$ ψηφίδες, κ.ο.κ. $100:5 = 20$, άρα ο 20^{ος} σωρός θα περιέχει 100 ψηφίδες

Οι άσπρες ψηφίδες είναι πολλαπλάσια του 2 και οι μαύρες, πολλαπλάσια του 3.

Άρα $20 \times 2 = 40$ άσπρες και $20 \times 3 = 60$ μαύρες ψηφίδες.

δ) Ο επόμενος σωρός θα είναι ο 21^{ος}, και θα έχει 2 παραπάνω άσπρες και 3 παραπάνω μαύρες δηλαδή $40+2=42$ άσπρες και $60+3=63$ μαύρες ψηφίδες.

9.

α) Π Τ Σ Κ Β

x 55 50 45 40

35 30 25 20 15

10` 5 0

άρα η Σοφία

β) Π Τ Σ Κ Β

x x x 55 50

45 40 35 30 25

20 15 10 5 0

άρα ο Βασίλης

γ) πολλαπλάσιο του 25 γιατί

όποιος φέρνει 25 κερδίζει,

αφού μετά το 25 στον επόμενο

γύρο θα φέρει 0

10. Ονομάζω Κ= τα καρύδια της 1^{ης} μέρας

Στράτος

Άρης

1^η μέρα: Κ

Κ

2^η μέρα: Κ+13

Κ

3^η μέρα: Κ+13+13

Κ

4^η μέρα: Κ+13+13+13

Κ

5^η μέρα: Κ+13+13+13+13 Κ+Κ+Κ+Κ+Κ+Κ+Κ+Κ+Κ+Κ+Κ

Αν ήταν ζυγαριά με ίσα αθροίσματα, μπορούμε να αγνοήσουμε τα ίσα Κ από κάθε μέρος της ζυγαριάς και καταλήγουμε ότι : 10 φορές το 13 = 10 φορές το Κ , άρα Κ=13

11. 1η λύση

- i. Παρατηρούμε ότι όταν φτάνουμε στον αριθμό 8 θα έχουμε ανέβει και κατέβει όλα τα σκαλοπάτια για πρώτη φορά και θα πατάμε το δεύτερο σκαλοπάτι.
- ii. Επίσης, όταν φτάνουμε στον αριθμό $2 \cdot 8 = 16$ θα έχουμε ανέβει και κατέβει όλα τα σκαλοπάτια για δεύτερη φορά και θα πατάμε το δεύτερο σκαλοπάτι.
- iii. Οπότε, επαναλαμβάνοντας την παραπάνω διαδικασία, όταν φτάνουμε στον αριθμό $125 \cdot 8 = 1000$ θα έχουμε ανέβει και κατέβει όλα τα σκαλοπάτια για $125^{\text{η}}$ φορά και θα πατάμε το δεύτερο σκαλοπάτι.

Άρα όταν μετρήσουμε το 1000 θα βρισκόμαστε στο 2° σκαλοπάτι.

2η λύση

1,2,3,4,5,4,3,2,1 είναι τα πρώτα 9 βήματα και μετά ξανανεβαίνουμε.

Το πρώτο σκαλοπάτι, το ξαναπατάμε στο βήμα με αριθμό 9 και μετά το ίδιο συμβαίνει κάθε 8 βήματα, δηλαδή 1,9,17,25 κλπ.(οι αριθμοί αυτοί λέμε ότι αποτελούν αριθμητική πρόοδο και είναι της μορφής $8k+1$, όπως θα δούμε σε επόμενες τάξεις).

Καθώς το 1000 είναι πολλαπλάσιο του 8, στο $1000+1=1001$ βήμα ξανακατεβαίνουμε στο 1° σκαλοπάτι.

Επομένως στο αμέσως προηγούμενο (1000) βρισκόμαστε στο 2° σκαλοπάτι.

12. Ξεκινάμε να λύνουμε το πρόβλημα από το τελευταίο παιχνίδι και φτάνουμε στην αρχή:

	Μαθηματικός Α	Μαθηματικός Β	Μαθηματικός Γ
ΤΕΛΟΣ	24	24	24
Παιχνίδι 3 (έχασε ο Γ)	12  *2	12  *2	48  *2
Παιχνίδι 2 (έχασε ο Β)	6  *2	42  *2	24  *2
Παιχνίδι 1 (έχασε ο Α)	39	21  *2	12  *2

Άρα στην αρχή του παιχνιδιού, ο Α είχε 39 ευρώ, ο Β 21 ευρώ και ο Γ 12 ευρώ

13. α) Αφού αυτός που φορούσε κόκκινα απάντησε θετικά σημαίνει ότι δεν είναι ο Σερραίος αλλά ούτε και ο Ξανθιώτης αφού σε αυτόν απάντησε στην ερώτηση του αυτός που φορούσε κόκκινα. Άρα, ο Δραμινός φορούσε κόκκινα.

Αναγκαστικά ο Ξανθιώτης θα φορούσε μαύρα, αφού δεν φοράει το χρώμα της ομάδας του (πράσινα) και επίσης δεν μπορεί να φοράει το κόκκινο (το φοράει ο Δραμινός).

Άρα, τελικά ο Σερραίος φορούσε πράσινα.

β) Ο Δραμινός κατέβηκε στην Ξάνθη.

