

Θέματα Διαγωνισμού

2010-2024

Μαθηματικών Α' Γυμνασίου, δυο φάσεων

Εύδημος (1η) + Ίππαρχος (2η)

από το παράρτημα Ε.Μ.Ε. Δωδεκανήσου έκδοση: 16-11-2024

από τον Χρονόπουλο Τάκη (parmenides51)

Επειδή η ΕΜΕ δεν κάνει μαθηματικούς διαγωνισμούς για την Α' Γυμνασίου, τα δραστήρια τοπικά παραρτήματα, συνηθίζουν να κάνουν διαγωνισμούς για την Α' Γυμνασίου, ώστε να υπάρχει μια συνέχεια από τους διαγωνισμούς του Δημοτικού και μια εξοικείωση προς τους διαγωνισμούς της ΕΜΕ, που ξεκινάνε από την Β' Γυμνασίου.

Το παράρτημα ΕΜΕ Δωδεκανήσου διοργανώνει από το 2010 τον μαθηματικό διαγωνισμό για μαθητές Α' Γυμνασίου σε δυο φάσεις, η 1^η φάση λέγεται Εύδημος και η 2^η φάση λέγεται Ίππαρχος. .

Ας δούμε και τα θέματα του διαγωνισμού

2010-11 (1ος) Εύδημος + Ίππαρχος

2011-12 (2ος) Εύδημος + Ίππαρχος

2012-13 (3ος) Εύδημος + Ίππαρχος

2013-14 (4ος) Εύδημος + Ίππαρχος

2014-15 (5ος) Εύδημος + Ίππαρχος

2015-16 (6ος) Εύδημος + Ίππαρχος

2016-17 (7ος) Εύδημος + Ίππαρχος

2017-18 (8ος) Εύδημος + Ίππαρχος

2018-19 (9ος) Εύδημος + Ίππαρχος

2019-20 (10ος) Εύδημος + Ίππαρχος

2020-21 (11ος) δεν διεξήχθη λόγω Covid

2021-22 (12ος) Εύδημος + δεν διεξήχθη

2022-23 (13ος) Εύδημος + Ίππαρχος

2023-24 (14ος) Εύδημος + Ίππαρχος

2024-25 (15ος) Εύδημος

Για ευκολία χρησιμοποιήστε τους σελιδοδείκτες (bookmarks) στο αριστερό μέρος του pdf.

Πηγές για τα αρχεία: emedod.mysch.gr

Ευχαριστώ τον Γιώργο Χασσάπη για την βοήθειά του.

Η Σελίδα των Μαθηματικών Διαγωνισμών είναι η <http://parmenides51.blogspot.gr/p/eme.html> .

Ειδικότερα υλικό για μαθηματικούς διαγωνισμούς Ε-ΣΤ Δημοτικού και Α' Γυμνασίου συγκεντρώνεται εδώ: <https://parmenides51.blogspot.gr/2015/11/34613.html>

parmenides51

[facebook](https://www.facebook.com/parmenides51)

δημιουργός των μαθηματικών ιστοσελίδων:

για την αγάπη των μαθηματικών: <http://parmenides51.blogspot.gr>

για τους ρομαντικούς της Γεωμετρίας: <http://parmenides52.blogspot.gr>

geometry problems from IMOs: <http://imogeometry.blogspot.gr>



ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΕΤΑΙΡΕΙΑ

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ ΔΩΔΕΚΑΝΗΣΟΥ

1^{ος} ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΣ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ Α ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ «Ο ΕΥΔΗΜΟΣ»

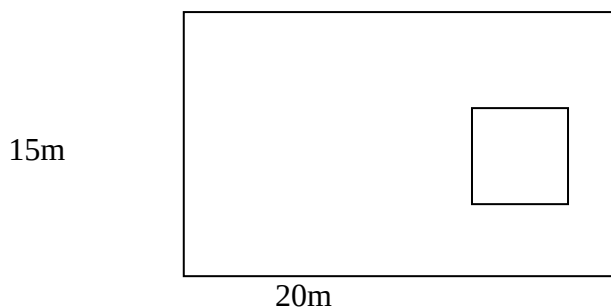
Σάββατο, 30 Οκτωβρίου 2010

Θέμα 1^ο

Να υπολογίσετε την αριθμητική τιμή της παράστασης: $A = 3 \cdot (306 + 58 : 2) + 3 + 3 \cdot 336 - 6$.

Θέμα 2^ο

Το παρακάτω σχήμα απεικονίζει την κάτοψη ενός χωραφιού, σχήματος ορθογωνίου, μέσα στο οποίο έχουμε κατασκευάσει μία τετράγωνη αποθήκη.



Αν το εμβαδόν του χωραφιού που μένει ακάλυπτο είναι τα $\frac{11}{12}$ του συνολικού εμβαδού, να υπολογίσετε το μήκος της πλευράς της αποθήκης.

Θέμα 3^ο

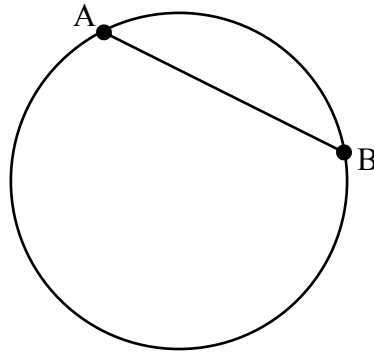
Το μοτίβο     επαναλαμβάνεται διαδοχικά 50 φορές και έχουμε το αποτέλεσμα:

Όπου:  τρίγωνο,  κύκλος,  τετράγωνο και  αστεράκι.
Να βρείτε τι
α) στην 15^η θέση
β) στην 113^η θέση.

Θέμα 4^ο

Κάθε ευθύγραμμο τμήμα που ενώνει δύο σημεία ενός κύκλου, ονομάζεται **χορδή** του κύκλου. Στο παρακάτω σχήμα φαίνεται ένας κύκλος και η χορδή του AB.



Δίνονται **έξι** σημεία που βρίσκονται πάνω σε έναν κύκλο.

- α) Βρείτε πόσες διαφορετικές χορδές μπορούμε να φέρουμε, ενώνοντας αυτά τα έξι σημεία ανά δύο.
β) Δύο παίκτες A και B παίζουν ένα παιχνίδι: καθένας με τη σειρά του, φέρνει μία ή δύο χορδές στον παραπάνω κύκλο με τα έξι σημεία. Νικητής είναι αυτός που θα φέρει την τελευταία χορδή. Αν παίζει πρώτος ο A, ποια τακτική πρέπει να ακολουθήσει ο B ώστε να κερδίσει σίγουρα;

ΟΔΗΓΙΕΣ

Διάρκεια εξέτασης: τρεις (3) ώρες.

Να λύσετε και τα (4) θέματα

Δυνατή αποχώρηση: (1) ώρα μετά την παραλαβή των θεμάτων

Σας ευχόμαστε επιτυχία!!!



ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΕΤΑΙΡΕΙΑ

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ ΔΩΔΕΚΑΝΗΣΟΥ

2^{ος} ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΣ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ Α ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ «Ο ΕΥΔΗΜΟΣ»

Σάββατο, 19 Νοεμβρίου 2011

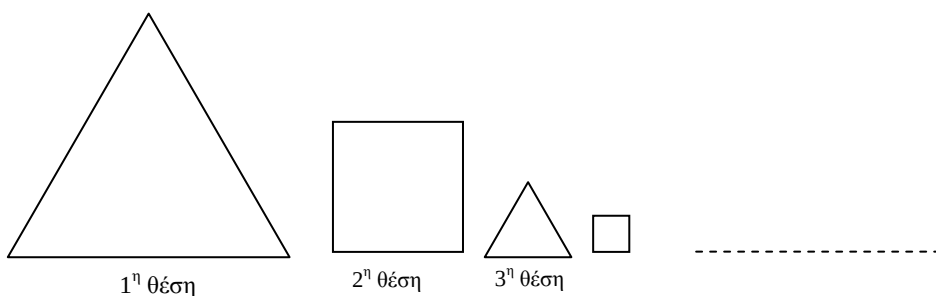
Θέμα 1^ο

Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης:

$$A = (2^5 - 3^3) \cdot (28 : 7 - 2^2) + \left[(2^3 + 8) \cdot 2^6 + 3 \cdot (2 \cdot 10^2 + 3 \cdot 43) \right] \cdot \frac{14 - 3^2}{5}$$

Θέμα 2^ο

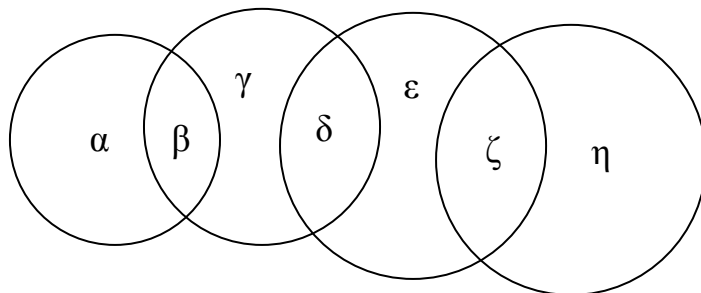
Σε μία σειρά με σχήματα έχουμε διαδοχικά ισόπλευρα τρίγωνα και τετράγωνα όπως φαίνεται στο σχήμα που ακολουθεί:



Η πλευρά κάθε σχήματος είναι μισή από την πλευρά του προηγούμενου. Αν η περίμετρος του πρώτου σχήματος είναι 3072 cm, να βρείτε:

- την περίμετρο του σχήματος που βρίσκεται στην 5^η θέση.
- Σε ποια θέση βρίσκεται το σχήμα που έχει περίμετρο 4 cm;

Θέμα 3^ο



Στο παραπάνω σχήμα, στη θέση των γραμμάτων **α, β, γ, δ, ε, ζ, η** να βάλετε τους αριθμούς **1, 2, 3, 4, 5, 6, 7**, μία φορά τον καθένα, ώστε μέσα σε κάθε κύκλο το άθροισμα των αριθμών να είναι 9. Δηλαδή $\alpha + \beta = 9$, $\beta + \gamma + \delta = 9$, κ.τ.λ.

Θέμα 4^ο

Σε τουρνουά μπάσκετ έχουμε 11 ομάδες. Το τουρνουά διεξάγεται σε 4 αγωνιστικές ημέρες: Πέμπτη – Παρασκευή – Σάββατο – Κυριακή. Σε κάθε αγωνιστική γίνονται 4 ακριβώς αγώνες. Κάθε ομάδα παίζει το πολύ έναν αγώνα την αγωνιστική και κάθε αγωνιστική παίζει με διαφορετικό αντίπαλο.

α) Να αποδειχθεί ότι υπάρχουν τουλάχιστον 6 ομάδες που στο τέλος του τουρνουά, 2 από αυτές δεν θα έχουν παίξει μεταξύ τους.

β) Να αποδειχθεί ότι στο τέλος του τουρνουά υπάρχουν τουλάχιστον τρεις ομάδες που δεν έχουν παίξει μεταξύ τους.

ΟΔΗΓΙΕΣ

Διάρκεια εξέτασης: τρεις (3) ώρες.

Να λύσετε και τα (4) θέματα

Δυνατή αποχώρηση: (1) ώρα μετά την παραλαβή των θεμάτων

Σας ευχόμαστε επιτυχία!!!



ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΕΤΑΙΡΕΙΑ

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ ΔΩΔΕΚΑΝΗΣΟΥ

3^{ος} ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΣ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ Α ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ «Ο ΕΥΔΗΜΟΣ»

Σάββατο, 20 Οκτωβρίου 2012

Θέμα 1^ο

A) Να αποδείξετε ότι : $\frac{\alpha + 1}{\alpha} = 1 + \frac{1}{\alpha}$

B) Να συγκρίνετε τους αριθμούς : $\alpha = \frac{2011}{2012}$ και $\beta = \frac{2012}{2013}$

Γ) Έστω οι αριθμητικές παραστάσεις

$$A = 2 + \frac{3}{2} + \frac{4}{3} + \frac{5}{4} + \dots + \frac{2013}{2012} \quad \text{και} \quad B = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{2012}$$

Να υπολογίσετε την αριθμητική τιμή της διαφοράς $A - B$.

Θέμα 2^ο

Ορίζουμε την πράξη $\#$ μεταξύ δύο φυσικών αριθμών α και β ως εξής:

$\alpha \# \beta = \alpha + \beta + \alpha \cdot \beta$. Για παράδειγμα $2 \# 4 = 2 + 4 + 2 \cdot 4 = 2 + 4 + 8 = 14$.

A) Να υπολογιστεί το $32 \# 25$

B) Να υπολογιστεί το $(2 \# 3) \# (4 \# 5)$

Γ) Αν ο α είναι άρτιος (ζυγός) και ο β είναι περιττός (μονός) αριθμός να δικαιολογήσετε γιατί ο αριθμός $\alpha \# \beta$ είναι πάντα περιττός αριθμός.

Δ) Ποιος είναι ο αριθμός αν είναι γνωστό ότι $\alpha \# 6 = 41$;

Ε) Να βρείτε δύο φυσικούς αριθμούς α, β τέτοιους ώστε $\alpha \# \beta = 19$.

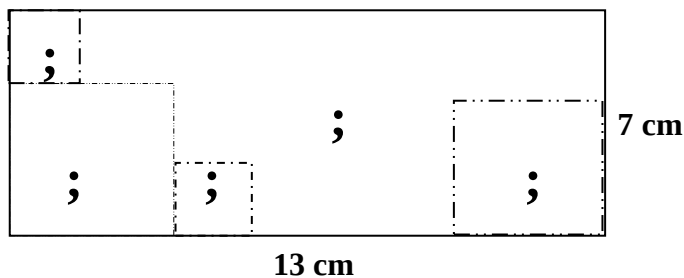
Θέμα 3^ο

Γράφουμε στη σειρά τους φυσικούς αριθμούς 1, 2, 3, ... μέχρι να προκύψει ένας φυσικός αριθμός που έχει 200 ψηφία, δηλαδή ο αριθμός $\alpha = 12345678910111213\dots x$, όπου x το διακοσιοστό ψηφίο.

- Α) Ποιο το πεντηκοστό ψηφίο του αριθμού α ;
- Β) Να αποδείξετε ότι ο τελευταίος φυσικός αριθμός που θα χρησιμοποιηθεί για να φτιάξουμε τον αριθμό α είναι τριψήφιος και δεν θα χρησιμοποιήσουμε όλα του τα ψηφία.
- Γ) Να εξετάσετε αν ο αριθμός α διαιρείται με το 10.
- Δ) Ποια τα τρία τελευταία ψηφία του αριθμού α ;

Θέμα 4^ο

Έχουμε ένα ορθογώνιο παραλληλόγραμμο με μήκος 13cm και πλάτος 7 cm. Να βρείτε τρόπο ώστε να χωριστεί ακριβώς σε τετράγωνα με πλευρές φυσικούς αριθμούς, που να είναι όλα άνισα μεταξύ τους και να βρείτε τα μήκη των πλευρών αυτών των τετραγώνων.



Διάρκεια εξέτασης: τρεις (3) ώρες.

Σας ευχόμαστε επιτυχία!!!



ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΕΤΑΙΡΕΙΑ

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ ΔΩΔΕΚΑΝΗΣΟΥ

4^{ος} ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΣ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ Α ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ «Ο ΕΥΔΗΜΟΣ»

Σάββατο, 19 Οκτωβρίου 2013

ΘΕΜΑ 1^ο

Θεωρούμε τους αριθμούς που ορίζονται από τις παραστάσεις A και B ως εξής:

$$A = \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \frac{1}{2^4} \text{ και } B = \frac{11}{24} - \frac{3}{12} + \frac{1}{6}.$$

Να υπολογίσετε τις αριθμητικές τιμές (εξαγόμενα) των παρακάτω παραστάσεων (τοποθετώντας στη θέση των A και B τις παραπάνω παραστάσεις).

α) $\left(A + \frac{1}{16}\right)\left(B - \frac{1}{24}\right)$

β) $\left(A + \frac{1}{16}\right)^2 + \left(B - \frac{1}{24}\right)^2$

γ) $\frac{671}{\left(B - \frac{1}{24}\right)}$

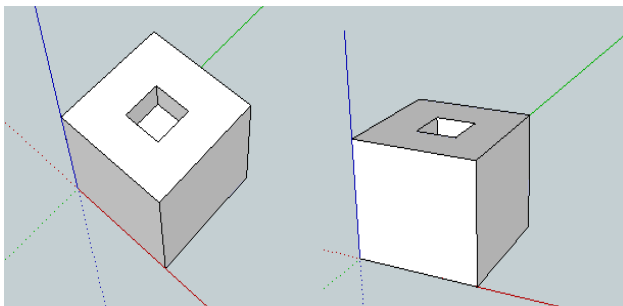
ΘΕΜΑ 2^ο

Στην εικόνα φαίνονται δυο διαφορετικές τοποθετήσεις του ίδιου ξύλινου κύβου που έχει ακμή 3 μέτρα. Μια κυβική τρύπα με ακμή 1 μέτρο έχει γίνει στο κέντρο μιας όψης του.