Ο Σερραίος δεν κατέβηκε στην Κομοτηνή και ο Δραμινός κατέβηκε στην Ξάνθη, άρα οι δύο σταθμοί που μένουν είναι η Δράμα και οι Σέρρες, όμως δεν κατέβηκε στον σταθμό της πόλης που κατάγεται άρα κατέβηκε στην Δράμα.

Οι δύο σταθμοί που μένουν είναι η Κομοτηνή και οι Σέρρες.

Ο Κομοτηνίος δεν κατέβηκε στον σταθμό της πόλης που κατάγεται άρα κατέβηκε στις Σέρρες.

Άρα ο Ξανθιώτης κατέβηκε στον σταθμό που απομένει, δηλαδή στην Κομοτηνή.

14. 1η διαδρομή, πάει το πρόβατο απέναντι

επιστρέφει άδεια την βάρκα

2η διαδρομή, πάει τον λύκο απέναντι

επιστρέφει το πρόβατο πίσω

3η διαδρομή, πάει το άχυρο απέναντι

επιστρέφει άδεια την βάρκα

4η διαδρομή, πάει το πρόβατο απέναντι

15. Στην αρχή ο αριθμός των αγοριών και των κοριτσιών ήταν ίσος. Αφού λοιπόν, όταν έφυγαν κάποια κορίτσια ο αριθμός των αγοριών έγινε διπλάσιος από τον αριθμό των κοριτσιών που απόμειναν, σημαίνει ότι από την τάξη έφυγαν τα μισά κορίτσια. Άρα, ο αριθμός των κοριτσιών στην αρχή ήταν 18. και τόσοι είναι και ο αριθμός των αγοριών στην τάξη. Επομένως, προτού φύγουν τα κορίτσια η τάξη είχε 36 παιδιά.

16. Επειδή $13 \times 4 = 52$, κάθε ένα άριστο γραπτό μηδενίζεται με 4 όχι άριστα γραπτά. Δηλαδή σε κάθε 5 γραπτά με 1 άριστο και 4 όχι άριστα έχουμε 0 ευρώ. Επειδή $30:6 = 5$, θα επαναληφθεί αυτή η ομάδα με τα 0 ευρώ 6 φορές, δηλαδή θα φέρει 6 φορές άριστα και 24 φορές όχι άριστα στα 30 διαγωνίσματα, ώστε να έχει 0 ευρώ.

17. Αφού ο $3^{\text{ος}}$ πήρε τα μισά και έμειναν 5 μήλα, τα μισά μήλα θα είναι 5 μήλα, άρα όλα τα μήλα θα ήταν $5 \times 2 = 10$, πριν πάρει ο $3^{\text{ος}}$.

Προσθέτουμε 1 μήλο στα 10, κι έχουμε 11 μήλα. Άρα τα μισά που πήρε ο $2^{\text{ος}}$ θα ήταν ίσα με 11 μήλα, δηλαδή όλα τα μήλα θα ήταν $11 \times 2 = 22$, πριν πάρει ο $2^{\text{ος}}$.

Προσθέτουμε 1 μήλο στα 22, κι έχουμε 23 μήλα. Άρα τα μισά που πήρε ο $1^{\text{ος}}$ θα ήταν ίσα με 23 μήλα, δηλαδή όλα τα μήλα θα ήταν $23 \times 2 = 46$, πριν πάρει ο $1^{\text{ος}}$, δηλαδή αρχικά.

Αρχικά το καλάθι είχε 46 μήλα.

18. Αν ζυγίζουμε δύο μπάλες από τις τέσσερις, η ζυγαριά μας θα δείξει 30 ή 40 ή 50 ή 60 γραμμάρια, ανάλογα ποιες από αυτές έχουμε τοποθετήσει στη ζυγαριά. Έτσι, έχουμε τις παρακάτω 4 περιπτώσεις.

i) Αν δείξει 30 γραμμάρια, τότε είναι σίγουρο ότι ζυγίσαμε τη μπάλα 10 και μία από τις δύο μπάλες των 20 γραμμαρίων. Μένουν εκτός μία μπάλα 20 και αυτή των 40 γραμμαρίων. Με ένα επιπλέον τυχαίο ζύγισμα καταλαβαίνουμε αμέσως ποια είναι η μπάλα των 40 γραμμαρίων.

ii) Αν δείξει 40 γραμμάρια, τότε είναι σίγουρο ότι ζυγίσαμε τις δύο μπάλες των 20 γραμμαρίων. Μένουν εκτός μία μπάλα 10 και αυτή των 40 γραμμαρίων. Με ένα επιπλέον τυχαίο ζύγισμα καταλαβαίνουμε αμέσως ποια είναι η μπάλα των 40 γραμμαρίων.

iii) Αν δείξει 50 γραμμάρια, τότε είναι σίγουρο ότι ζυγίσαμε τη μπάλα 10 και την μπάλα των 40 γραμμαρίων. Με ένα επιπλέον τυχαίο ζύγισμα καταλαβαίνουμε αμέσως ποια είναι η μπάλα των 40 γραμμαρίων.

iv) Αν δείξει 60 γραμμάρια, τότε είναι σίγουρο ότι ζυγίσαμε την μπάλα 40 και μία από τις δύο μπάλες των 20 γραμμαρίων. Με ένα επιπλέον τυχαίο ζύγισμα καταλαβαίνουμε αμέσως ποια είναι η μπάλα των 40 γραμμαρίων.

19. Ένας τρόπος είναι να πάρουμε δύο μπάλες και να βάλουμε από μία σε κάθε δίσκο. Αν ο δίσκος δεν ισορροπεί, τότε βρήκαμε την βαρύτερη μπάλα. Αν όχι, παίρνουμε άλλες δύο μπάλες και κάνουμε το ίδιο. Αν ο δίσκος, ισορροπεί παίρνουμε άλλες δύο μπάλες. Αν αυτή τη φορά ο δίσκος ισορροπεί, τότε η βαρύτερη μπάλα είναι αυτή που έμεινε αζύγιστη. Τελικά, με αυτόν τρόπο χρειαζόμαστε 3 το πολύ ζυγίσματα.

Πρέπει να εξηγήσουμε πώς με δύο ζυγίσματα θα βρούμε την βαρύτερη μπάλα. Αυτή τη φορά βάζουμε στην αρχή από δύο μπάλες σε κάθε δίσκο. Αν ισορροπεί η ζυγαριά, καταλαβαίνουμε ότι η βαρύτερη μπάλα βρίσκεται στις 3 που δεν έχουν ζυγιστεί. Τότε, βγάζουμε τις προηγούμενες μπάλες και βάζουμε σε κάθε δίσκο 2 από τις 3 μπάλες που έμειναν αζύγιστες. Καταλαβαίνουμε αμέσως ποια είναι η βαρύτερη.

Αν, η ζυγαριά με τις 4 μπάλες (2 σε κάθε δίσκο), δεν ισορροπεί, τότε καταλαβαίνουμε αμέσως σε ποιον δίσκο είναι η βαρύτερη μπάλα. Μετά με ένα δεύτερο ζύγισμα βρίσκουμε τη βαρύτερη μπάλα. Με αυτή λοιπόν τη τεχνική, μόνο με δύο ζυγίσματα μπορούμε να βρούμε τη βαρύτερη μπάλα.

20. Ο πλούσιος άφησε 8 λίρες για την μερίδα του, οπότε όλες οι πίτες κόστιζαν όσο 3 μερίδες δηλαδή $8 \times 3 = 24$ λίρες. Με 24 λίρες αγόρασαν $3 + 5 = 8$ πίτες, άρα η μία πίτα κόστιζε $24 : 8 = 3$ λίρες.

Ο Άραβας που αγόρασε 3 πίτες πλήρωσε $3 \times 3 = 9$ λίρες, και αφού ήταν 8 ευρώ η μερίδα του πρέπει να πάρει $9 - 8 = 1$ ευρώ από τις λίρες του πλούσιου.

Ο Άραβας που αγόρασε 5 πίτες πλήρωσε $3 \times 5 = 15$ λίρες, και αφού ήταν 8 ευρώ η μερίδα του πρέπει να πάρει $15 - 8 = 7$ ευρώ από τις λίρες του πλούσιου.

Άρα θα μοιραστούν οι 8 λίρες σε 7 και 1 στα άτομα που πλήρωσαν 5 και 3 πίτες αντίστοιχα.

21. Ο Ανδρέας κάθισε στο μεσαίο βαγόνι

Η σειρά με την οποία κάθισαν είναι: Δήμος Σάββας Ανδρέας Κική Μαρία

22. Η Μαρία είχε 8 καραμέλες που έφαγε και 10 που έδωσε στο Γιάννη, άρα είχε $8 + 10 = 18$ καραμέλες. Επομένως, η Δήμητρα αφού έφαγε τις μισές και τις άλλες τις έδωσε στη Μαρία θα είχε διπλάσιες από αυτήν, δηλαδή $18 \times 2 = 36$ καραμέλες. Με την ίδια λογική και ο Γιώργος θα είχε διπλάσιες καραμέλες από την Δήμητρα, δηλαδή $2 \times 36 = 72$.

23. Το κουνέλι έφαγε 30 καρότα. Ο μοναδικός τρόπος να γραφεί το 30 ως άθροισμα ενός πολλαπλασίου του 9 και ενός πολλαπλασίου του 4 είναι $30 = (2 \times 9) + (3 \times 4)$. Ο αριθμός των ημερών με «9 καρότα» είναι 2 και ο αριθμός των ημερών με «4 καρότα» και 1 λάχανο είναι 3. Το σύνολο των λάχανων σε 10 ημέρες είναι 9. Ο αριθμός των ημερών με 2 λάχανα είναι 3. Έχουμε $9 = 3 + (3 \times 2)$. Και ο αριθμός των ημερών που το κουνέλι έφαγε μόνο χόρτα είναι $10 - 2 - 3 - 3 = 2$ ημέρες

24. Η απάντηση είναι η Δελφίς.

Η Ίρις έκανε δύο αντικρουόμενες δηλώσεις, άρα πάντα λέει ψέματα, οπότε δεν είναι ένοχη. Συνέπεια αυτού είναι ότι και η Νεφέλη είναι αθώα οπότε προκύπτει ότι η Δελφίς λέει ψέματα άρα είναι ένοχη.

25. Την πέμπτη μέρα έφαγαν τα $5/6$ από τις καραμέλες που έμειναν, άρα περίσσεψε το $1/6$ που είναι **1** καραμέλα. Επομένως την πέμπτη μέρα στη σακούλα είχε **6** καραμέλες.