Οι ακμές της τρύπας είναι παράλληλες στις ακμές του κύβου.

α) Να βρείτε τον όγκο του στερεού που προκύπτει, μετά την δημιουργία της τρύπας, όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα..

β) Να βρείτε το εμβαδόν ολόκληρης της ξύλινης επιφάνειας, μετά την δημιουργία της τρύπας.



Σας θυμίζουμε ότι τετράγωνο με **πλευρά α** έχει εμβαδόν $E = \alpha^2$
και κύβος με **ακμή α** έχει όγκο $V = \alpha^3$.

ΘΕΜΑ 3^ο

Την ώρα της γυμναστικής, ο γυμναστής έβαλε κάποιους μαθητές στη σειρά, τον ένα δίπλα στον άλλον. Τους αριθμήσε από δεξιά προς τα αριστερά 1° , 2° , 3° , ...κλπ και από αριστερά προς τα δεξιά 1° , 2° , 3° , ...κλπ. Στη συνέχεια ζήτησε να έρθουν ένα βήμα μπροστά ο 5° από την αριστερή μεριά της σειράς και ο 5° από την δεξιά μεριά της σειράς.

Να απαντήσετε στα παρακάτω ερωτήματα.

- α) Ποιο το μικρότερο δυνατό πλήθος μαθητών που θα μπορούσαν να μουν στη σειρά;
- β) Αν οι δύο μαθητές που ήρθαν ένα βήμα μπροστά, στεκόντουσαν στην αρχική σειρά δίπλα – δίπλα, πόσοι ήταν οι μαθητές της αρχικής σειράς;
- γ) Εξετάστε αν υπάρχει περίπτωση να έρθει μπροστά μόνο ένας μαθητής.

Να αιτιολογήσετε όλες τις απαντήσεις σας.

ΘΕΜΑ 4^ο

Παρακάτω δίνονται με ένα παράδειγμα, οι απαραίτητες οδηγίες για να καταλάβετε την έννοια του **μεγαλύτερου γνήσιου διαιρέτη**. Διαβάστε τις οδηγίες προσεκτικά και απαντήστε στα ερωτήματα που ακολουθούν. Οι απαντήσεις σε όλα τα ερωτήματα πρέπει να δικαιολογηθούν.

ΟΔΗΓΙΕΣ

Οι διαιρέτες του φυσικού αριθμού 12 είναι οι αριθμοί 1, 2, 3, 4, 6, 12.

Αν εξαιρεθεί ο αριθμός 12, από αυτούς, τότε απομένουν οι διαιρέτες 1, 2, 3, 4, 6 και ο μεγαλύτερος τους είναι ο 6. Λέμε ότι ο **μεγαλύτερος γνήσιος διαιρέτης** του 12 είναι ο 6.

Δηλαδή, για κάθε φυσικό αριθμό μεγαλύτερο από τη μονάδα λέμε ότι ο **μεγαλύτερος γνήσιος διαιρέτης** του είναι ο μεγαλύτερος από τους διαιρέτες του αν από αυτούς εξαιρέσουμε τον ίδιο τον φυσικό αριθμό.

ΕΡΩΤΗΜΑΤΑ

- α) Να βρεθούν οι διαιρέτες του 39 και ο μεγαλύτερος γνήσιος διαιρέτης του 39.
- β) Να βρεθεί ο μεγαλύτερος γνήσιος διαιρέτης του 52.
- γ) Να βρείτε ποιοι από τους αριθμούς 26, 39, 52, 65, 78 και 91 έχουν μεγαλύτερο γνήσιο διαιρέτη το 13.
- δ) Να βρεθούν όλοι οι αριθμοί που έχουν μεγαλύτερο γνήσιο διαιρέτη τον 13.

Σας ευχόμαστε επιτυχία



ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΕΤΑΙΡΕΙΑ ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ ΔΩΔΕΚΑΝΗΣΟΥ

5^{ος} ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΣ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ Α' ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

«Ο ΕΥΔΗΜΟΣ»

Σάββατο 1 Νοεμβρίου 2014

ΘΕΜΑ 1^ο

Να υπολογίσετε την αριθμητική τιμή της παράστασης:

$$A = (9 + 3 \cdot 2 - 14 : 2) \cdot (5^2 + 10^2) + 2 \cdot (5^3 + 2 \cdot 3 \cdot 5^2) + 2^3 \cdot 15 + 22 \cdot 17 - 120 : 4$$

ΘΕΜΑ 2^ο

Για τους φυσικούς αριθμούς x, y ισχύει η σχέση: $3x + 2y = 13$.

Α) Μπορεί το x να είναι άρτιος (ζυγός) αριθμός; Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

Β) Μπορεί το y να είναι πολλαπλάσιο του 3; Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

Γ) Ποια είναι όλα τα ζεύγη των τιμών που μπορούν να πάρουν τα x, y ώστε να επαληθεύουν την αρχική σχέση;

ΘΕΜΑ 3^ο

Στην αυλή ενός σχολείου πρόκειται να δημιουργηθεί ένα ψηφιδωτό με άσπρες και μαύρες ψηφίδες. Ο τεχνίτης ζήτησε από τους μαθητές να τον βοηθήσουν φτιάχνοντας μικρούς σωρούς με τον παρακάτω τρόπο:

1^{ος} σωρός: 2 άσπρες και 3 μαύρες ψηφίδες.

2^{ος} σωρός: 4 άσπρες και 6 μαύρες ψηφίδες.

3^{ος} σωρός: 6 άσπρες και 9 μαύρες ψηφίδες.

4^{ος} σωρός: ... άσπρες και ... μαύρες ψηφίδες.

..... κ.ο.κ.

Α) Μπορεί κάποιος σωρός να έχει συνολικά 197 ψηφίδες; Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

Β) Κάποιος σωρός έχει συνολικά 100 ψηφίδες. Να βρείτε πόσες από αυτές είναι άσπρες και πόσες μαύρες.

Γ) Ποιος είναι ο σωρός που έχει 100 ψηφίδες;

Δ) Πόσες άσπρες και πόσες μαύρες ψηφίδες θα έχει ο επόμενος σωρός από αυτόν που έχει 100 ψηφίδες;

ΘΕΜΑ 4^ο

Ένα ορθογώνιο ΑΒΓΔ αποτελείται από 1 άσπρο, 3 κόκκινα και 3 πράσινα τετράγωνα. Ξέρουμε ότι η πλευρά κάθε κόκκινου τετραγώνου είναι 8 cm, τα πράσινα τετράγωνα είναι όλα ίσα μεταξύ τους και η πλευρά τους είναι φυσικός αριθμός. Ξέρουμε ότι η διακεκομμένη διαδρομή ΔΜΠΕΒ έχει μήκος 50 cm. Να βρεθούν:

Α) Η πλευρά του άσπρου τετραγώνου.

Β) Η πλευρά κάθε πράσινου τετραγώνου.

Γ) Το ποσοστό του εμβαδού των τριών πράσινων τετραγώνων ως προς το συνολικό εμβαδόν του ορθογωνίου ΑΒΓΔ.



Καλή τύχη!



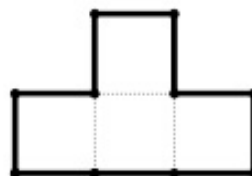
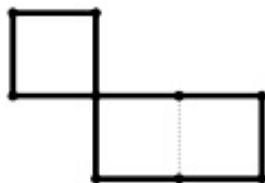
ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΕΤΑΙΡΕΙΑ
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ ΔΩΔΕΚΑΝΗΣΟΥ
6^{ος} ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΣ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ Α' ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ
«Ο ΕΥΔΗΜΟΣ»
Σάββατο, 14 Νοεμβρίου 2015

ΘΕΜΑ 1^ο

Να βρείτε όλες τις δυνατές τιμές του φυσικού αριθμού α , έτσι ώστε το κλάσμα $\frac{\alpha}{5}$ να είναι μεταξύ των κλασμάτων $\frac{17}{6}$ και $\frac{9}{4}$.

ΘΕΜΑ 2^ο

Στα παρακάτω παραδείγματα φαίνεται πώς με 10 όμοια σπέρτα μπορούμε να φτιάξουμε σχήματα που έχουν εμβαδόν 3 και 4 αντίστοιχα, όπου μονάδα μέτρησης είναι το τετράγωνο πλευράς ενός σπέρτου.

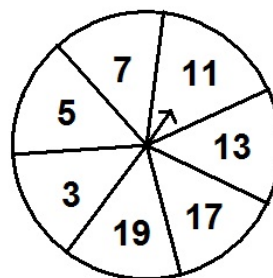


Να σχεδιάσετε παρόμοια σχήματα χρησιμοποιώντας ακριβώς 12 σπέρτα που το εμβαδόν τους να είναι:

- α)3 β)4 γ)5 δ)6 ε)7

ΘΕΜΑ 3^ο

Στο διπλανό σχήμα φαίνεται ένας τροχός τύχης που περιέχει τους αριθμούς 3, 5, 7, 11, 13, 17 και 19. Περιστρέφουμε τον τροχό και όταν σταματήσει το βέλος δείχνει ένα αριθμό, όπως στο παράδειγμά μας τον αριθμό 11. Κατόπιν γράφουμε στη σειρά όλους τους αριθμούς ξεκινώντας από τον επόμενο και προκύπτει ο αριθμός 13171935711.



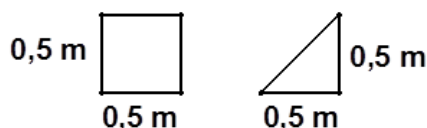
α) Ποιον αριθμό πρέπει να δείξει το βέλος όταν σταματήσει ο τροχός ώστε να προκύψει ο μεγαλύτερος δυνατός αριθμός και ποιον ώστε να προκύψει ο μικρότερος δυνατός αριθμός; (Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας)

β) Να εξηγήσετε γιατί όλοι οι αριθμοί που προκύπτουν είναι πολλαπλάσια του 3.

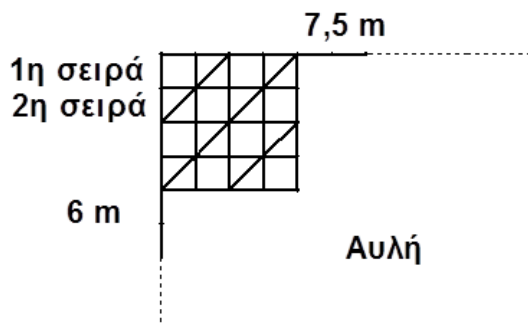
γ) Να εξηγήσετε γιατί το άθροισμα όλων των διαφορετικών αριθμών που μπορούν να προκύψουν διαιρείται με το 5.

ΘΕΜΑ 4^ο

Μια ορθογώνια αυλή έχει μήκος 7,5 m και πλάτος 6 m. Για να πλακοστρώσουμε την αυλή χρησιμοποιούμε τετραγωνικά και τριγωνικά πλακάκια όπως φαίνεται στο σχήμα 1. Η πλακόστρωση γίνεται σύμφωνα με το μοτίβο του σχήματος 2.



Σχήμα 1



Σχήμα 2

α) Πόσα τετραγωνικά και πόσα τριγωνικά πλακάκια θα έχει η 2η σειρά και πόσα η 7η;

β) Πόσα πλακάκια από κάθε είδος θα χρειαστούμε συνολικά για την πλακόστρωση;

γ) Αν η πλακόστρωση γινόταν με το ίδιο μοτίβο αλλά χρησιμοποιώντας όμοια πλακάκια μισών διαστάσεων από τα προηγούμενα, πόσα πλακάκια από κάθε είδος θα χρειαζόμασταν;

Καλή διασκέδαση!



ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΕΤΑΙΡΕΙΑ

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ ΔΩΔΕΚΑΝΗΣΟΥ

7^{ος} ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΣ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ Α΄ ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

«Ο ΕΥΔΗΜΟΣ»

Σάββατο 12 Νοεμβρίου 2016

ΘΕΜΑ 1^ο

α) Να υπολογίσετε τις αριθμητικές τιμές των παρακάτω παραστάσεων Κ και Λ

$$K = 2^2 \cdot (2^2 + 2^2) \cdot (2^3 + 1^2) \cdot (2^2 + 2^1 + 1)$$

$$\Lambda = (1^{2016} + 2^1) \cdot (2^2 + 2^3) - 2^5 + 2 \cdot (2^3 - 2^2)$$

β) Να απλοποιήσετε μέχρι να γίνει ανάγωγο το κλάσμα $\frac{K}{\Lambda + 51}$, όπου Κ και Λ οι αριθμητικές τιμές των παραστάσεων που υπολογίσατε στο προηγούμενο ερώτημα.

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ 2^ο

Ένα σχολείο έχει συνολικά 357 μαθητές και τα $\frac{4}{7}$ από αυτούς είναι κορίτσια.

Τα $\frac{5}{9}$ των αγοριών και το $\frac{1}{6}$ των κοριτσιών παίζουν βόλεϊ.

α) Πόσα είναι τα κορίτσια και πόσα τα αγόρια του σχολείου αυτού;

β) Πόσα παιδιά του σχολείου παίζουν βόλεϊ συνολικά;

γ) Στο σχολείο αυτό ήρθαν με μετεγγραφή δύο κορίτσια και τρία αγόρια ακόμη. Ποιο κλάσμα του συνόλου των μαθητών του σχολείου αποτελούν τώρα όλα τα κορίτσια και ποιο κλάσμα όλα τα αγόρια;

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ 3^ο

Αν γράψουμε στη σειρά τους αριθμούς 2000, 2001, 2002, 2003, ..., 2016, 2017 προκύπτει ο αριθμός $A = 2000200120022003....20162017$.

- α) Πόσα ψηφία έχει ο αριθμός A;
 - β) Πόσες φορές εμφανίζεται κάθε ψηφίο στον αριθμό A;
 - γ) Να εξετάσετε αν ο αριθμός A είναι πρώτος ή σύνθετος.
- Να δικαιολογήσετε όλες τις απαντήσεις σας.

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ 4^ο

Σε ημιευθεία Αx με αρχή το σημείο A, τοποθετούμε κατάλληλα διαδοχικά σημεία B, Γ, Δ, Ε, ... κτλ και δημιουργούνται διαδοχικά ευθύγραμμα τμήματα με μήκη $AB = 4$, $BΓ = 6$, $ΓΔ = 8$, $ΔΕ = 10$, ...κτλ ώστε κάθε επόμενο ευθύγραμμο τμήμα έχει μήκος κατά δύο μονάδες μήκους μεγαλύτερο από το προηγούμενο ευθύγραμμο τμήμα.

- α) Αν το πρώτο σημείο είναι το A, ποια είναι η απόσταση του έβδομου κατά σειρά σημείου από το A;
- β) Πόσα το πολύ σημεία μπορούν να τοποθετηθούν στη σειρά ώστε το τελευταίο να απέχει από το A απόσταση μικρότερη από 110 μονάδες μήκους;
- γ) Ποιος είναι ο ελάχιστος αριθμός σημείων που πρέπει να τοποθετήσουμε στην ημιευθεία αυτή ώστε ένα από αυτά να είναι το μέσο του ευθυγράμμου τμήματος με άκρα το A και το τελευταίο σημείο και ποιο κατά σειρά σημείο είναι αυτό το μέσο;

Μονάδες 5

Σας ευχόμαστε επιτυχία

- ❖ Να απαντήσετε σε όλα τα θέματα
- ❖ Ελάχιστος χρόνος παραμονής 1 ώρα
- ❖ Σχήματα μπορούν να γίνουν και με μολύβι
- ❖ Να δικαιολογήσετε όλες τις απαντήσεις σας



ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΕΤΑΙΡΕΙΑ
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ ΔΩΔΕΚΑΝΗΣΟΥ
8^{ος} ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΣ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ Α' ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ
«Ο ΕΥΔΗΜΟΣ»
ΣΑΒΒΑΤΟ 11 ΝΟΕΜΒΡΙΟΥ 2017

ΘΕΜΑ 1^ο

Να υπολογισθεί η τιμή της παράστασης

$$2^4 + 1^{12} + \left(\frac{8}{3} - \frac{4}{6}\right)^4 \left(1 + \frac{3}{8} : \frac{5}{4} + \frac{37}{10}\right)^3$$

ΘΕΜΑ 2^ο

Έχουμε συνολικά 40 καραμέλες που είναι πράσινες, κόκκινες, κίτρινες και μπλε.

Αν πάρω τις μισές πράσινες, τις μισές κόκκινες, 4 κίτρινες και 2 μπλε τότε έχω 20 καραμέλες.

Α) Να βρείτε πόσες είναι οι πράσινες και οι κόκκινες μαζί, στις αρχικές 40 καραμέλες.

Β) Να βρείτε πόσες είναι οι κίτρινες και οι μπλε, στις αρχικές 40 καραμέλες.

Γ) Στις αρχικές 40 καραμέλες οι μπλε είναι 2 περισσότερες από τις κίτρινες. Να βρείτε πόσες είναι οι κίτρινες και πόσες οι μπλε στις 40 καραμέλες.

ΘΕΜΑ 3^ο

Χρησιμοποιούμε τα ψηφία 1, 2, 6, 7, 9 (όλα από μια φορά) για να κατασκευάσουμε πενταψήφιους αριθμούς τέτοιους ώστε να είναι πολλαπλάσια του 4 και η διαφορά του ψηφίου των μονάδων από το ψηφίο των δεκάδων χιλιάδων είναι 5.

Α) Να βρεθεί πόσους τέτοιους αριθμούς μπορούμε να δημιουργήσουμε;

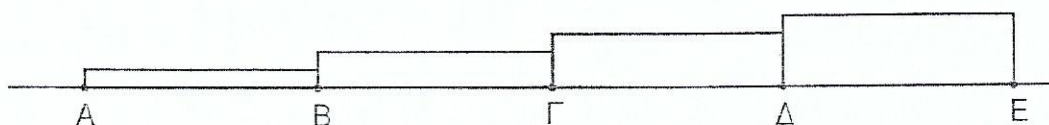
Β) Να τους διατάξετε από τον μικρότερο προς το μεγαλύτερο.

Γ) Να εξηγήσετε γιατί αν πάρουμε 3 από αυτούς τους αριθμούς και τους γράψουμε στη σειρά, ο δεκαπενταψήφιος αριθμός που δημιουργείται θα διαιρείται πάντοτε με το 3.

ΘΕΜΑ 4^ο

Σε μια ευθεία παίρνουμε τα σημεία Α, Β, Γ, Δ, Ε με τη σειρά αυτή, ώστε $AB = BG = ΓΔ = ΔΕ = \alpha$, όπου α φυσικός αριθμός.

Προς την ίδια μεριά της ευθείας κατασκευάζουμε τα ορθογώνια με ύψη 1, 2, 3, 4 και βάσεις αντίστοιχα ΑΒ, ΒΓ, ΓΔ και ΔΕ αντίστοιχα, όπως φαίνεται στο σχήμα.



Α) Να βρεθεί η μικρότερη τιμή του α ώστε το άθροισμα των εμβαδών των τεσσάρων παραπάνω ορθογωνίων να δημιουργεί τετράγωνο.

Β) Αν $\alpha = 10$ πώς θα τοποθετηθούν τα ορθογώνια του παραπάνω σχήματος, το ένα κολλητά στο άλλο, ώστε να δημιουργηθεί τετράγωνο;

Γ) Για $\alpha = 10$, κόβουμε μια λωρίδα πανί άσπρη, μια κόκκινη, μια κίτρινη και μια μπλε, ίσες αντίστοιχα με τα ορθογώνια που έχουν βάση το ΑΒ, ΒΓ, ΓΔ και ΔΕ. Κατασκευάζουμε μια τετράγωνη σημαία ράβοντας μεταξύ τους τις τέσσερις αυτές λωρίδες. Να βρείτε πόσες διαφορετικές μορφές μπορεί να έχει αυτή η σημαία, αν κρεμαστεί σε κοντάρι από δύο διαδοχικές κορυφές της.

Σημείωση. Έχουμε προβλέψει στο ράψιμο να μην αλλάζουν τα μεγέθη των ορθογωνίων.

ΟΔΗΓΙΕΣ

- Να απαντήσετε σε όλα τα θέματα δίνοντας όλες τις απαραίτητες εξηγήσεις.
- Διάρκεια εξέτασης 3 ώρες

Έναρξη 9:00

Δυνατή Αποχώρηση 10:00

Λήξη 12:00

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ



ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΕΤΑΙΡΕΙΑ
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ ΔΩΔΕΚΑΝΗΣΟΥ
9^{ος} ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΣ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ Α΄ ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ
"Ο ΕΥΔΗΜΟΣ"
Σάββατο, 10 Νοεμβρίου 2018

ΘΕΜΑ 1^ο

i. Να υπολογίσετε τις παρακάτω παραστάσεις:

$$A = (3^2 - 1^5)^2 \cdot (1 + 2^2)^2 + 3 \cdot (5 \cdot 26 + 3^2) + 1^{123}$$

$$B = 2^3 \cdot 5^3 \cdot \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6}\right) + 3^2$$

Μονάδες 2

ii. Να παραγοντοποιήσετε, σε γινόμενο πρώτων παραγόντων, τις παραστάσεις $2 \cdot A - 6^2$ και $3 \cdot B - 27$.

Μονάδες 2

iii. Να γράψετε το πηλίκο $\Gamma = \frac{2 \cdot A - 6^2}{3 \cdot B - 27}$ και να το απλοποιήσετε.

Μονάδα 1

ΘΕΜΑ 2^ο

Στις κορυφές ενός τετραγώνου τοποθετούμε τους αριθμούς 8, 10, 8 και 11. Στη συνέχεια, κάνουμε αλλαγές στους αριθμούς αυτούς ως εξής: Σε κάθε κίνηση, προσθέτουμε σε δύο από τους τέσσερις αυτούς αριθμούς τον αριθμό 2.

i. Να βρείτε μετά από πόσες κινήσεις το άθροισμα όλων των αριθμών, της τελευταίας κίνησης, στις κορυφές του τετραγώνου είναι ίσο με 81.

Μονάδες 2

ii. Μετά από πόσες κινήσεις το άθροισμα όλων των αριθμών, της τελευταίας κίνησης, στις κορυφές του τετραγώνου θα ξεπεράσει το 100?

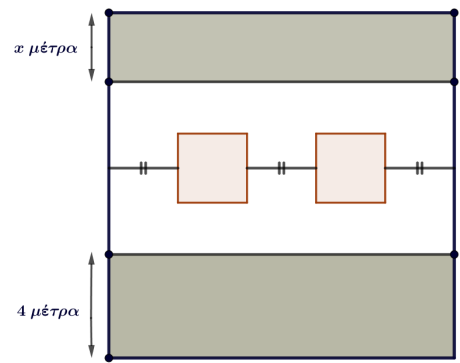
Μονάδες 2

iii. Μπορούμε, μετά από ένα πλήθος κινήσεων, να εμφανίσουμε τον ίδιο αριθμό και στις τέσσερις κορυφές του τετραγώνου?

Μονάδες 1

ΘΕΜΑ 3^ο

Ο κύριος Ηλίας αποφάσισε να ασχοληθεί με τη γεωργία και για αυτό το σκοπό αγόρασε ένα οικόπεδο. Το οικόπεδο αυτό έχει σχήμα τετράγωνο, με πλευρά μήκους 10 μέτρων. Αρχικά, ο κύριος Ηλίας χώρισε το οικόπεδο σε τρία ορθογώνια μέρη, όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα.



- Να βρείτε το μήκος x ώστε το εμβαδόν του μεσαίου ορθογώνιου να αντιστοιχεί στο 50% του συνολικού εμβαδού του οικοπέδου.
- Ο κύριος Ηλίας αποφασίζει να τοποθετήσει μέσα στο μεσαίο ορθογώνιο μέρος 2 τετράγωνα παρτέρια, με πλευρά ίση με τα $\frac{2}{5}$ του πλάτους του μεσαίου ορθογώνιου. Επιπλέον, όπως φαίνεται στο παραπάνω σχήμα, τα παρτέρια απέχουν μεταξύ τους και από τις κατακόρυφες πλευρές του οικοπέδου ίσες αποστάσεις. Να βρείτε την απόσταση αυτή.
- Πόσα τετραγωνικά πλακάκια πλευράς 0,5 μέτρων χρειάζεται ο κύριος Ηλίας για να πλακοστρώσει την υπόλοιπη επιφάνεια του μεσαίου μέρους του οικοπέδου;

Μονάδες 2+1+2

ΘΕΜΑ 4^ο

Σε έναν αθλητικό διαγωνισμό συμμετείχαν 12 ομάδες. Μετά από μια σειρά αγώνων προέκυψε η τελική κατάταξη των 12 ομάδων. Η οργανωτική επιτροπή του διαγωνισμού, έχοντας συγκεντρώσει το ποσό των 2α € από τα εισιτήρια των αγώνων, αποφάσισε να μοιράσει το ποσό αυτό στις ομάδες που συμμετείχαν στο διαγωνισμό ως εξής:

Η 1^η ομάδα θα πάρει το ποσό των α €. Η 2^η ομάδα θα πάρει το μισό ποσό σε σχέση με την 1^η. Η 3^η ομάδα θα πάρει το μισό ποσό σε σχέση με την 2^η. Συνεχίζοντας με τον ίδιο τρόπο μέχρι και την 12^η ομάδα, τελικά περισσεύει 1 €.

- Να βρείτε το αρχικό ποσό που συγκέντρωσε η οργανωτική επιτροπή.

Μονάδες 2

- Να δείξετε ότι η 5^η ομάδα θα πάρει περισσότερα χρήματα από όσα θα πάρουν οι ομάδες από την 6^η έως και τη 12^η θέση.

Μονάδες 2

- Να βρείτε τι κλάσμα του αρχικού ποσού αποτελούν τα χρήματα που θα πάρουν οι ομάδες με σειρά κατάταξης άρτιο αριθμό.

Μονάδα 1

Καλή τύχη!



ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΕΤΑΙΡΕΙΑ
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ ΔΩΔΕΚΑΝΗΣΟΥ
10^{ος} ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΣ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ Α΄ ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ
"Ο ΕΥΔΗΜΟΣ"
Σάββατο, 9 Νοεμβρίου 2019

ΘΕΜΑ 1^ο

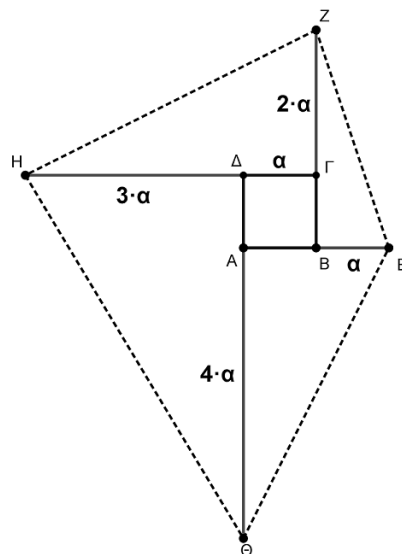
Έχουμε ένα τετράγωνο $AB\Gamma\Delta$ με πλευρά μήκους α μέτρων, όπου α φυσικός αριθμός. Προεκτείνουμε την πλευρά AB κατά τμήμα BE μήκους α μέτρων, την πλευρά $B\Gamma$ κατά τμήμα μήκους $2 \cdot \alpha$ μέτρων, την πλευρά $\Gamma\Delta$ κατά τμήμα ΔH μήκους $3 \cdot \alpha$ μέτρων και την πλευρά ΔA κατά τμήμα μήκους $4 \cdot \alpha$ μέτρων, όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα.

- α) Αν $\alpha = 5$ μέτρα, να βρείτε το εμβαδόν του τετραπλεύρου $EZH\Theta$.

Μονάδες 2

- β) Αν το εμβαδόν του τετραπλεύρου $EZH\Theta$ είναι 1800 τετραγωνικά μέτρα και είναι ίσο με το άθροισμα των εμβαδών 18 τετραγώνων πλευράς α , να βρείτε το μήκος α της πλευράς των τετραγώνων αυτών.

Μονάδες 3



ΘΕΜΑ 2^ο

Να συμπληρώσετε το διπλανό μαγικό τετράγωνο με όλους τους φυσικούς αριθμούς από το 1 ως το 9 (το άθροισμα των αριθμών σε κάθε γραμμή, κάθε στήλη και κάθε διαγώνιο είναι το ίδιο) όταν δίνονται οι παρακάτω παραστάσεις

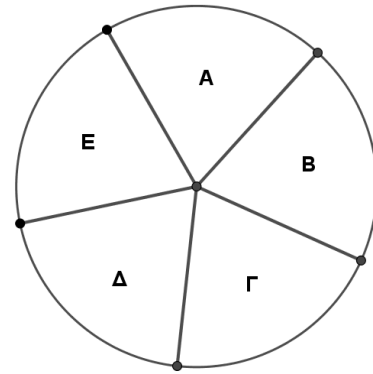
- A είναι ο αριθμός που όταν διαιρεθεί με το 3, μας δίνει πηλίκο 2 και υπόλοιπο 1.
- $B = 2 \cdot MK\Delta(3, 2019)$
- $\Gamma = 2\frac{5}{8} - \left(\frac{3}{2} - \frac{5}{4}\right) \cdot \frac{13}{2}$
- $\Delta = 3^2 - 2019^0$

	A	B
		Γ
		Δ

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ 3^ο

Στην αίθουσα εκδηλώσεων ενός σχολείου υπάρχει ένας κυκλικός πίνακας ανακοινώσεων, χωρισμένος σε 5 ίσα μέρη Α, Β, Γ, Δ και Ε όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα. Η Διευθύντρια του σχολείου αποφάσισε να βάψει τον κυκλικό πίνακα έτσι ώστε καθένα από τα 5 μέρη να έχει διαφορετικό χρώμα από τα 2 γειτονικά του μέρη.



- α) Να βρείτε με πόσα το λιγότερο διαφορετικά χρώματα μπορούμε να βάψουμε τον κυκλικό πίνακα.

Μονάδες 2

β) Τα διαθέσιμα χρώματα για το βάψιμο του κυκλικού πίνακα είναι λευκό, καφέ, πράσινο, μπλέ και κόκκινο και το κόστος για το βάψιμο κάθε περιοχής είναι 2€, 2.5€, 3€, 3.5€ και 4€ αντίστοιχα. Να βρείτε με ποιο συνδυασμό χρωμάτων θα έχουμε το μικρότερο και με ποιο το μεγαλύτερο κόστος για το βάψιμο του κυκλικού πίνακα.

Μονάδες 3

ΘΕΜΑ 4^ο

- α) Να βρείτε το πλήθος των διψήφων αριθμών που έχουν ψηφία διαδοχικούς αριθμούς (για παράδειγμα ο αριθμός 23 ή ο αριθμός 32).

Μονάδες 2

- β) Να βρείτε το άθροισμα όλων αυτών των διψήφων αριθμών.

Μονάδες 2

- γ) Αν γράψουμε όλους αυτούς τους αριθμούς τον ένα δίπλα στον άλλο, τότε να δικαιολογήσετε γιατί ο αριθμός που θα προκύψει δεν διαιρείται με το 3.

Μονάδα 1

Καλή τύχη!



ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΕΤΑΙΡΕΙΑ

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ ΔΩΔΕΚΑΝΗΣΟΥ

12^{ος} ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΣ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ Α΄ ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

«Ο ΕΥΔΗΜΟΣ»

Παρασκευή 5 Νοεμβρίου 2021

ΘΕΜΑ 1^ο

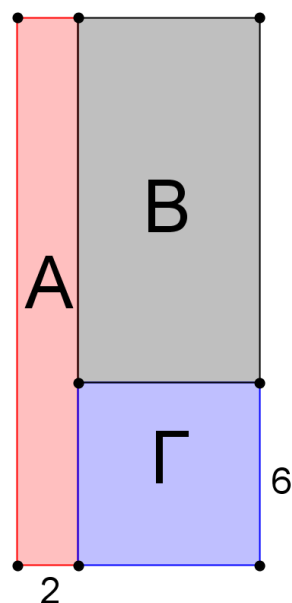
Έστω ο αριθμός $A = 32124$ ο οποίος έχει μόνο δύο ίδια ψηφία.

- α) Πόσο διαφέρει από τον A ο προηγούμενος και πόσο ο επόμενος φυσικός αριθμός που έχει πάλι δύο μόνο ίδια ψηφία;
- β) Να αναλύσετε τον αριθμό A σε γινόμενο πρώτων παραγόντων αν γνωρίζετε ότι ο αριθμός 2677 είναι πρώτος.
- γ) Να βρείτε όλους τους διαιρέτες του αριθμού A .

ΘΕΜΑ 2^ο

Στο σχήμα φαίνονται τρία ορθογώνια παραλληλόγραμμα με εμβαδά A , B , Γ αντίστοιχα. Γνωρίζουμε ότι το εμβαδόν A είναι ίσο με το εμβαδόν Γ και μισό από το εμβαδόν B .

- α) Ποιες είναι οι διαστάσεις των τριών ορθογωνίων;
- β) Ποιο είναι το συνολικό εμβαδόν των τριών ορθογωνίων;
- γ) Ποια θα πρέπει να είναι η πλευρά ενός τετραγώνου που έχει εμβαδόν όσο και το συνολικό εμβαδόν του σχήματος;



ΘΕΜΑ 3°

Έστω οι τριψήφιοι που το άθροισμα των ψηφίων τους είναι 10.