Την τέταρτη μέρα έφαγαν τα $4/5$ από τις καραμέλες που έμειναν, άρα περίσσεψε το $1/5$ που είναι **6** καραμέλες. Επομένως την τέταρτη μέρα στη σακούλα είχε **30** καραμέλες.

Την τρίτη μέρα έφαγαν τα $3/4$ από τις καραμέλες που έμειναν, άρα περίσσεψε το $1/4$ που είναι **30** καραμέλα. Επομένως την τρίτη μέρα στη σακούλα είχε **120** καραμέλες.

Την δεύτερη μέρα έφαγαν τα $2/3$ από τις καραμέλες που έμειναν, άρα περίσσεψε το $1/3$ που είναι **120** καραμέλες. Επομένως την δεύτερη μέρα στη σακούλα είχε **360** καραμέλες.

Την πρώτη μέρα έφαγαν τα $1/2$ από τις καραμέλες που έμειναν, άρα περίσσεψε το $1/2$ που είναι **360** καραμέλες. Επομένως αρχικά στη σακούλα είχε **720** καραμέλες.

26. 1η διαδρομή, πάνε πατέρας και γιος απέναντι (2Λ)
επιστρέφει ο γιος τον φακό πίσω (1Λ)

2η διαδρομή, πάνε μάνα και κόρη απέναντι (8 Λ)
επιστρέφει ο πατέρας τον φακό πίσω (2Λ)

3η διαδρομή, πάνε πατέρας και γιος απέναντι (2Λ)

Σύνολο $2 + 1 + 8 + 4 + 4 = 15$ λεπτά

27. 1^η λύση

Παρατηρούμε ότι πάντα αποδεσμεύονται δυο άτομα του ίδιου φύλου.

Αφού τα κορίτσια έχουν πλήθος δύο, θα αποδεσμευθούν όλα.

Τα αγόρια δεν μπορούν να αποδεσμευθούν όλα γιατί έχουν πλήθος τρία.

Οπότε το άτυχο παιδί θα είναι πάντοτε αγόρι.

2^η λύση

Διακρίνουμε περιπτώσεις για την επιλογή των πρώτων πλευρών

- Αν στην αρχή επιλεγούν 3 αγόρια τότε το ένα θα μείνει και θα αποδεσμευθούν τα δύο.

Οπότε μένουν 1 αγόρι και 2 κορίτσια.

Θα αποδεσμευθούν μετά τα 2 κορίτσια οπότε το άτυχο παιδί θα είναι **αγόρι**.

Ενώ

- Αν στην αρχή επιλεγούν 1 αγόρι και 2 κορίτσια τότε αυτό που θα μείνει θα είναι αγόρι.

Μένουν λοιπόν 3 αγόρια.

Θα αποδεσμευθούν μετά 2 από τα αγόρια οπότε το άτυχο; παιδί θα είναι **αγόρι**.

Ενώ

- Αν στην αρχή επιλεγούν 1 κορίτσι και 2 αγόρια τότε αυτό που θα μείνει θα είναι κορίτσι.

Μένουν λοιπόν 1 αγόρι και 2 κορίτσια.

Θα αποδεσμευθούν μετά τα 2 κορίτσια οπότε το άτυχο παιδί θα είναι **αγόρι**

28. α) Αφού $44:5,5 = 8$, θέλει 8 ακριβώς φιλιά.

β) Αφού $132:12 = 11$, οι 132 μήνες είναι 11 χρόνια, άρα θέλει $11:5,5 = 2$ ακριβώς φιλιά.

γ) Αφού $100 \times 5,5 = 550$, η πεντάμορφη κοιμόταν 55 χρόνια.

29. 1^η λύση

Αφού τα καναρίνια τοποθετούνται ανά δύο σε κλουβιά, το πλήθος τους είναι ζυγός αριθμός.

Επειδή με αυτή την τοποθέτηση περισσεύει ένα κλουβί, τα κλουβιά είναι ένα παραπάνω από τα

μισά καναρίνια. Όμως από την τοποθέτηση ανά ένα βλέπουμε ότι όλα τα καναρίνια είναι ένα

παραπάνω από τα κλουβιά. Άρα όλα τα καναρίνια είναι δύο παραπάνω από τα μισά καναρίνια.

Δηλαδή τα μισά καναρίνια είναι 2, όλα τα καναρίνια είναι 4 και τα κλουβιά είναι 3.

2^η λύση

Έχοντας τοποθετήσει τα καναρίνια στα κλουβιά ανά ένα, περνάμε στη δεύτερη τοποθέτηση

(τα καναρίνια στα κλουβιά ανά δύο) τοποθετώντας αρχικά το καναρίνι που περισσεύει στο πρώτο

κλουβί. Στη συνέχεια μεταφέρουμε το καναρίνι από το τελευταίο κλουβί στο δεύτερο. Έτσι έχουμε

δύο κλουβιά με δύο καναρίνια και ένα κλουβί άδειο.

Αν υπάρχουν και άλλα κλουβιά με ένα καναρίνι για να τοποθετηθούν όλα τα καναρίνια ανά δύο θα

αδειάσουν και άλλα κλουβιά δηλαδή δεν θα περισσεύει ένα κλουβί αλλά περισσότερα.

Άρα ο Θανάσης έχει 4 καναρίνια και 3 κλουβιά.