- α) Να καταγράψετε αυτούς τους 54 τριψήφιους.
- β) Πόσο διαφέρει ο μεγαλύτερος από το μικρότερο;
- γ) Να γράψετε το πλήθος τους σαν **γινόμενο** πρώτων παραγόντων.
- δ) Να γράψετε το πλήθος τους σαν **άθροισμα** δύο πρώτων με όλους τους δυνατούς τρόπους.

ΘΕΜΑ 4°

Επιλέγουμε πέντε διαφορετικούς διψήφιους και βρίσκουμε τα αθροίσματα όλων των τετράδων που δημιουργούνται από αυτούς τους πέντε διψήφιους τα οποία είναι τα εξής:

$$\Sigma_1 = 145, \Sigma_2 = 171, \Sigma_3 = 190, \Sigma_4 = 207, \Sigma_5 = 215.$$

- α) Πόσο είναι το άθροισμα και των πέντε διψήφιων;
- β) Ποιοι είναι οι πέντε διψήφιοι που επιλέξαμε;

Να λύσετε όλα τα θέματα αιτιολογώντας επαρκώς τις απαντήσεις σας.

Σας ευχόμαστε επιτυχία!



ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΕΤΑΙΡΕΙΑ

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ ΔΩΔΕΚΑΝΗΣΟΥ

13^{ος} ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΣ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ Α΄ ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

«Ο ΕΥΔΗΜΟΣ»

Παρασκευή 11 Νοεμβρίου 2022

ΘΕΜΑ 1^ο

A) Ο Μαθηματικός ενός τμήματος ζήτησε από τους μαθητές του να υπολογίσουν την τιμή της παράστασης $M = 22 \cdot 23 - 21 \cdot 23$. Δύο μαθητές A και B για να υπολογίσουν την τιμή της παράστασης M εργάστηκαν ως εξής:

Ο A υπολόγισε την διαφορά $506 - 483$ και ο B έσπασε το πρώτο γινόμενο σε $1 \cdot 23 + 21 \cdot 23$ και οδηγήθηκε στην παράσταση $1 \cdot 23 + 21 \cdot 23 - 21 \cdot 23$. Ποιος τρόπος είναι σωστός;

α) μόνο του A β) μόνο του B γ) και των δύο δ) κανένας

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας και να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης M.

B) Να βρείτε δύο φυσικούς αριθμούς α και β έτσι ώστε: $5\alpha - 4\beta = 6$. Μπορείτε να βρείτε και άλλο ένα ζεύγος φυσικών αριθμών α, β που να ικανοποιεί την ισότητα $5\alpha - 4\beta = 6$;

Γ) Παρατηρώντας τα προηγούμενα ερωτήματα να βρείτε δύο φυσικούς αριθμούς x και y έτσι ώστε: $2022 \cdot x - 2021 \cdot y = 2023$ και να επαληθεύσετε την επιλογή σας.

Μονάδες $2 + 2 + 2 = 6$

ΘΕΜΑ 2^ο

Έστω η ακολουθία των αριθμών 1, 1, 2, 3, 5, 8, ... όπου κάθε όρος μετά τον 2^ο προκύπτει από το άθροισμα των δύο προηγούμενων (αυτή ονομάζεται ακολουθία Fibonacci).

A) Να βρείτε τον 12^ο όρο της ακολουθίας αυτής και να αποδείξετε ότι ισούται με το τετράγωνο του 12. Κατόπιν να τον αναλύσετε σε γινόμενο πρώτων παραγόντων.

B) Να εξηγήσετε γιατί δεν γίνεται να έχουμε 3 διαδοχικούς όρους που να είναι και οι τρεις περιττοί αριθμοί (μονοί).

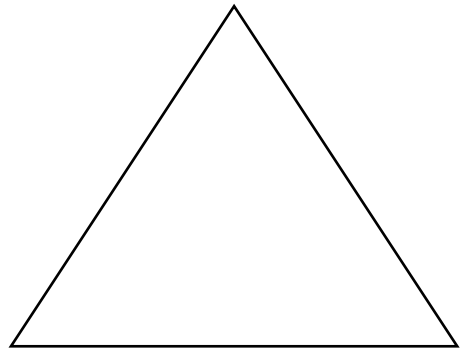
Γ) Τοποθετούμε στη σειρά τους αριθμούς αυτούς και δημιουργούμε ένα φυσικό αριθμό σταματώντας σε κάποιο όρο όπως για παράδειγμα ο αριθμός 11235813213455.

Σε ποιο όρο θα σταματήσουμε και ποιος αριθμός θα προκύψει που να διαιρείται και με το 2 και το 3 και το 5 και το 10; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες $2 + 2 + 3 = 7$

ΘΕΜΑ 3^ο

Έχουμε **50 πράσινα** ξυλάκια μήκους **1 εκ.**, **30 κόκκινα** ξυλάκια μήκους **2 εκ.** και **20 άσπρα** ξυλάκια μήκους **3 εκ.** Όλα τα ξυλάκια παριστάνουν ευθύγραμμα τμήματα. Κατασκευάζουμε ισόπλευρα τρίγωνα τοποθετώντας διαδοχικά αυτά τα ξυλάκια.



Α) Αν χρησιμοποιήσουμε **μόνο τα άσπρα** ξυλάκια ποιο είναι το μεγαλύτερο μήκος που μπορεί να έχει η πλευρά του ισόπλευρου τριγώνου και πόσα άσπρα ξυλάκια θα περισσέψουν;

Β) Αν **κάθε πλευρά πρέπει να έχει και τα τρία χρώματα** και όλες οι πλευρές να έχουν το ίδιο ακριβώς πλήθος από ξυλάκια ίδιου χρώματος, ποια θα είναι η πλευρά του μεγαλύτερου δυνατού ισοπλεύρου τριγώνου που μπορούμε να κατασκευάσουμε; Πόσα ξυλάκια από κάθε είδος θα περισσέψουν;

(Δεν μας ενδιαφέρει η σειρά τοποθέτησης των χρωμάτων αλλά μόνο το πλήθος από κάθε είδος χρώματος να είναι ίδιο σε κάθε πλευρά).

Γ) Αν κατασκευάζουμε ισόπλευρα τρίγωνα με **μια πλευρά πράσινη, μια πλευρά κόκκινη και μια πλευρά άσπρη** περιγράψτε ποια θα είναι τα διαφορετικά μήκη πλευρών που μπορούν να κατασκευαστούν και με ποια επιλογή από ξυλάκια θα προκύψουν;

Πόσα το πολύ ίσα τρίγωνα από ένα είδος μπορούμε να κατασκευάσουμε σε κάθε περίπτωση;

Μονάδες $2 + 2 + 3 = 7$

Να λύσετε όλα τα θέματα αιτιολογώντας επαρκώς τις απαντήσεις σας.

Διάρκεια Διαγωνισμού: 2 ώρες

Σας ευχόμαστε επιτυχία!



ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΕΤΑΙΡΕΙΑ

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ ΔΩΔΕΚΑΝΗΣΟΥ

14^{ος} ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΣ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ Α΄ ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

«Ο ΕΥΔΗΜΟΣ»

Σάββατο 4 Νοεμβρίου 2023

ΘΕΜΑ 1^ο

A) Να υπολογίσετε την αριθμητική τιμή της παράστασης

$$A = 2 \cdot 10^3 + 4^3 - 5 \cdot 8 + 4 \cdot (3:3 - 1)$$

B) Να υπολογίσετε την αριθμητική τιμή της παράστασης

$$B = (11 - 4 + 3)^4 : (4 \cdot 6 + 1) + 30^2 + 2^4 \cdot (3^2 - 1^{23} - 3)$$

Γ) Να αναλύσετε τους αριθμούς A και B σε γινόμενο πρώτων παραγόντων.

Δ) Να βρείτε το Ε.Κ.Π. και τον Μ.Κ.Δ. των αριθμών A και B.

Μονάδες 1 + 1 + 2 + 1 = 5

ΘΕΜΑ 2^ο

Ξεκινάμε με ένα φυσικό αριθμό μεγαλύτερο του 1 και κατασκευάζουμε μια σειρά αριθμών σύμφωνα με τον εξής κανόνα:

- Αν ο αριθμός είναι άρτιος μεταβαίνουμε στο μισό του.
- Αν ο αριθμός είναι περιττός τον τριπλασιάζουμε και προσθέτουμε 1.
- Η διαδικασία σταματάει όταν φτάσουμε στο 1.

Ένα παράδειγμα τέτοιας σειράς με 6 αριθμούς είναι το εξής: 5, 16, 8, 4, 2, 1.

A) Να βρείτε τη σειρά που ξεκινάει από το 24.

B) Να βρείτε δύο σειρές με 8 αριθμούς η κάθε μία, που η μία να περιέχει πέντε άρτιους και τρεις περιττούς και η άλλη να περιέχει ακριβώς έξι άρτιους και δύο περιττούς.

Γ) Να βρείτε σειρά με 8 ακριβώς αριθμούς που συνεχώς να μικραίνουν (φθίνουσα σειρά).

Δ) Να εξηγήσετε γιατί δεν είναι δυνατόν να υπάρχουν συνεχόμενα δύο περιττοί αριθμοί. Είναι δυνατόν να υπάρχουν 3 συνεχόμενοι αριθμοί μέσα σε κάποια από αυτές τις σειρές με αύξουσα διάταξη;

(Το πρόβλημα αυτό κατασκευάστηκε με βάση την Εικασία Collatz)

Μονάδες 1 + 1 + 1 + 2 = 5

ΘΕΜΑ 3^ο

Ο κύριος Αποστόλης έχει 101 λίρες και τις τοποθετεί σε τρεις στήλες Α, Β, Γ.

Α) Να εξηγήσετε γιατί δεν μπορεί οι δύο στήλες να έχουν περιττό (μονό) πλήθος λιρών και η τρίτη στήλη άρτιο (ζυγό) πλήθος λιρών.

Β) Ο κύριος Αποστόλης ισχυρίζεται ότι χώρισε τις λίρες έτσι ώστε στην στήλη Α το πλήθος των λιρών να είναι διπλάσιο από αυτό της στήλης Β και το πλήθος των λιρών της στήλης Β να είναι διπλάσιο από το πλήθος των λιρών της στήλης Γ. Λέει αλήθεια;

Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

Γ) Αν ο κύριος Αποστόλης θέλει να χωρίσει τις λίρες του σε στήλες που τα πλήθη τους να είναι διαδοχικά πολλαπλάσια του 5 και η πρώτη στήλη να έχει 5 λίρες, πόσες στήλες θα φτιάξει συνολικά και πόσες λίρες θα του περισσέψουν;

Μονάδες $1 + 2 + 2 = 5$

ΘΕΜΑ 4^ο

Θεωρούμε ότι δύο διαφορετικά σημεία Α, Β ορίζουν μόνο μια ευθεία.

Α) Αν έχουμε 4 σταθερά σημεία Α, Β, Γ, Δ που ανά τρία δεν βρίσκονται στην ίδια ευθεία, πόσες συνολικά ευθείες ορίζονται από αυτά τα 4 σημεία;

Β) Αν πάρουμε ακόμη τα σημεία Ε, Ζ, Η, Θ που είναι στην ίδια ευθεία η οποία δεν περιέχει κανένα από τα σημεία Α, Β, Γ, Δ και τα σημεία Ε, Ζ, Η, Θ δεν ανήκουν σε καμιά από τις ευθείες του ερωτήματος (Α) να βρείτε το πλήθος όλων των ευθειών που μπορούν να οριστούν από τα σημεία Α, Β, Γ, Δ, Ε, Ζ, Η, Θ (σύμφωνα με τα παραπάνω δεδομένα).

Γ) Για να χαράξουμε τις προηγούμενες ευθείες χρησιμοποιούμε 7 διαφορετικά χρώματα. Να εξηγήσετε γιατί θα υπάρχουν τουλάχιστον 4 ευθείες από αυτές που θα είναι του ίδιου χρώματος.

Μονάδες $1 + 2 + 2 = 5$

Να λύσετε όλα τα θέματα αιτιολογώντας επαρκώς τις απαντήσεις σας.

Διάρκεια Διαγωνισμού: 3 ώρες

Σας ευχόμαστε επιτυχία!



ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΕΤΑΙΡΕΙΑ
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ ΔΩΔΕΚΑΝΗΣΟΥ
15^{ος} ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΣ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ Α΄ ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ
«Ο ΕΥΔΗΜΟΣ»
Παρασκευή 8 Νοεμβρίου 2024

ΘΕΜΑ 1^ο (2 + 2 + 2 = 6 Μονάδες)

A. Έστω τα ψηφία $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ που σχηματίζουν τον τετραψήφιο $\overline{\alpha\beta\gamma\delta}$. Είναι γνωστό ότι:

- Ο τετραψήφιος $\overline{\alpha\beta\gamma\delta}$ διαιρείται με το 20
- Ο τριψήφιος $\overline{\alpha\delta\beta}$ διαιρείται με το 18
- Ο τριψήφιος $\overline{\gamma\delta\alpha}$ διαιρείται με το 15.

Να βρείτε ποιος μπορεί να είναι ο τετραψήφιος $\overline{\alpha\beta\gamma\delta}$ δικαιολογώντας την επιλογή σας.

B. Τα A, B, Γ είναι ψηφία διαφορετικά από το 0 και όλα διαφορετικά μεταξύ τους. Οι διψήφιοι AB και $B\Gamma$ είναι και οι δύο πρώτοι αριθμοί. Ποιος μπορεί να είναι ο μικρότερος και ποιος ο μεγαλύτερος τριψήφιος $AB\Gamma$ που ικανοποιεί τις παραπάνω συνθήκες;

Γ. Στον αριθμό 54021 εναλλάσσουμε δύο μόνο ψηφία μεταξύ τους και παίρνουμε ένα αριθμό που διαιρείται και με το 2 και το 3 και το 4 και το 6. Ποιον αριθμό φτιάξαμε;

ΘΕΜΑ 2^ο (3 + 4 = 7 Μονάδες)

Έχουμε ορθογώνια παραλληλόγραμμα με διαστάσεις διαφορετικούς φυσικούς αριθμούς και κόβουμε τετράγωνα με πλευρά τη μικρότερη διάσταση. Για παράδειγμα από ένα ορθογώνιο διαστάσεων 4×13 κόβουμε τετράγωνο 4×4 και μένει και ένα ορθογώνιο διαστάσεων 4×9 . Συνεχίζοντας τη διαδικασία αυτή κόβουμε το ορθογώνιο 4×9 και παίρνουμε ένα τετράγωνο 4×4 και ένα ορθογώνιο 4×5 κ.τ.λ. μέχρι να προκύψουν μόνο τετράγωνα.

α) Αν έχουμε αρχικά ένα ορθογώνιο 5×18 και κόβουμε διαδοχικά τετράγωνα σύμφωνα με την προηγούμενη διαδικασία, πόσα και ποια τετράγωνα θα δημιουργηθούν;

β) Να λύσετε το ίδιο πρόβλημα αν το αρχικό ορθογώνιο είναι διαστάσεων 60×2024 .

ΘΕΜΑ 3^ο (3 + 4 = 7 Μονάδες)

Κάποια εβδομάδα σε ένα σχολείο έγιναν κάποιες δράσεις.

1^η δράση: Τα $\frac{14}{15}$ των μαθητών και μαθητριών πήγαν θέατρο.

2^η δράση: Τα $\frac{8}{9}$ των μαθητών και μαθητριών πήγαν σε ένα μουσείο.

3^η δράση: Τα $\frac{7}{8}$ των μαθητών και μαθητριών πήγαν μια εκδρομή.

α) Να βρεθεί το ελάχιστο πλήθος παιδιών που μπορεί να έχει αυτό το σχολείο.

β) Αν όλοι οι μαθητές και μαθήτριες του σχολείου είναι 360 και όλοι πήγαν στο μουσείο ή στην εκδρομή να βρείτε πόσοι πήγαν και στο μουσείο και στην εκδρομή.

Ευχόμαστε επιτυχία!

Ενδεικτικές απαντήσεις για «7^ο Εύδημο – 2016»

ΘΕΜΑ 1^ο

α) $K = 4 \cdot (4+4) \cdot (8+1) \cdot (4+2+1) = 4 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 7 = 2016$

$$\Lambda = (1+2) \cdot (4+8) - 32 + 2 \cdot (8 - 4) = 3 \cdot 12 - 32 + 2 \cdot 4 = 36 - 32 + 8 = 4 + 8 = 12$$

β) $\frac{2016}{12+51} = \frac{2016}{63} = \frac{2016:9}{63:9} = \frac{224}{7} = 32$

ΘΕΜΑ 2^ο

α) Τα κορίτσια είναι $\frac{4}{7} \cdot 357 = 204$, οπότε τα αγόρια είναι $357 - 204 = 153$.