3^η λύση

Αφού τα καναρίνια τοποθετούνται ανά δύο σε κλουβιά, το πλήθος τους είναι ζυγός αριθμός

και επειδή όταν τοποθετηθούν ανά ένα στα κλουβιά περισσεύει ένα καναρίνι τα κλουβιά είναι

ένα λιγότερο από τα καναρίνια. Δηλαδή μπορεί να έχει 2 καναρίνια και 1 κλουβί ή 4 καναρίνια

και 3 κλουβιά ή 6 καναρίνια και 5 κλουβιά ή 8 καναρίνια και 7 κλουβιά κ.τ.λ.

Θα ελέγξουμε όλους τους δυνατούς συνδυασμούς για να βρούμε ποιος από αυτούς ταιριάζει με την τοποθέτηση των καναρινιών ανά δύο.

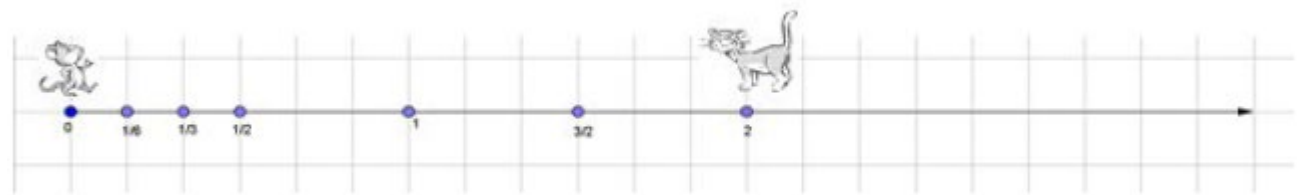
Καναρίνια	Κλουβιά	Ταξιδέτησή ανά δύο	Περισσεύουν κλουβιά	Αποτέλεσμα
2	1	⊠	0	x
4	3	⊠ ⊠ ⊠	1	✓
6	5	⊠ ⊠ ⊠ ⊠ ⊠	2	x
8	7	⊠ ⊠ ⊠ ⊠ ⊠ ⊠ ⊠	3	x

Παρατηρούμε ότι όσο μεγαλώνει ο αριθμός των καναρινιών τόσο μεγαλώνει και το πλήθος των κλουβιών που περισσεύουν. Άρα ο Θανάσης έχει 4 καναρίνια και 3 κλουβιά.

30. 8 σοκολάτες είναι σε μορφή σαλιγκαριού και 6 σοκολάτες είναι σε μορφή χελώνας. 7 σοκολάτες είναι μαύρες και 7 είναι λευκές. Από την εκφώνηση έχουμε 2 χελώνες που δεν είναι μαύρες δηλαδή είναι λευκές. Όλες οι λευκές σοκολάτες είναι 7. Εφόσον 2 είναι σε μορφή χελώνας οι άλλες 5 λευκές σοκολάτες είναι σε μορφή σαλιγκαριού.

31. Αν κατά τη διάρκεια της ημέρας το ποντίκι κατεβαίνει $\frac{1}{2}$ του μέτρου και κατά τη διάρκεια της νύχτας ανεβαίνει $\frac{1}{3}$ του μέτρου τότε η απόσταση που διανύει κάθε ημέρα το ποντίκι είναι $\frac{1}{6}$ του μέτρου $\frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$. Άρα το 1 μέτρο θα το καλύψει σε 6 μέρες. Το άλλο μισό μέτρο θα το διανύσει σε άλλες 3 ημέρες.

Η χρήση της αριθμογραμμής δείχνει ότι το τελευταίο μισό διανύεται σε μία μόνο ημέρα άρα έχουμε την έκφραση



$$(2 - 1/2) : 1/6 + 1 = 3/2 : 1/6 + 1 = 9 + 1 = 10$$

Άρα, το ποντίκι χρειάζεται 10 ημέρες για να φτάσει στη γάτα.

32. Αν στον πρώτο ζυγό που ισορροπεί, αφαιρέσουμε 2 κύβους από κάθε μεριά, η ζυγαριά θα ισορροπεί πάλι γιατί από ίσα αφαιρούμε ίσα. Οπότε τα 2 σταθμά των 25 θα ισορροπούν με 5 κύβους άρα τα 50 γραμμάρια θα είναι 5 κύβοι, οπότε κάθε κύβος θα είναι $50:5=10$ gr.

Σύμφωνα με την 2η ζυγαριά, εφόσον ισορροπεί ο κύλινδρος θα ζυγίζει όσο το σταθμό των 25 gr μείον τον ένα κύβο, δηλαδή $25-10=15$ gr.

33. Όταν το Α είναι στο σκαλί 50, (σύμφωνα με την ευκλείδεια διαίρεση $50:15$) θα έχει διανύσει $50=15 \times 3 + 5$, 3 φορές από 15 σκαλιά και αφού $5=1/3 \times 15$, το $1/3$ της απόστασης άρα το παιδί Β θα έχει διανύσει αντίστοιχα 3 φορές τα 12 σκαλιά (που διανύει κάθε φορά που διανύει 15 το παιδί Α) και το $1/3$ των σκαλιών αυτών δηλαδή $3 \times 12 + 1/3 \times 12 = 36 + 4 = 40$ σκαλιά.