β) Βόλεϊ παίζουν $\frac{5}{9} \cdot 153 = 85$ αγόρια και $\frac{1}{6} \cdot 204 = 34$ κορίτσια, οπότε συνολικά $85 + 34 = 119$ παιδιά.

γ) Τα κορίτσια είναι τα $\frac{204+2}{357+2+3} = \frac{206}{362} = \frac{103}{181}$ και τα αγόρια τα $\frac{153+3}{357+2+3} = \frac{156}{362} = \frac{78}{181}$ επί του συνόλου του σχολείου.

ΘΕΜΑ 3^ο

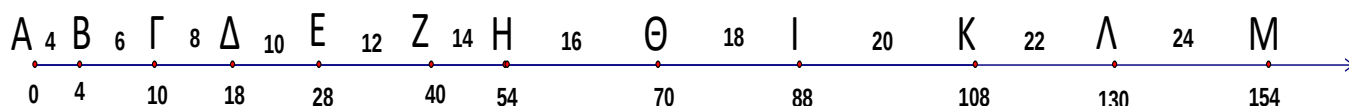
$$A = 2000200120022003 \dots 20162017$$

α) Ο αριθμός A έχει $4 \cdot 18 = 72$ ψηφία

β) Το 0 εμφανίζεται 30 φορές, το 1 εμφανίζεται 10 φορές, το 2 εμφανίζεται 20 φορές, τα 3, 4, 5, 6, 7 από 2 φορές και τα 8 και 9 από 1 φορά.

γ) Το άθροισμα των ψηφίων του είναι 117 που είναι πολλαπλάσιο και του 3 και του 9, αφού $1 + 1 + 7 = 9$, οπότε ο αριθμός A είναι σύνθετος γιατί διαιρείται με το 3 και το 9 εκτός από το 1 και τον εαυτό του.

ΘΕΜΑ 4^ο



Με βάση το παραπάνω σχήμα έχουμε:

α) $AH = 54$ μονάδες μήκους

β) Έως το Κ τοποθετήσαμε 10 σημεία (το Λ απέχει 130 μονάδες από το Α)

γ) Το Η είναι το μέσο του ΑΚ, οπότε μέχρι το Κ υπάρχουν 10 σημεία.

($AH = 54$ και $AK = 108$, οπότε $HK = 54$)

13^{ος} Διαγωνισμός «Εύδημος» Παραρτήματος ΕΜΕ Δωδεκανήσου

Ενδεικτικές και συνοπτικές λύσεις των θεμάτων

Θέμα 1^ο

A) $M = 506 - 483 = 23$ ή $M = 23 \cdot (22 - 21) = 23 \cdot 1 = 23$ ή $M = 1 \cdot 23 + 21 \cdot 23 - 21 \cdot 23 = 23$.

Και οι δύο λύσεις είναι σωστές.

B) Για $\alpha = 10$ και $\beta = 11$ έχουμε $5 \cdot 10 - 4 \cdot 11 = 50 - 44 = 6$

Επίσης για $\alpha = 6$ και $\beta = 6$, έχουμε $5 \cdot 6 - 4 \cdot 6 = 30 - 24 = 6$ (μορφή λύσεων $\alpha = 6 - 4t$, $\beta = 6 - 5t$)

Εναλλακτικά: Αρκεί να βρούμε δύο φυσικούς αριθμούς A και B ώστε $5A - 4B = 1$ και μετά να πολλαπλασιάσουμε με το 6, οπότε $A = 1$, $B = 1$ και έτσι $\alpha = 6$ και $\beta = 6$.

Γενικά $A = 4n + 1$ και $B = 5n + 1$

Γ) Αν $x=2023$ και $y=2023$, έχουμε: $2022 \cdot 2023 - 2021 \cdot 2023 = 2023 \cdot (2022 - 2021) = 2023 \cdot 1 = 2023$

Επίσης μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε την παραπάνω ιδέα οπότε αρχικά για $A = 1$ και $B = 1$ έχουμε:

$2022 \cdot 1 - 2021 \cdot 1 = 1$ οπότε τελικά $x=2023$ και $y=2023$...

Θέμα 2^ο

Αν συνεχίσουμε να βρίσκουμε όρους της ακολουθίας αυτής θα έχουμε κατά σειρά:

1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, 233, 377, 610, 987, ...

A) Ο 12^{ος} όρος είναι ο $144 = 12^2$ και επίσης $144 = 2^4 \cdot 3^2$

B) Αφού ξεκινάμε με δύο περιττούς ο τρίτος είναι άρτιος, κατόπιν ο 4^{ος} περιττός, ο 5^{ος} περιττός σαν άθροισμα άρτιου με περιττός, οπότε η μορφή της ακολουθίας είναι:

περιττός, περιττός, άρτιος, περιττός, περιττός, άρτιος, περιττός, περιττός, άρτιος, ...

Άρα μετά από δύο διαδοχικούς περιττούς θα ακολουθήσει υποχρεωτικά άρτιος, οπότε δεν γίνεται να υπάρχουν τρεις διαδοχικοί περιττοί ποτέ.

Γ) Θα σταματήσουμε στον 15^ο όρο (610) και θα προκύψει ο αριθμός 1123581321345589144233377610, ο οποίος ικανοποιεί τα ζητούμενα...

Θέμα 3^ο

A) Αφού έχουμε 20 άσπρα ξυλάκια μήκους 3 εκ., για 3 ίσες πλευρές από Ευκλείδεια διαίρεση προκύπτει ότι $20 = 3 \cdot 6 + 2$, δηλαδή για να πετύχουμε το μέγιστο δυνατό μήκος κάθε πλευρά θα αποτελείται από 6 άσπρα ξυλάκια και θα έχει μήκος 18 εκ. Θα χρησιμοποιηθούν τα 18 άσπρα ξυλάκια και θα περισσέψουν 2.

B) Η πλευρά του μεγαλύτερου δυνατού ισοπλεύρου τριγώνου που μπορούμε να κατασκευάσουμε θα αποτελείται από 16 πράσινα, 10 κόκκινα και 6 άσπρα ξυλάκια και θα έχει μήκος $(16 \cdot 1 + 10 \cdot 2 + 6 \cdot 3)$ δηλαδή 54 εκ. Αυτό γιατί για να μοιραστούν τα ξυλάκια ομοιόμορφα στις 3 πλευρές το μέγιστο δυνατό πλήθος πράσινων είναι 16 αφού $16 \cdot 3 = 48 < 50 < 17 \cdot 3 = 51$ οπότε θα περισσέψουν 2 πράσινα και ομοίως 10 κόκκινα γιατί $10 \cdot 3 = 30$ και δεν θα περισσέψει κανένα κόκκινο και 6 άσπρα αφού $6 \cdot 3 = 18 < 20 < 7 \cdot 3 = 21$, οπότε θα περισσέψουν και 2 άσπρα. Με αυτά που περισσεύουν δεν γίνεται να κατασκευάσουμε μεγαλύτερη πλευρά.

Γ) Θέλουμε μια πλευρά πράσινη, μια πλευρά κόκκινη και μια πλευρά άσπρη ίσου μήκους. Άρα το μήκος πρέπει να είναι κοινό πολλαπλάσιο του 1, 2, 3 που είναι τα μήκη κάθε είδους. Άρα για μήκος πλευράς 6 εκ. θα χρειαστούμε 6 πράσινα, 3 κόκκινα και 2 άσπρα και συνολικά μπορούμε να φτιάξουμε το πολύ 8 τέτοια ίσα τρίγωνα αφού:

$6 \cdot 8 = 48 < 50$ και $3 \cdot 8 = 24 < 30$ και $2 \cdot 8 = 16 < 20$ και δεν περισσεύουν αρκετά για άλλο ένα.

Ομοίως για μήκος πλευράς 12 εκ. θα χρειαστούμε 12 πράσινα, 6 κόκκινα και 4 άσπρα και συνολικά μπορούμε να φτιάξουμε το πολύ 4 τέτοια ίσα τρίγωνα αφού:

$12 \cdot 4 = 48 < 50$ και $6 \cdot 4 = 24 < 30$ και $4 \cdot 4 = 16 < 20$ και δεν περισσεύουν αρκετά για άλλο ένα.

Ομοίως για μήκος πλευράς 18 εκ. θα χρειαστούμε 18 πράσινα, 9 κόκκινα και 6 άσπρα και συνολικά μπορούμε να φτιάξουμε το πολύ 2 τέτοια ίσα τρίγωνα αφού:

$18 \cdot 2 = 36 < 50$ και $9 \cdot 2 = 18 < 30$ και $6 \cdot 2 = 12 < 20$ και δεν περισσεύουν αρκετά για άλλο ένα.

Ομοίως για μήκος πλευράς 24 εκ. θα χρειαστούμε 24 πράσινα, 12 κόκκινα και 8 άσπρα και συνολικά μπορούμε να φτιάξουμε το πολύ 2 τέτοια ίσα τρίγωνα αφού:

$24 \cdot 2 = 48 < 50$ και $12 \cdot 2 = 24 < 30$ και $8 \cdot 2 = 16 < 20$ και δεν περισσεύουν αρκετά για άλλο ένα.

Ομοίως για μήκος πλευράς 30 εκ. θα χρειαστούμε 30 πράσινα, 15 κόκκινα και 10 άσπρα και συνολικά μπορούμε να φτιάξουμε το πολύ 1 τέτοιο τρίγωνο αφού: $30 \cdot 2 = 60 > 50$.

Μια λύση για το Πρώτο Θέμα:

A. Ο $\overline{\alpha\beta\gamma\delta}$ είναι τετραψήφιος, άρα ο α ανήκει στο σύνολο $\{1, 2, \dots, 9\}$ και οι β, γ και δ ανήκουν στο σύνολο $\{0, 1, 2, \dots, 9\}$. Ο $\overline{\alpha\beta\gamma\delta}$ διαιρείται με το 20 επομένως $\delta = 0$.

Ο $\overline{\alpha\delta\beta}$ είναι τριψήφιος και διαιρείται με το 18, άρα ο α είναι μεγαλύτερος ή ίσος του 1. Επιπλέον ο τριψήφιος $\overline{\gamma\delta\alpha}$ διαιρείται με το 15, άρα το τελευταίο ψηφίο του $\overline{\gamma\delta\alpha}$, δηλαδή το α , είναι 0 ή 5. Επειδή ο α είναι μεγαλύτερος ή ίσος της μονάδας έχουμε ότι $\alpha = 5$.

Τώρα ο τριψήφιος $\overline{\alpha\delta\beta} = \overline{50\beta}$ διαιρείται με το 18, άρα είναι άρτιος, άρα ο β είναι 0 ή 2 ή 4 ή 6 ή 8. Ο αριθμός $\overline{50\beta}$ διαιρείται με το 2 και με το 9. Αφού διαιρείται με το 9, το άθροισμα των ψηφίων του διαιρείται με το 9. Με το κριτήριο με το άθροισμα των ψηφίων να διαιρείται με το 9 απορρίπτουμε τους αριθμούς 500, 502, 506 και 508. Ο αριθμός 504 είναι πολλαπλάσιο του 2, αφού λήγει σε 4, και διαιρείται με το 9, αφού το άθροισμα των ψηφίων του διαιρείται με το 9. Άρα ο 504 είναι πολλαπλάσιο του 18 και έχουμε λοιπόν ότι $\beta = 4$.

Έχουμε λοιπόν τον αριθμό $\overline{\alpha\beta\gamma\delta} = \overline{54\gamma 0}$ ο οποίος διαιρείται με το 20, άρα ο γ είναι άρτιος και μεγαλύτερος ή ίσος του 2 και ο $\overline{\gamma\delta\alpha} = \overline{\gamma 0 5}$ διαιρείται με το 15. Από τους αριθμούς 205, 405, 605 και 805, μόνο ο 405 διαιρείται δια 15, άρα $\gamma = 4$.

Έτσι, ο ζητούμενος αριθμός είναι ο 5440.

B. Η μικρότερη τιμή του A είναι $A=1$: Οι αριθμοί 13, 17 και 19 είναι πρώτοι και υπάρχουν διψήφιοι πρώτοι με πρώτο ψηφίο το 3, το 7 και το 9 αντίστοιχα ώστε ο $\overline{AB\Gamma}$ να είναι τριψήφιος με $A \neq B \neq \Gamma \neq A$. Η μεγαλύτερη τιμή του A είναι $A=9$.

Για τον μικρότερο, για $A=1$, ο μικρότερος είναι ο 137. Πραγματικά, τα ψηφία του 137 είναι ανά δύο διαφορετικά μεταξύ τους και οι αριθμοί 13 και 37 είναι πρώτοι.

Για τον μεγαλύτερο, για $A=9$, ο μεγαλύτερος είναι ο 973. Πραγματικά, τα ψηφία του 973 είναι ανά δύο διαφορετικά μεταξύ τους και οι αριθμοί 97 και 73 είναι πρώτοι.

Γ. Ο αρχικός αριθμός διαιρείται με το 3, αφού το άθροισμα των ψηφίων του διαιρείται με το 3. Αν λοιπόν στον αρχικό αριθμό κάνουμε εναλλαγή ψηφίων, τότε πάλι θα προκύψει αριθμός που είναι πολλαπλάσιο του 3.

Επειδή θέλουμε να προκύψει άρτιος αριθμός, αναγκαστικά το ψηφίο 1 πρέπει να φύγει από το τέλος. Έχουμε λοιπόν τρεις περιπτώσεις, τους αριθμούς 51024, 54012 και 54120. Και οι τρεις είναι άρτιοι, και οι τρεις διαιρούνται με το 3, επομένως και οι τρεις διαιρούνται με το 6.

Παρατηρούμε ότι $51024 = 4 \cdot 12756$, $54012 = 4 \cdot 13503$, και $54120 = 4 \cdot 13530$, άρα οι ζητούμενοι αριθμοί είναι οι 51024, 54012 και 54120.

Μια λύση για το Δεύτερο Θέμα:

α) Συνολικά επτά τετράγωνα: Τρία 5×5 , ένα 3×3 , ένα 2×2 και δύο 1×1 .

β) Η ταυτότητα της Ευκλείδειας διαίρεσης για την διαίρεση $2024 : 60$ είναι

$$2024 = 33 \cdot 60 + 44.$$

Έχουμε λοιπόν: Τριάντα τρία τετράγωνα 60×60 , ένα τετράγωνο 44×44 , δύο τετράγωνα 16×16 , ένα τετράγωνο 12×12 και τρία τετράγωνα 4×4 .

Μια λύση για το Τρίτο Θέμα:

α) Οι παρονομαστές των κλασμάτων είναι 15, 9 και 8. Το πλήθος των παιδιών του σχολείου πρέπει να είναι ακέραιο κοινό πολλαπλάσιο των αριθμών αυτών.

Το ελάχιστο πλήθος των παιδιών του σχολείου είναι

$$\text{ΕΚΠ}(15, 9, 8) = \text{ΕΚΠ}(3 \cdot 5, 3^2, 2^3) = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5 = 360.$$

Άρα το ελάχιστο πλήθος των παιδιών του σχολείου είναι 360.

β) Στη δεύτερη δράση έλαβαν μέρος $\frac{8}{9} \cdot 360 = 320$ παιδιά.

Στην τρίτη δράση έλαβαν μέρος $\frac{7}{8} \cdot 360 = 315$ παιδιά.

Και στις δύο δράσεις έλαβαν μέρος $320 + 315 - 360 = 275$ παιδιά.



ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΕΤΑΙΡΕΙΑ

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ ΔΩΔΕΚΑΝΗΣΟΥ

1^{ος} ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΣ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ Α ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ «Ο ΠΙΠΑΡΧΟΣ»

15 Ιανουαρίου 2011

Θέμα 1^ο

Να υπολογισθεί ο φυσικός αριθμός x όταν ισχύει η παρακάτω ισότητα:

$$2 \cdot \{3 \cdot [(x + 450) - 200] + 105\} + 1 = 2011$$

Θέμα 2ο

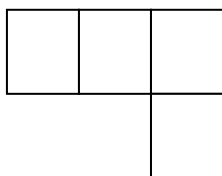
Έχουμε τέσσερις φυσικούς αριθμούς α , β , γ , δ . Αν τους προσθέσουμε ανά τρεις δημιουργούνται τέσσερα αθροίσματα, τα οποία είναι ίσα με τους αριθμούς

51, 53, 54, 55

Να υπολογισθούν οι αριθμοί αυτοί.

Θέμα 3^ο

Δίνεται ορθογώνιο μήκους 10 cm και πλάτους 8 cm, το οποίο ονομάζουμε σχήμα Α. Ακόμη δίνεται το σχήμα Β, όπου το κάθε τετραγωνάκι, έχει πλευρά 1 cm.



Σχήμα Β

Να περιγράψετε μία διαδικασία με την οποία θα καλυφθεί ακριβώς το ορθογώνιο Α μόνο με σχήματα Β.