Αφού τα 40 σκαλιά, $40=5 \times 8$, το παιδί Β θα έχει διανύσει ακριβώς 8 πεντάδες σκαλιών και αφού σε κάθε 5 σκαλιά του Β, το παιδί Γ διανύει 4 σκαλιά, προκύπτει ότι θα διανύσει 8 τετράδες σκαλιών το παιδί Γ άρα $4 \times 8=32$ σκαλιά.

Τελικά το παιδί Β θα είναι στο σκαλί 40 και το παιδί Γ θα είναι στο σκαλί 32.

34. α) Επειδή $EKP(8,6) = 24$, κάθε 24 δευτερόλεπτα θα συναντιούνται και θα αλλάζουν διαδρομές.

5 λεπτά = $5 \times 60 = 300$ δευτερόλεπτα

Κάνω την ευκλείδεια διαίρεση $300 : 24$ και βρίσκω πηλίκο 12 και υπόλοιπο 12 (δηλ. $300 = 24 \times 12 + 12$).

Άρα θα συναντηθούν 12 φορές στο σημείο Α τα πρώτα 5 λεπτά.

β) 9 λεπτά = $9 \times 60 = 540$ δευτερόλεπτα

Κάνω την ευκλείδεια διαίρεση $540 : 24$ και βρίσκω πηλίκο 22 και υπόλοιπο 12 (δηλ. $540 = 24 \times 22 + 12$).

Άρα θα συναντηθούν 22 φορές στο σημείο Α τα πρώτα 5 λεπτά, και θα έχουν αλλάξει 22 φορές διαδρομές.

Ο Μίκυ ξεκινά στην διαδρομή Δ1. Την 1η φορά που αλλάζει, πάει στην διαδρομή Δ2. Την 2η φορά που αλλάζει, πάει στην διαδρομή Δ1. Την 3η φορά στην Δ2, την 4η στην Δ1 ... Και την 22η που είναι ζυγός αριθμός, θα αλλάξει και θα πάει στην διαδρομή Δ1. Αφού μένει υπόλοιπο 12 δευτερόλεπτα, θα κάνει τον 2ο κύκλο της διαδρομής Δ1, αφού 8 είναι ο 1^{ος} κύκλος και περισσεύουν άλλα 4 δευτερόλεπτα μέχρι τα 12.

35. 1^η λύση

Αν ξεκινούσε 10 λεπτά αργότερα ο Νέος, που είναι το μισό του χρόνου που απαιτείται για τη διαδρομή του, ο ηλικιωμένος θα θέλει ακόμη 20 λεπτά για να τερματίσει. Σ' αυτά τα 20 λεπτά θα τερματίσει και ο Νέος. Άρα θα συναντηθούν στο τέλος της διαδρομής. Αφού στα 10 λεπτά καθυστέρησης θα τερματίσουν μαζί στο μισό χρόνο, στα 5 λεπτά, θα συναντηθούν στην μέση.

2^η λύση

Ο Νέος ξεκίνησε 5 λεπτά αργότερα, στα 10 πρώτα λεπτά του βηματισμού του θα έχει φτάσει στο μέσον της διαδρομής αφού θέλει 20 λεπτά για να τη διανύσει όλη. Ο ηλικιωμένος θα έχει περπατήσει ήδη 5 λεπτά τη στιγμή που ξεκινά ο νέος, στα επόμενα 10 λεπτά, που ο νέος θα φτάσει έχει φτάσει στο μέσον, θα συμπληρώσει 5+10 λεπτά περπάτημα άρα και αυτός θα είναι στο μέσον της διαδρομής, αφού θέλει 30 λεπτά για όλη.

3^η λύση

Αφού ο νέος καθυστερεί 5 λεπτά θα εξετάσουμε που βρίσκεται καθένας στο τέλος κάθε πεντάλεπτου.

Ο ηλ/νος θέλει 6 πεντάλεπτα ενώ ο νέος μόνο 4.

Ο ηλ/νος σε κάθε πεντάλεπτο περπατά τα $5/30 = 1/6$ της διαδρομής

Ο ηλ/νος στο 1^ο 5-λεπτο βρίσκεται στο $1/6$ της διαδρομής

στο 2^ο 5-λεπτο βρίσκεται στο $2 \times 1/6 = 2/6$ της διαδρομής

στο 3^ο 5-λεπτο στο $2 \times 1/6 = 3/6 = 1/2$ της διαδρομής, δηλαδή στη μέση

στο 4^ο 5-λεπτο στο $4 \times 1/6 = 4/6$ της διαδρομής

στο 5^ο 5-λεπτο στο $5 \times 1/6 = 5/6$ της διαδρομής

στο 6^ο 5-λεπτο στο $6 \times 1/6 = 6/6 = 1$ δηλαδή στο τέρμα.

Ο νέος σε κάθε 5-λεπτο περπατά το $5/20 = 1/4$ της διαδρομής.

στο 1^ο 5-λεπτο 0, δηλαδή βρίσκεται στην αρχή

στο 2^ο 5-λεπτο στο $5/20 = 1/4$ της διαδρομής.

στο 3^ο 5-λεπτο στο $1/4 + 1/4 = 2/4 = 1/2$ της διαδρομής, αλλά στο 3^ο πεντάλεπτο και ο

ηλ/νος βρίσκεται στο μέσον.

Άρα θα συναντηθούν στην μέση.

36. Αφού οι τρεις φίλοι χώρισαν τα 18 ψάρια τους σε τέσσερις ίσες μερίδες, η κάθε μερίδα θα αποτελείται από 4 ψάρια και μισό ψάρι ακόμα.