Θέμα 4^ο

Η σημερινή μου ηλικία, μετά από 2 χρόνια θα είναι πολλαπλάσιο του 8 ενώ μετά από 3 χρόνια θα είναι πολλαπλάσιο του 5. Να βρείτε ποια είναι η σημερινή μου ηλικία αν έχω γεννηθεί μετά το 1911.

ΟΔΗΓΙΕΣ

Διάρκεια εξέτασης: τρεις (3) ώρες.

Να λύσετε και τα (4) θέματα

Δυνατή αποχώρηση: (1) ώρα μετά την παραλαβή των θεμάτων

Σας ευχόμαστε επιτυχία!!!



ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΕΤΑΙΡΕΙΑ

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ ΔΩΔΕΚΑΝΗΣΟΥ

2^{ος} ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΣ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ Α ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ «Ο ΠΗΠΑΡΧΟΣ»

Σάββατο, 19 Ιανουαρίου 2012

Θέμα 1^ο

Δίνονται οι παραστάσεις

$$A = \frac{0,5 \cdot (0,33 \cdot 10^3 - 0,03 \cdot 10^4)}{0,48 \cdot 10^5 - (0,4 \cdot 10^4 + 0,06 \cdot 10^5) - 8 \cdot 10^3} \quad \text{και} \quad B = \frac{0,15 \cdot 10^3 - 0,01 \cdot 10^4}{[(2,5)^2 - (0,5)^2] \cdot 10^2}.$$

Να υπολογίσετε την αριθμητική τιμή της παράστασης $K = \frac{1}{A} + \frac{1}{B}$.

Θέμα 2^ο

Ένα πιάτο περιέχει αποξηραμένα βερύκοκα, δαμάσκηνα και χουρμάδες.

Το πιάτο μαζί με το περιεχόμενο ζυγίζει 500 gr.

Αν φάμε τους μισούς χουρμάδες, το βάρος γίνεται 450 gr.

Αν στη συνέχεια φάμε τους υπόλοιπους χουρμάδες και τα $\frac{2}{3}$ από τα βερύκοκα, το βάρος γίνεται 340 gr.

Αν φάμε, τέλος, και τα $\frac{3}{4}$ από τα δαμάσκηνα, το βάρος γίνεται 280 gr.

Να βρείτε το βάρος του άδειου πιάτου.

Θέμα 3^ο

Έχουμε τους αριθμούς 503, 1006, 1509, 2012, 2515.

Να εξηγήσετε γιατί σε οποιονδήποτε χωρισμό των παραπάνω αριθμών σε δύο ομάδες, θα υπάρχει αναγκαστικά μια ομάδα στην οποία θα περιέχονται δύο αριθμοί και η διαφορά τους.

Θέμα 4^ο

Πέντε πόλεις Α, Β, Γ, Δ, Ε βρίσκονται πάνω σε έναν δρόμο όπως φαίνεται στο σχήμα



Είναι γνωστό ότι η απόσταση μεταξύ οποιονδήποτε δύο διαδοχικών πόλεων είναι μικρότερη από 5 km. Να αποδείξετε ότι το άθροισμα των αποστάσεων όλων των πόλεων ανά δύο, είναι μικρότερο των 100 km.

Σημείωση: δύο πόλεις λέγονται διαδοχικές όταν βρίσκονται η μία δίπλα στην άλλη. Για παράδειγμα, η Β και η Γ είναι διαδοχικές.

ΟΔΗΓΙΕΣ

Διάρκεια εξέτασης: τρεις (3) ώρες.

Να λύσετε και τα (4) θέματα

Δυνατή αποχώρηση: (1) ώρα μετά την παραλαβή των θεμάτων

Σας ευχόμαστε επιτυχία!!!



ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΕΤΑΙΡΕΙΑ
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ ΔΩΔΕΚΑΝΗΣΟΥ

3^{ος} ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΣ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ Α ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ «Ο ΙΠΠΑΡΧΟΣ»

Σάββατο, 12 Ιανουαρίου 2013

Θέμα 1^ο

Μια τετράδα διαδοχικών φυσικών αριθμών έχει την παρακάτω ιδιότητα:

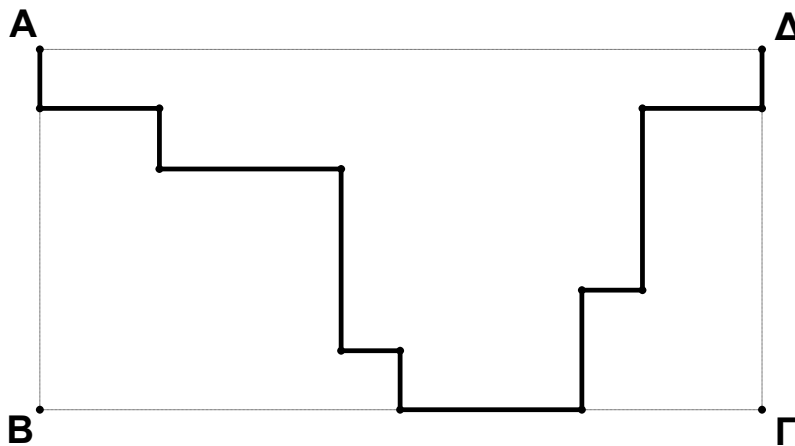
«Υπάρχουν δύο στοιχεία της τετράδας που το άθροισμα τους είναι στοιχείο της τετράδας»

- A. Να αποδείξετε ότι μόνο τρεις τετράδες φυσικών αριθμών ικανοποιούν αυτή την ιδιότητα και να βρείτε τις τετράδες αυτές.
- B. Ποια από αυτές τις τετράδες περιέχει τους περισσότερους *πρώτους αριθμούς* ;

Θέμα 2^ο

Στο παρακάτω σχήμα το $AB\Gamma\Delta$ είναι ορθογώνιο με μήκος $B\Gamma = 12$ cm και περίμετρο 36 cm.

Η συνεχής τεθλασμένη γραμμή με άκρα τα σημεία A και Δ που φαίνεται στο σχήμα αποτελείται μόνο από κατακόρυφα και οριζόντια ευθύγραμμα τμήματα (δηλαδή παράλληλα στις πλευρές του ορθογωνίου).



- A. Ποιες οι διαστάσεις του ορθογωνίου $AB\Gamma\Delta$;
- B. Ποιο το μήκος της τεθλασμένης αυτής γραμμής ;

Θέμα 3^ο

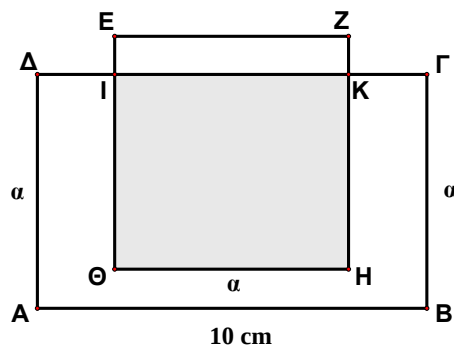
Έστω οι φυσικοί αριθμοί $\alpha, \beta, \gamma, \delta, \varepsilon$ τέτοιοι ώστε να ικανοποιούν τις ισότητες:

$$\alpha - 1 = \beta + 2 = \gamma - 3 = \delta + 4 = \varepsilon - 5$$

- A. Να διατάξετε σε μια σειρά από τον μικρότερο προς τον μεγαλύτερο τους αριθμούς $\alpha, \beta, \gamma, \delta, \varepsilon$.
B. Να βρεθούν οι αριθμοί $\alpha, \beta, \gamma, \delta, \varepsilon$, αν είναι επιπλέον γνωστό ότι έχουν άθροισμα 28.

Θέμα 4^ο

Στο παρακάτω σχήμα το ορθογώνιο ABΓΔ έχει μήκος 10 cm και πλάτος ένα φυσικό αριθμό α , που είναι ίσο με την πλευρά του τετραγώνου EZHΘ που ένα μέρος του βρίσκεται εντός του ορθογωνίου. Το εμβαδόν του ορθογωνίου ΙΚΗΘ είναι το 50% του εμβαδού του ορθογωνίου ABΓΔ. Ξέρουμε επίσης ότι το μήκος του ορθογωνίου ABΓΔ είναι μεγαλύτερο από το πλάτος του.



- A. Να εξηγήσετε γιατί το τμήμα HK έχει μήκος 5 cm.
B. Ποιες είναι οι δυνατές τιμές που μπορεί να πάρει ο φυσικός αριθμός α ;
Γ. Ποιο το εμβαδόν του ορθογωνίου EZKI σε κάθε περίπτωση ;

ΟΔΗΓΙΕΣ

Διάρκεια εξέτασης: τρεις (3) ώρες.

Να λύσετε και τα (4) θέματα

Δυνατή αποχώρηση: (1) ώρα μετά την παραλαβή των θεμάτων

Σας ευχόμαστε επιτυχία!!!



ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΕΤΑΙΡΕΙΑ
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ ΔΩΔΕΚΑΝΗΣΟΥ
5^{ος} ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΣ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ Α' ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ
«Ο ΙΠΠΑΡΧΟΣ»
Σάββατο, 17 Ιανουαρίου 2015

ΘΕΜΑ 1^ο

Δίνονται οι αριθμητικές παραστάσεις:

$$A = \frac{\frac{2}{3} - \frac{1}{2}}{3\frac{1}{4}} + \left(\frac{1}{3}\right)^2 : \frac{13}{12} + \frac{12}{13} \quad \text{και} \quad B = \frac{\frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} - \frac{1}{4 \cdot 5}}{\frac{1}{1 \cdot 2 \cdot 3} + \frac{1}{2 \cdot 3 \cdot 4} - \frac{1}{3 \cdot 4 \cdot 5}}.$$

1. Να υπολογίσετε τις τιμές των παραστάσεων A, B.
2. Να συγκρίνετε τους αριθμούς A, B και 1.

ΘΕΜΑ 2^ο

Δίνονται οι φυσικοί αριθμοί x, y, w με x πρώτο αριθμό, τέτοιοι ώστε να ισχύει:

$$x \cdot (y^2 + 4) \cdot (w^3 + 4) = 2015 \quad (1)$$

1. Ο αριθμός 2015 είναι πρώτος ή σύνθετος; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.
2. Να βρείτε όλους τους διαιρέτες του αριθμού 2015.
3. Να βρείτε τρεις τριάδες (x, y, w) που επαληθεύουν την ισότητα (1) .

ΘΕΜΑ 3^ο

Στην αυλή του σχολείου, ο καθηγητής της Γυμναστικής έχει σημειώσει στο δάπεδο δύο σημεία **A** (Αρχή) και **T** (Τέλος), σε κάποια απόσταση μεταξύ τους.

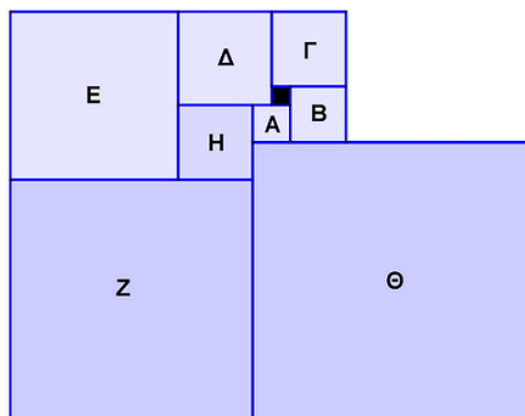
Αν περπατήσουμε με βήματα των $50cm$, διανύουμε την απόσταση (**AT**) με ακέραιο αριθμό βημάτων. Αν αυξήσουμε το βήμα μας κατά 40%, διανύουμε πάλι την απόσταση (**AT**) με ακέραιο αριθμό βημάτων. Γνωρίζοντας ότι η απόσταση (**AT**) είναι μεγαλύτερη από $5,8m$ και μικρότερη από $8,3m$, να απαντήσετε στα παρακάτω ερωτήματα:

1. Ποια είναι η απόσταση (**AT**);
2. Ποιος είναι ο αριθμός βημάτων των $50cm$;
3. Ποιος είναι ο αριθμός βημάτων, όταν αυξηθεί το βήμα μας κατά 40%;

ΘΕΜΑ 4^ο

Οκτώ κιβώτια A, B, Γ, Δ, E, Z, H και Θ έχουν στοιβαχθεί όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα. Οι έδρες όλων των κιβωτίων είναι τετράγωνα. Το μικρό μαύρο κενό που έχει δημιουργηθεί ανάμεσα τους είναι κι αυτό τετράγωνο με πλευρά $1cm$.

1. Αν το εμβαδόν του τετραγώνου Δ είναι $25cm^2$, να βρεθούν οι πλευρές των τετραγώνων A, B, Γ και H.
2. Αν η πλευρά του τετραγώνου A είναι ίση με $k + 1cm$, να εξηγήσετε γιατί η πλευρά του τετραγώνου H είναι ίση με $4cm$.



Καλή τύχη!



ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΕΤΑΙΡΕΙΑ
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ ΔΩΔΕΚΑΝΗΣΟΥ
6^{ος} ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΣ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ Α' ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ
«Ο ΙΠΠΑΡΧΟΣ»
Σάββατο, 16 Ιανουαρίου 2016

ΘΕΜΑ 1^ο

i. Να αναλύσετε σε γινόμενο πρώτων παραγόντων τον αριθμό 2016.

ii. Να υπολογίσετε την αριθμητική τιμή της παράστασης:

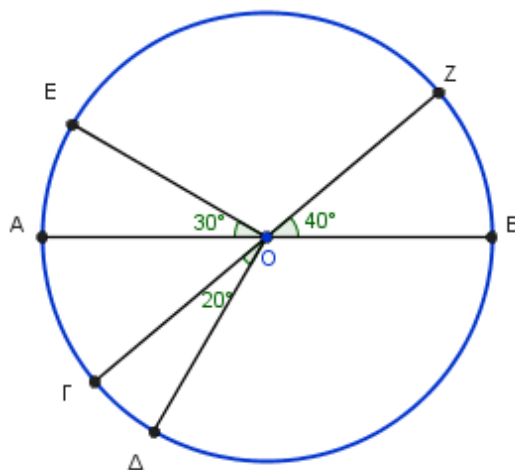
$$A = (3 + 2 \cdot 3 + 2^3 + 450 : 30) \cdot (11 \cdot 0,2 + 6,3 : 2,1 + 0,144 : 0,12 + 10 \cdot 0,6^2 - 1^4) \cdot \left(\frac{5}{4} + \frac{\frac{3}{4}}{18} + \frac{3\frac{1}{2}}{5\frac{1}{4}} \cdot \frac{15}{4} + \frac{2015}{2016} \cdot \frac{2016}{2015} \right)$$

ΘΕΜΑ 2^ο

Σε κύκλο με κέντρο O φέρνουμε τις διαμέτρους AB και ΓZ ώστε $B\hat{O}Z = 40^\circ$. Πάνω στην περιφέρεια του κύκλου θεωρούμε ακόμη τα σημεία Δ και E ώστε $\Gamma\hat{O}\Delta = 20^\circ$ και $A\hat{O}E = 30^\circ$, όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα.

i. Να βρείτε το μέτρο των γωνιών $A\hat{O}\Gamma$, $\Delta\hat{O}B$, $Z\hat{O}E$.

ii. Από το κέντρο O του κύκλου κινούμαστε πάνω στην ακτίνα OA μέχρι το σημείο A κι επιστρέφουμε στο O . Στη συνέχεια επαναλαμβάνουμε τη διαδρομή για τα σημεία Γ, Δ, B, Z και τελικά από το κέντρο O κινούμαστε πάνω στην ακτίνα OE μέχρι το σημείο E . Αν η συνολική διαδρομή είχε μήκος $12,1\text{ m}$, να βρείτε τη διάμετρο του κύκλου.



ΘΕΜΑ 3^ο

Έχουμε μια ζυγαριά ισορροπίας με δύο δίσκους. Για να ζυγίσουμε κάποιο αντικείμενο χρησιμοποιούμε αριθμημένα βάρη που μπαίνουν στον ένα δίσκο, ενώ στον άλλο δίσκο μπαίνει το αντικείμενο που θα ζυγίσουμε. Επειδή τα αριθμημένα βάρη δεν καλύπτουν όλες τις τιμές, μπορούμε να τοποθετήσουμε κάποια μαζί με τα προς ζύγιση αντικείμενα. Αν έχουμε 3 βάρη, των $1g$, $3g$ και $9g$ αντίστοιχα, τότε μπορούμε να ζυγίσουμε αντικείμενα βάρους από $1g$ έως $13g$. Για παράδειγμα, ζυγίζουμε ένα αντικείμενο $4g$ βάζοντας το αντικείμενο στον ένα δίσκο και τα βάρη των $1g$, $3g$ στον άλλο δίσκο. Για να ζυγίσουμε ένα αντικείμενο $7g$ βάζουμε το αντικείμενο μαζί με το βάρος των $3g$ στον ένα δίσκο και στον άλλο δίσκο τα βάρη των $1g$, $9g$.

i. Αν μας δώσουν και ένα βάρος $27g$, μπορούμε να ζυγίσουμε αντικείμενα βάρους από $1g$ έως $40g$. Να εξηγήσετε πως μπορούμε τότε να ζυγίσουμε αντικείμενα $17g$, $23g$ και $35g$.

ii. Αν μας δώσουν 2 ακόμη βάρη που όλα μαζί ακολουθούν το ίδιο μοτίβο, να εξετάσετε αν με τη ζυγαριά μπορούμε να ζυγίσουμε ένα αντικείμενο βάρους $365g$.

ΘΕΜΑ 4^ο

Η παραγωγή ενός βιομηχανικού προϊόντος ολοκληρώνεται σε τρεις φάσεις. Η διάρκεια της πρώτης φάσης είναι το 20% του συνολικού χρόνου παραγωγής, η διάρκεια της δεύτερης φάσης είναι το 70% του συνολικού χρόνου παραγωγής, ενώ η τρίτη φάση διαρκεί 30 λεπτά. Για να επιταχύνει τη διαδικασία παραγωγής η διοίκηση της βιομηχανίας αγοράζει νέα μηχανήματα ώστε να μειωθεί κατά 30% ο χρόνος της πρώτης και της τρίτης φάσης, ενώ στη δεύτερη φάση τα καινούρια μηχανήματα λειτουργούν με διπλάσια ταχύτητα από τα παλιά.

- i. Να βρείτε τον συνολικό χρόνο παραγωγής πριν αλλαχθούν τα μηχανήματα.
- ii. Να βρείτε το ποσοστό μείωσης του χρόνου παραγωγής με τα νέα μηχανήματα.
- iii. Τι ποσοστό του συνολικού χρόνου παραγωγής διαρκεί κάθε φάση με τα νέα μηχανήματα;

Καλή τύχη!



ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΕΤΑΙΡΕΙΑ

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ ΔΩΔΕΚΑΝΗΣΟΥ

7^{ος} ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΣ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ Α΄ ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

«Ο ΙΠΠΑΡΧΟΣ»

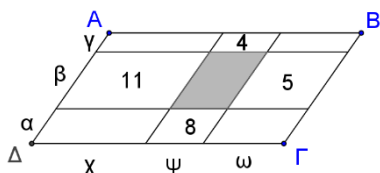
Σάββατο 28 Ιανουαρίου 2017

ΘΕΜΑ 1^ο

- α) Να βρείτε το πλήθος αλλά και το άθροισμα των φυσικών αριθμών που είναι μικρότεροι από 100 και περιέχουν σαν ψηφίο το 9.
- β) Να βρείτε το πλήθος των ψηφίων όλων των φυσικών αριθμών που είναι μικρότεροι από 100 και δεν περιέχουν σαν ψηφίο το 9.

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ 2^ο



Το παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ του διπλανού σχήματος έχει χωριστεί σε εννέα μικρότερα παραλληλόγραμμα χωρίζοντας τις πλευρές ΔΓ και ΑΔ σε μικρότερα κομμάτια χ , ψ , ω και α , β , γ

αντίστοιχα . Οι **περίμετροι** τεσσάρων από αυτά είναι ίσες με **11, 8, 5, 4cm** αντίστοιχα όπως φαίνεται στο παραπάνω σχήμα. Η **περίμετρος** του παραλληλογράμμου **ΑΒΓΔ** είναι ίση με **21cm**.

- α) Να δικαιολογήσετε ότι το **άθροισμα** των περιμέτρων των **9 μικρότερων** παραλληλογράμμων είναι **τριπλάσιο** της περιμέτρου του ΑΒΓΔ.
- β) Να βρείτε την περίμετρο του σκιασμένου παραλληλογράμμου.

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ 3^ο

Δίνεται ο πενταψήφιος αριθμός **2χ4ψ5**.

α) Να αντικαταστήσετε τα **χ** και **ψ** με κατάλληλα ψηφία, ώστε να προκύψει αριθμός που να διαιρείται ταυτόχρονα με το **3** και το **25**. Να γράψετε όλες τις δυνατές περιπτώσεις.

β) Αν **A** και **B** είναι δύο από τους αριθμούς που έχετε βρει στο **α)** ερώτημα με **A < B**, να εξετάσετε αν οι αριθμοί **A** και **B** είναι ή όχι **πολλαπλάσια του 75**. Να εξετάσετε αν ισχύει το ίδιο και για τους αριθμούς **A + B**, **B – A**, **A·B**. Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ 4^ο

Θεωρούμε τις ομάδες των φυσικών αριθμών

A ομάδα: 1, 2, 3, 4, ..., 11, 12 και

B ομάδα: 1, 2, 3, 4, ..., 12, 13

α) Να χωρίσετε την ομάδα **A** σε τρεις ομάδες οι οποίες να έχουν ίδιο άθροισμα των αριθμών που περιέχουν ίσο με **26** (πρέπει να χρησιμοποιήσετε όλους τους αριθμούς της ομάδας A).

β) Έχουμε μια ομάδα φυσικών αριθμών στην οποία ο **μεγαλύτερος** αριθμός είναι ίσος με το **άθροισμα** των **υπόλοιπων** αριθμών της ομάδας. Να εξετάσετε αν το άθροισμα όλων των αριθμών της ομάδας είναι **περιττός** ή **άρτιος** αριθμός.

γ) Να αποδείξετε ότι δεν μπορούμε να χωρίσουμε την ομάδα **B** σε μικρότερες ομάδες ώστε ο **μεγαλύτερος** αριθμός **κάθε** μικρότερης ομάδας να ισούται με το άθροισμα των υπόλοιπων αριθμών της ομάδας αυτής.

Μονάδες 5

Να απαντήσετε σε όλα τα θέματα και να δικαιολογήσετε όλες τις απαντήσεις σας

Σας ευχόμαστε καλή επιτυχία



ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΕΤΑΙΡΕΙΑ
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ ΔΩΔΕΚΑΝΗΣΟΥ
8^{ος} ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΣ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ Α΄ ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ
«Ο ΙΠΠΑΡΧΟΣ»
ΣΑΒΒΑΤΟ 20 ΙΑΝΟΥΑΡΙΟΥ 2018

ΘΕΜΑ 1^ο

Ένας μαθητής έγραψε τέσσερα τεστ και πέτυχε μέσο όρο βαθμών 17. Τα τεστ βαθμολογούνται με ακέραιους αριθμούς στην κλίμακα από 0 μέχρι 20.

A) Ποιο είναι το άθροισμα των βαθμών στα τέσσερα τεστ;

B) Ποια είναι η μικρότερη δυνατή βαθμολογία που μπορεί να γράψει ένας μαθητής σε οποιοδήποτε από τα τέσσερα τεστ;

Γ) Αν έχει γράψει 20 ακριβώς στα δύο από τα τεστ και στα άλλα δύο έχει τουλάχιστον 2 μονάδες διαφορά, να βρεθούν όλες οι δυνατές βαθμολογίες στα δύο τεστ.

ΘΕΜΑ 2^ο

Σε έξι κουτιά θα τοποθετήσουμε σφαιρίδια ως εξής. Στο πρώτο κουτί βάζουμε έναν αριθμό x σφαιριδίων και στα επόμενα με τη σειρά τοποθετούμε τον διπλάσιο αριθμό σφαιριδίων αυξημένο κατά ένα, σε σχέση με το προηγούμενο κουτί.

A) Να γράψετε με τη βοήθεια του x τον αριθμό των σφαιριδίων που υπάρχουν σε κάθε ένα κουτί και να δικαιολογήσετε ότι από το δεύτερο κουτί και μετά έχουμε πάντοτε αριθμό ίδιας μορφής άρτιο ή περιττό.

B) Αν τοποθετήσουμε συνολικά, στα έξι κουτιά 687 σφαιρίδια, να βρείτε πόσα σφαιρίδια είχαμε τοποθετήσει στο πρώτο κουτί.

Γ) Να δείξετε ότι σε κάθε κουτί έχουμε τοποθετήσει περισσότερα σφαιρίδια, από το άθροισμα των σφαιριδίων που υπάρχουν σε όλα τα προηγούμενα κουτιά.

ΘΕΜΑ 3°

Αν για τους μη μηδενικούς αριθμούς α, β, γ ισχύει

$$\frac{\alpha + \beta - \gamma}{\gamma} = \frac{\beta + \gamma - \alpha}{\alpha} = \frac{\gamma + \alpha - \beta}{\beta}$$

Α) Να αποδείξετε ότι κάθε κλάσμα από αυτά ισούται με 1.

Β) Ξέροντας λοιπόν ότι $\frac{\alpha + \beta - \gamma}{\gamma} = 1$, $\frac{\beta + \gamma - \alpha}{\alpha} = 1$ και $\frac{\gamma + \alpha - \beta}{\beta} = 1$ να βρείτε τις τιμές των παραστάσεων $\alpha + \beta$, $\beta + \gamma$, $\gamma + \alpha$ με τη βοήθεια των γ, α, β αντίστοιχα.

(δηλαδή το $\alpha + \beta$ με το γ , το $\beta + \gamma$ με το α , το $\gamma + \alpha$ με το β)

$$K = \frac{(\alpha + \beta) \cdot (\beta + \gamma) \cdot (\gamma + \alpha)}{\alpha \cdot \beta \cdot \gamma}$$

Γ) Να βρείτε την τιμή του κλάσματος

ΘΕΜΑ 4°

Θεωρούμε τα ισοσκελή τρίγωνα $AB\Gamma$ που έχουν πλευρές φυσικούς αριθμούς και περίμετρο 26.

Α) Υποθέτουμε ότι σε κάποιο από αυτά τα τρίγωνα, μπορούμε να βάλουμε πάνω στις ίσες πλευρές από 3 σημεία στην κάθε μια και στη βάση 4 σημεία έτσι ώστε και οι τρεις πλευρές να χωρισθούν σε ευθύγραμμα τμήματα που είναι όλα ίσα μεταξύ τους. Να βρεθούν τα μήκη των πλευρών του τριγώνου σε αυτή την περίπτωση.

Β) Αν στα ισοσκελή τρίγωνα με περίμετρο 26 και πλευρές φυσικούς αριθμούς, συμβολίσουμε με α το μήκος κάθε μιας από τις ίσες πλευρές και με β το μήκος της βάσης, να εξηγήσετε γιατί το β είναι πάντοτε ζυγός αριθμός.

Γ) Γνωρίζουμε ότι σε οποιοδήποτε τρίγωνο κάθε πλευρά του είναι μικρότερη από το άθροισμα των δύο άλλων.

Να βρεθούν πόσες διαφορετικές μορφές, ως προς τα μήκη των πλευρών, μπορεί να έχουν τα ισοσκελή τρίγωνα με περίμετρο 26 και πλευρές φυσικούς αριθμούς.

ΟΔΗΓΙΕΣ

- Να απαντήσετε σε όλα τα θέματα δίνοντας όλες τις απαραίτητες εξηγήσεις.
- Διάρκεια εξέτασης 3 ώρες

Έναρξη 9:00

Δυνατή Αποχώρηση 10:00

Λήξη 12:00

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ



ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΕΤΑΙΡΕΙΑ
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ ΔΩΔΕΚΑΝΗΣΟΥ
9^{ος} ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΣ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ Α΄ ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ
"Ο ΙΠΠΑΡΧΟΣ"
Σάββατο, 19 Ιανουαρίου 2019

ΘΕΜΑ 1^ο

- i. Να βρείτε τον μεγαλύτερο μονοψήφιο φυσικό αριθμό, ο οποίος μπορεί να γραφτεί ως άθροισμα δύο διαδοχικών φυσικών αριθμών. Να γράψετε τον αριθμό που βρήκατε ως άθροισμα δυο διαδοχικών φυσικών αριθμών.

Μονάδες 2

- ii. Να βρείτε τον μεγαλύτερο διψήφιο φυσικό αριθμό, ο οποίος μπορεί να γραφτεί ως άθροισμα δύο διαδοχικών φυσικών αριθμών, ως άθροισμα τριών διαδοχικών αριθμών και ως άθροισμα πέντε διαδοχικών αριθμών. Να γράψετε τον αριθμό που βρήκατε ως άθροισμα πέντε διαδοχικών αριθμών.

Μονάδες 3

ΘΕΜΑ 2^ο

Τέσσερις φίλοι, ο Αντώνης, ο Βασίλης, ο Γιάννης και ο Διονύσης αποφάσισαν να αποταμιεύσουν χρήματα για να τα αξιοποιήσουν στις διακοπές τους. Το ποσό που συγκέντρωσαν και οι τέσσερις φίλοι μαζί ήταν συνολικά 216€.

Την πρώτη ημέρα των διακοπών οι τέσσερις φίλοι ξόδεψαν τα $\frac{3}{4}$ των χρημάτων του Αντώνη και τους έμειναν 174 €. Τη δεύτερη ημέρα των διακοπών οι τέσσερις φίλοι ξόδεψαν τα $\frac{5}{6}$ των χρημάτων του Βασίλη και τους έμειναν 134 €. Την τρίτη ημέρα των διακοπών οι τέσσερις φίλοι ξόδεψαν το 20% των χρημάτων του Γιάννη και τους έμειναν 122 €. Την τέταρτη ημέρα των διακοπών σχεδίαζαν να κάνουν μια ημερήσια εκδρομή με λεωφορείο αλλά διαπίστωσαν ότι δεν είχαν αρκετά χρήματα.

- i. Να βρείτε πόσα χρήματα είχε αποταμιεύσει αρχικά κάθενας από τους τέσσερις φίλους.

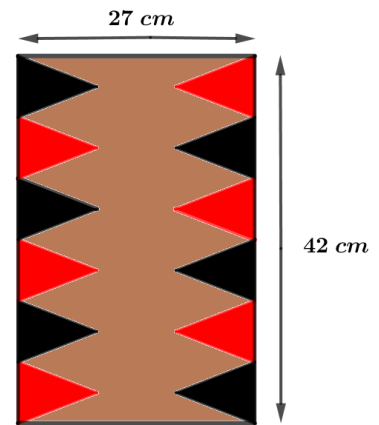
Μονάδες 2

- ii. Αν το κόστος της ημερήσιας εκδρομής με λεωφορείο είναι 32,5 € για κάθε άτομο, να βρείτε ποιο μέρος των χρημάτων του Βασίλη θα μπορούσαν να ξοδέψουν τη δεύτερη ημέρα ώστε να τους μείνουν αρκετά χρήματα για την ημερήσια εκδρομή.

Μονάδες 3

ΘΕΜΑ 3^ο

Δύο φίλοι αποφάσισαν να παίξουν το επιτραπέζιο παιχνίδι τάβλι και γι'αυτό σχεδίασαν δύο ίσες ορθογώνιες επιφάνειες, όπως αυτή στο διπλανό σχήμα. Το μήκος του ορθογωνίου είναι 42 cm και το πλάτος 27 cm . Σε κάθε ορθογώνιο υπάρχουν ίσα, ισοσκελή τρίγωνα με ύψος ίσο με το $\frac{1}{3}$ του πλάτους του ορθογωνίου. Τα τρίγωνα αυτά έχουν εναλλάξ κόκκινο ή μαύρο χρώμα, ενώ η υπόλοιπη επιφάνεια του ορθογωνίου έχει καφέ χρώμα. Να βρείτε τι ποσοστό της επιφάνειας του ορθογωνίου έχει



- i. κόκκινο χρώμα
- ii. καφέ χρώμα.

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ 4^ο

Έχουμε τρεις φυσικούς αριθμούς α , β και γ , οι οποίοι είναι μεγαλύτεροι από το 0 ενώ ο α είναι μεγαλύτερος από το 1. Αν διαιρέσουμε τον αριθμό β με τον αριθμό α , θα βρούμε πηλίκο 2 και υπόλοιπο 1. Αν διαιρέσουμε τον αριθμό γ με τον αριθμό α , θα βρούμε πηλίκο 3 και υπόλοιπο 2.

- i. Να δείξετε ότι ισχύει $\alpha < \beta < \gamma$.

Μονάδα 1

- ii. Να δείξετε ότι ο αριθμός $\alpha + \beta + \gamma$ διαιρείται με το 3 και ότι ισχύει $\alpha + \beta + \gamma \geq 9$.

Μονάδες 2

- iii. Αν, επιπλέον, γνωρίζουμε ότι ισχύει $\alpha + \beta + \gamma \leq 21$, να βρείτε τους αριθμούς α , β και γ .

Μονάδες 2

Καλή τύχη!



ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΕΤΑΙΡΕΙΑ
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ ΔΩΔΕΚΑΝΗΣΟΥ
10^{ος} ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΣ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ Α΄ ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ
"Ο ΙΠΠΑΡΧΟΣ"
Σάββατο, 18 Ιανουαρίου 2020

ΘΕΜΑ 1^ο

Η Αθανασία ξεκίνησε να γράφει στη σειρά ψηφία 1 ή 0 με βάση το παρακάτω πρότυπο

1010010001...