Ο Γιώργος συμμετέχει στο γεύμα με 5 ψάρια, οπότε αφού η μερίδα του έχει 4,5 ψάρια, το μισό ψάρι που του λείπει προσφέρεται για το σχηματισμό της μερίδας του Ιταλού. Αρκεί λοιπόν να βρούμε πόσο κοστίζει το μισό ψάρι.

Ο Βασίλης, που συμμετέχει στο γεύμα με 6 ψάρια, προσφέρει 1,5 ψάρι για το σχηματισμό της μερίδας του Ιταλού αφού τα υπόλοιπα 4,5 αποτελούν τη δική του μερίδα. Για το 1,5 ψάρι ο Βασίλης παίρνει από τα χρήματα του Ιταλού 6 ευρώ, άρα το μισό ψάρι κάνει $6:3 = 2$ ευρώ.

Άρα ο Γιώργος, για το μισό ψάρι που πρόσφερε στον Ιταλό πρέπει να πάρει 2 ευρώ από τα χρήματα που άφησε για να πληρώσει το φαγητό του.

37. Σε 15 ώρες (το ΕΚΠ των 3, 5) οι Α και Β γεμίζουν 5 δεξαμενές, ενώ η Α γεμίζει 3 ίδιες δεξαμενές. Επομένως σε 15 ώρες, η Β γεμίζει $5-3=2$ δεξαμενές, άρα η Β τη γεμίζει σε $15:2=7,5$ ώρες. Η Γ βρύση γεμίζει τη δεξαμενή σε 15 ώρες, δηλαδή και οι τρεις μαζί γεμίζουν 6 δεξαμενές σε 15 ώρες. Επομένως, οι Α, Β και Γ από κοινού, γεμίζουν τη δεξαμενή σε $15:6=2,5$ ώρες.

38. Η 1η μαϊμού έφαγε το $1/3$ άρα περίσσεψαν το $1/2$.

Η 2η έφαγε το $1/3$ του $1/2$ άρα περίσσεψαν τα $2/3$ του $1/2$ δηλ.: $2/3 \times 1/2 = 1/3$

Η 3η έφαγε το $1/4$ του υπολοίπου άρα περίσσεψαν τα $3/4$ του υπολοίπου: $3/4 \times 1/3 = 1/4$

Τέλος η 4η έφαγε το $1/5$ του υπολοίπου άρα απόμεινε τα $4/5$ του υπολοίπου: $4/5 \times 1/4 = 1/5$ του σωρού απόμεινε.

Αν αρχικά υπήρχαν 2015 φιστίκια τότε απόμειναν $2015 \times 1/5 = 403$ φιστίκια.

39. Σε μια γιορτή, 6 παιδιά έφαγαν το 75% μιας τούρτας σε 9 λεπτά.

α) Τους μένει ακόμα το $100\% - 75\% = 25\%$ της τούρτας. Όμως είναι $25\% = 1/3 \times 75\%$, άρα θα χρειαστούν ακόμα $1/3 \times 9 = 3$ λεπτά.

β) Στην επόμενη γιορτή, τα παιδιά είναι $6 + 50\% \times 6 = 6 + 50/100 \times 6 = 6 + 3 = 9$. Από το α) ερώτημα γνωρίζουμε ότι τα 6 παιδιά χρειάζονται $9 + 3 = 12$ λεπτά για τη μια τούρτα, άρα 24 λεπτά για τις 2 τούρτες. Επομένως το ένα παιδί χρειάζεται $6 \times 24 = 144$ λεπτά για να φάει 2 τούρτες, άρα τα 9 παιδιά χρειάζονται $144 / 9 = 16$ λεπτά για να φάνε 2 τούρτες.

40. α) αλεύρι: $\frac{80}{100} \cdot 40 = 32 \text{ κ.}$

ζυμάρι: $\frac{150}{100} \cdot 32 = 48 \text{ κ.}$

ψωμί: $\frac{80}{100} \cdot 48 = 38,4 \text{ κ.}$

ζυμάρι	ψωμί	$80 \cdot x = 100 \cdot 72$
100	80	$x = \frac{7200}{80} = 90 \text{ κ. ζυμάρι}$
x	72	

αλεύρι	ζυμάρι	$150 \cdot x = 100 \cdot 90$
100	150	$x = \frac{9000}{150} = 60 \text{ κ. αλεύρι}$
x	90	

σιτάρι	αλεύρι	$80 \cdot x = 100 \cdot 60$
100	80	$x = \frac{6000}{80} = 75 \text{ κ. σιτάρι}$
x	60	

41. Ας υποθέσουμε ότι το μέρος της πλατείας που περπατάνε κατά την διαδρομή τους είναι 100 ίσα πλακάκια. [Ο αριθμός 100 επιλέχθηκε επειδή είναι κοινό πολλαπλάσιο των 12,5 και 50]. Ο γρήγορος, ας τον πούμε Α, κάνει τον γύρο της πλατείας σε 12,5 δεύτερα άρα περπατάει με ρυθμό $100:12,5 = 8$ πλακάκια ανά δευτερόλεπτο. Ο αργός, ας τον πούμε Β, κάνει τον γύρο της πλατείας σε 50 δεύτερα άρα περπατάει με ταχύτητα $100:50=8$ πλακάκια ανά δευτερόλεπτο. Επειδή περπατάνε σε αντίθετες κατευθύνσεις, μαζί περπατάνε $8+2=10$ πλακάκια κάθε δευτερόλεπτο. Οπότε για να καλυφθεί η απόσταση των 100 πλακακιών, όταν κάθε δευτερόλεπτο διανύουν μαζί 10 πλακάκια, χρειάζεται χρόνος $100:10 = 10$ δευτερόλεπτα.

[Αν επιλέγαμε σύνολο 50 πλακάκια θα είχαμε $50:12,5= 4$ ο Α, $50:50=1$ ο Β, μαζί $4+1=5$ πλακάκια και $50: 5 = 10$ δευτερόλεπτα χρόνος για να συναντηθούν .

Αν επιλέγαμε σύνολο 150 πλακάκια θα είχαμε $150:12,5= 12$ ο Α, $150:50=3$ ο Β, μαζί $12+3=15$ πλακάκια και $150: 15 = 10$ δευτερόλεπτα χρόνος για να συναντηθούν .

Αν επιλέγαμε σύνολο 200 πλακάκια θα είχαμε $200:12,5= 16$ ο Α, $200:50=4$ ο Β, μαζί $16+4=20$ πλακάκια και $200: 20 = 10$ δευτερόλεπτα χρόνος για να συναντηθούν.]

42. 1^η λύση

Παρατηρώ ότι αν είχε όσες σωστές και τόσες λάθος απαντήσεις τότε θα είχε $20 - 10 = 10$ βαθμούς. Επειδή έχει παραπάνω βαθμούς, έχει και παραπάνω σωστές απαντήσεις. Επίσης, παρατηρώ ότι για κάθε επιπλέον σωστή απάντηση έχει μια λιγότερη λάθος απάντηση. Άρα για κάθε επιπλέον σωστή απάντηση έχεις 3 βαθμούς επιπλέον. Αφού $16-10 = 6$. Έχει δύο επιπλέον σωστές απαντήσεις. Σύνολο: 12 σωστές απαντήσεις. Επομένως, οι λανθασμένες θα είναι $20-12 = 8$.

2^η λύση

Αν όλες οι απαντήσεις ήταν σωστές θα είχε $20 \times 2 = 40$ βαθμούς.

Αν είχε 19 απαντήσεις σωστές και 1 λάθος, θα είχε $19 \times 2 - 1 \times 1 = 38 - 1 = 37$ βαθμούς.

Αν είχε 18 απαντήσεις σωστές και 2 λάθος, θα είχε $18 \times 2 - 2 \times 1 = 36 - 2 = 34$ βαθμούς.

Δηλαδή κάθε λάθος απάντηση οδηγεί σε αφαίρεση 3 βαθμών.

Αν από το άριστα που είναι το 40 αφαιρέσουμε το 16 που είναι η βαθμολογία, θα βρούμε πόσες ήταν οι λάθος απαντήσεις $40-16=24$ και $24:3 = 8$, οπότε 8 ήταν οι λάθος απαντήσεις και επαληθεύουμε:

12 σωστές απαντήσεις και 8 λάθος είναι $12 \times 2 - 8 \times 1 = 24 - 8 = 16$ βαθμοί, δεκτή

3^η λύση (με δοκιμές)

20 σωστές απαντήσεις και 0 λάθος είναι $20 \times 2 - 0 \times 1 = 40 - 0 = 40$ βαθμοί

19 σωστές απαντήσεις και 1 λάθος είναι $19 \times 2 - 1 \times 1 = 38 - 1 = 37$ βαθμοί

18 σωστές απαντήσεις και 2 λάθος είναι $18 \times 2 - 2 \times 1 = 36 - 2 = 34$ βαθμοί

17 σωστές απαντήσεις και 3 λάθος είναι $17 \times 2 - 3 \times 1 = 34 - 3 = 31$ βαθμοί

16 σωστές απαντήσεις και 4 λάθος είναι $16 \times 2 - 4 \times 1 = 32 - 4 = 28$ βαθμοί

15 σωστές απαντήσεις και 5 λάθος είναι $15 \times 2 - 5 \times 1 = 30 - 5 = 25$ βαθμοί

14 σωστές απαντήσεις και 6 λάθος είναι $14 \times 2 - 6 \times 1 = 28 - 6 = 22$ βαθμοί

13 σωστές απαντήσεις και 7 λάθος είναι $13 \times 2 - 7 \times 1 = 26 - 7 = 19$ βαθμοί

12 σωστές απαντήσεις και 8 λάθος είναι $12 \times 2 - 8 \times 1 = 24 - 8 = 16$ βαθμοί, δεκτή

11 σωστές απαντήσεις και 9 λάθος είναι $11 \times 2 - 9 \times 1 = 22 - 9 = 13$ βαθμοί

10 σωστές απαντήσεις και 10 λάθος είναι $10 \times 2 - 10 \times 1 = 20 - 10 = 10$ βαθμοί ,

Παρατηρούμε ότι για λιγότερες σωστές απαντήσεις από 10, βγαίνουν οι βαθμοί λιγότερο από 10, αφού για κάθε λάθος απάντηση αφαιρούμε 3 βαθμούς κάθε φορά.

Άρα η μόνη δυνατή περίπτωση είναι 12 σωστές και 8 λάθος απαντήσεις.