Η Αθανασία μπορεί να σταματήσει σε οποιοδήποτε ψηφίο και έτσι να σχηματίσει έναν αριθμό, για παράδειγμα τον 1010 ή 101001.

- i. Σε ποιο ψηφίο πρέπει θα πρέπει να σταματήσει η Αθανασία ώστε να σχηματιστεί ο μικρότερος αριθμός που διαιρείται με το 9; Ποιος είναι αυτός ο αριθμός;

Μονάδες 2

- ii. Πως γράφεται ο παραπάνω αριθμός ως άθροισμα δυνάμεων του 10 ;

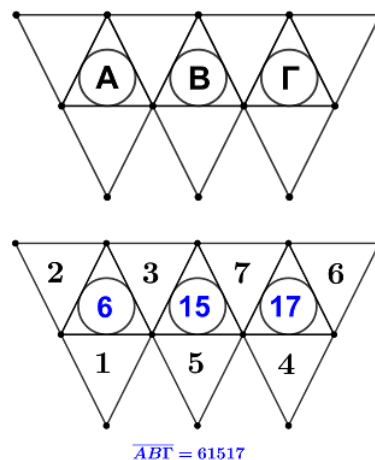
Μονάδα 2

- iii. Ποιος είναι ο μικρότερος αριθμός από αυτούς που μπορεί να γράψει η Αθανασία με το παραπάνω πρότυπο, ο οποίος να διαιρείται με το 9 και το 100 αλλά να μην διαιρείται με το 1000 ;

Μονάδες 1

ΘΕΜΑ 2^ο

Σε κάθε ένα από τα κενά τρίγωνα του διπλανού σχήματος τοποθετούμε τα ψηφία 1,2,3,4,5,6 και 7. Στη συνέχεια, σε κάθε έναν από τους κύκλους Α, Β και Γ σημειώνουμε το άθροισμα των ψηφίων των τριών εφαπτόμενων τριγώνων και, τελικά, σχηματίζουμε τον αριθμό $\overline{AB\Gamma}$. Στο διπλανό παράδειγμα ο αριθμός $\overline{AB\Gamma}$ που σχηματίστηκε είναι ο 61517. Να τοποθετήσετε τα ψηφία 1,2,3,4,5,6 και 7 έτσι ώστε ο αριθμός $\overline{AB\Gamma}$



- i. να είναι άρτιος.

Μονάδα 1

- ii. να είναι εξαψήφιος.

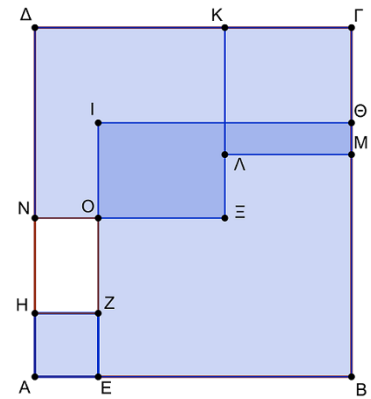
Μονάδες 2

- iii. να είναι ίσος με 1399.

Μονάδες 2

ΘΕΜΑ 3^ο

Ο κύριος Γιάννης έχει ένα υαλοπωλείο. Μιά μέρα, καθώς τακτοποιούσε υλικά στην αποθήκη, ο κύριος Γιάννης τοποθέτησε στις κορυφές ενός ορθογωνίου πλαισίου ΑΒΓΔ τέσσερα τετράγωνα τζάμια ΑΕΖΗ, ΚΛΜΓ, ΔΝΞΚ και ΕΒΘΙ με εμβαδά $1\text{cm}^2, 4\text{cm}^2, 9\text{cm}^2$ και 16cm^2 αντίστοιχα, όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα. Η επιφάνεια ΗΖΟΝ που έμεινε ακάλυπτη έχει εμβαδό $1,5\text{cm}^2$.



- i. Ποιες είναι οι διαστάσεις του ορθογωνίου ΑΒΓΔ ;

Μονάδα 1

- ii. Να βρείτε το εμβαδόν της επιφάνειας ΟΞΛΜΘΙ .

Μονάδες 2

- iii. Να βρείτε την περίμετρο του πολυγώνου ΟΞΛΜΘΙ .

Μονάδες 2

ΘΕΜΑ 4^ο

Θεωρούμε μια τριάδα φυσικών αριθμών $A = (x, y, z)$ για τους οποίους ισχύει $x + y + z = 17$. Από αυτή την τριάδα δημιουργούμε μια καινούρια τριάδα, την $A_1 = (x + y, y + z, z + x)$, με την εξής κίνηση: στην πρώτη θέση βάζουμε το άθροισμα του πρώτου και του δεύτερου αριθμού της A , στη δεύτερη θέση βάζουμε το άθροισμα του δεύτερου και του τρίτου αριθμού της A ενώ στην τρίτη θέση βάζουμε το άθροισμα του τρίτου και του πρώτου αριθμού της A . Για παράδειγμα, αν έχουμε την τριάδα $A = (3, 5, 9)$, τότε στην πρώτη κίνηση παίρνουμε την τριάδα $A_1 = (8, 14, 12)$. Στη δεύτερη κίνηση, με την ίδια διαδικασία, δημιουργούμε την τριάδα $A_2 = (x + 2y + z, y + 2z + x, z + 2x + y)$ και ούτω καθεξής.

- i. Αν η αρχική τριάδα είναι $A = (4, 6, 7)$, να βρεθεί η τριάδα A_3 της τρίτης κίνησης.

Μονάδα 1

- ii. Αν η τριάδα της δεύτερης κίνησης είναι η $A_2 = (23, 25, 20)$, να βρείτε την αρχική τριάδα $A = (x, y, z)$.

Μονάδες 2

- iii. Να αιτιολογήσετε γιατί δεν μπορούμε να κατασκευάσουμε την τριάδα $(147, 149, 150)$ με την παραπάνω διαδικασία κατασκευής τριάδων με αρχική τριάδα την $A = (4, 6, 7)$

Μονάδες 2

Καλή τύχη!



ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΕΤΑΙΡΕΙΑ

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ ΔΩΔΕΚΑΝΗΣΟΥ

ΤΕΛΙΚΟΣ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΣ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ Α΄ ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ 2022-2023

«Ο ΙΠΠΑΡΧΟΣ»

Σάββατο 18 Φεβρουαρίου 2023

ΘΕΜΑ 1^ο (5 Μονάδες)

Υποθέτουμε ότι ΑΑΑΑ είναι ένας τετραψήφιος με 4 ίδια ψηφία που αντιστοιχούν στο γράμμα Α, ΒΒΒ τριψήφιος με 3 ίδια ψηφία ίσα με Β και ομοίως ΓΓ διψήφιος και Δ μονοψήφιος αριθμός.

Να αντικαταστήσετε τα γράμματα Α, Β, Γ, Δ με κατάλληλα ψηφία έτσι ώστε να ισχύει η ισότητα: $ΑΑΑΑ + ΒΒΒ - ΓΓ + Δ = 2023$.

ΘΕΜΑ 2^ο (5 Μονάδες)

Πάνω σε 30 ίδια καρτελάκια γράφουμε 30 διαφορετικούς φυσικούς αριθμούς που είναι μεγαλύτεροι του 0 και μικρότεροι από το 60 και τα τοποθετούμε σε ένα τραπέζι ώστε να μη φαίνονται οι αριθμοί. Υποθέτουμε ότι ισχύει ο εξής κανόνας: «Αν επιλέξουμε δύο οποιαδήποτε από αυτά τα καρτελάκια τότε η διαφορά των αριθμών που είναι γραμμένοι σε αυτά είναι άρτιος (ζυγός) αριθμός». Να βρείτε:

α) Ποιοι είναι οι 30 αριθμοί που είναι γραμμένοι στα καρτελάκια;

Μονάδες 3

β) Ποιο είναι το άθροισμα των 30 αυτών αριθμών;

Μονάδες 2

ΘΕΜΑ 3^ο (5 Μονάδες)

Έστω το σύνολο των φυσικών αριθμών $\Omega = \{1, 2, 3, 4, \dots, 50\}$ που περιέχει όλους τους φυσικούς αριθμούς από το 1 έως και το 50.

α) Πόσοι αριθμοί του Ω είναι πολλαπλάσια του 3 και ποιο το ποσοστό % τους, επί του συνόλου των αριθμών του Ω ;

Μονάδα 1

β) Τα πολλαπλάσια ενός φυσικού αριθμού α που ανήκουν στο σύνολο Ω , αποτελούν το 24% του πλήθους των αριθμών του Ω . Ποιος είναι ο αριθμός α ;

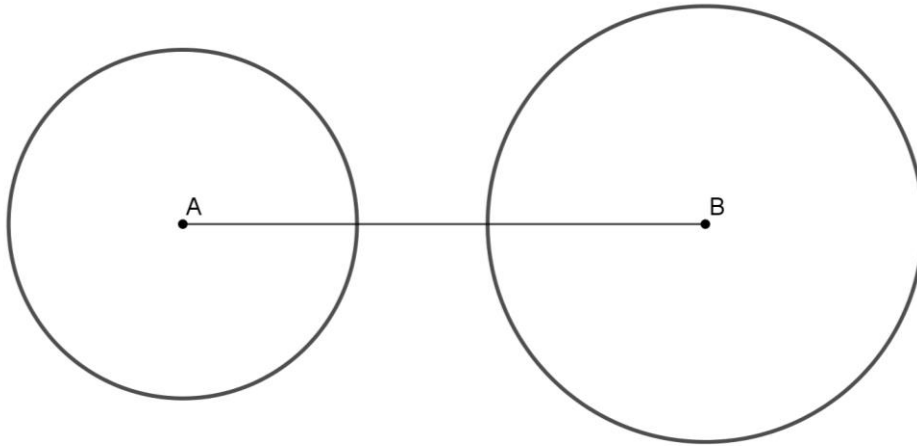
Μονάδες 2

γ) Πόσοι αριθμοί του Ω δεν είναι ούτε πολλαπλάσια του 3 ούτε πολλαπλάσια του 5;

Μονάδες 2

ΘΕΜΑ 4^ο (5 Μονάδες)

Στο παρακάτω σχήμα δίνεται ένα ευθύγραμμο τμήμα AB μήκους 12 cm και δύο κύκλοι με κέντρα τα σημεία A, B και ακτίνες 4cm και 5cm αντίστοιχα.



α) Να βρείτε αν υπάρχει σημείο P του επιπέδου, ώστε να ισχύει συγχρόνως $PA = 4 \text{ cm}$ και $PB = 5 \text{ cm}$ και να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδα 1

β) Βρείτε σημείο Γ στον κύκλο με κέντρο το A και σημείο Δ στον κύκλο με κέντρο το B ώστε $\Gamma\Delta = 3 \text{ cm}$.

Μονάδα 1

γ) Βρείτε σημείο E στον κύκλο με κέντρο το A και σημείο Z στον κύκλο με κέντρο το B ώστε $EZ = 21 \text{ cm}$.

Μονάδα 1

δ) Περιγράψτε ή ζωγραφίστε τα σημεία M του επιπέδου για τα οποία ισχύουν συγχρόνως οι ανισότητες: $MA > 4 \text{ cm}$ και $MB > 5 \text{ cm}$.

Μονάδα 2

Σας ευχόμαστε επιτυχία!



ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΕΤΑΙΡΕΙΑ

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ ΔΩΔΕΚΑΝΗΣΟΥ

ΤΕΛΙΚΟΣ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΣ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ Α΄ ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ 2023-2024

«Ο ΙΠΠΑΡΧΟΣ»

Σάββατο 20 Ιανουαρίου 2024

- Να απαντήσετε και στα 4 παρακάτω θέματα αιτιολογώντας τις απαντήσεις σας.
- Χρόνος διαγωνισμού: 3 ώρες

ΘΕΜΑ 1^ο

Στον πίνακα είναι γραμμένοι 5 αριθμοί (έστω $\alpha, \beta, \gamma, \delta, \varepsilon$) και εφαρμόζουμε την παρακάτω διαδικασία: Σβήνουμε δύο απ' αυτούς (για παράδειγμα τους α, β) και στη θέση τους βάζουμε το $\frac{1}{4}$ του αθροίσματος τους, (δηλαδή το $\frac{\alpha+\beta}{4}$). Εφαρμόζουμε την ίδια διαδικασία στους 4 αριθμούς που προέκυψαν και συνεχίζουμε την ίδια διαδικασία μέχρι να μείνει ένας μόνο αριθμός.

A) Να εξηγήσετε τον τρόπο με τον οποίο απ' τους αριθμούς 1, 3, 5, 7, 11 εφαρμόζοντας την παραπάνω διαδικασία θα καταλήξουμε στον αριθμό 3.

B) Αν ξεκινήσουμε με τους αριθμούς 1, 1, 1, 1, 1 και εφαρμόσουμε την παραπάνω διαδικασία, τότε πόσα και ποια διαφορετικά αποτελέσματα μπορούμε να βρούμε;

(2 + 3 = 5 Μονάδες)

ΘΕΜΑ 2^ο

Τρεις φυσικοί αριθμοί α, β και γ έχουν άθροισμα 25 και γινόμενο 540.

A) Να γραφούν οι δύο μαθηματικές ισότητες που περιγράφουν τις παραπάνω υποθέσεις.

B) Να εξηγήσετε γιατί μόνο ένας απ' τους αριθμούς α, β και γ είναι πολλαπλάσιο του 5.

Γ) Υποθέτουμε ότι ο γ είναι πολλαπλάσιο του 5. Ποιες είναι οι δυνατές τιμές του γ ;

Δ) Βρείτε μια τριάδα (α, β, γ) φυσικών αριθμών που έχουν άθροισμα 25 και γινόμενο 540;

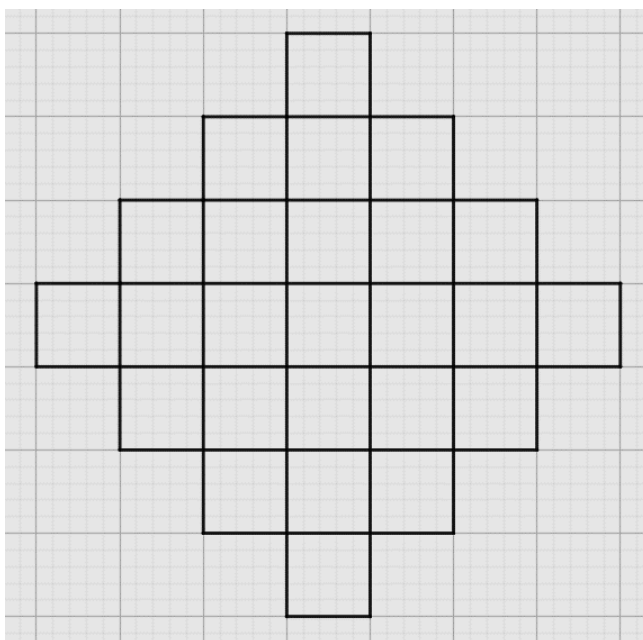
(1 + 1 + 1 + 2 = 5 Μονάδες)

ΘΕΜΑ 3^ο

Το σχήμα  το λέμε ορθογώνιο 2x1 ενώ το σχήμα  το λέμε ορθογώνιο 1x2.

Το σχήμα  το λέμε ορθογώνιο 3x1 ενώ το σχήμα  το λέμε ορθογώνιο 1x3.

Δηλαδή ο πρώτος αριθμός εκφράζει στήλες και ο δεύτερος γραμμές.



Στο παραπάνω σχήμα υπάρχουν 10 ορθογώνια 1x5 και 5x1 συνολικά. Αφού τα εντοπίσετε, να απαντήσετε στα ακόλουθα ερωτήματα:

A) Πόσα είναι τα ορθογώνια 1x3 και 3x1 συνολικά;

B) Πόσα είναι όλα τα ορθογώνια του σχήματος που δεν είναι όμως τετράγωνα (ετερομήκη);

(2 + 3 = 5 Μονάδες)

ΘΕΜΑ 4^ο

Έστω ότι γράφουμε από είκοσι φορές κάθε έναν απ' τους αριθμούς 111 και 235. Αν διαγράψουμε κάποιους απ' τους σαράντα αυτούς αριθμούς το άθροισμα των υπολοίπων είναι 2024. Πόσες φορές θα μείνει το 111 και πόσες το 235;

(5 Μονάδες)

Σας ευχόμαστε επιτυχία!

Ενδεικτικές Λύσεις

ΘΕΜΑ 1^ο

Αφού στον 4-ψήφιο αριθμό AAAA προστίθεται ο τριψήφιος BBB θα πρέπει $A=1$ διαφορετικά το άθροισμα τους υπερβαίνει το 2023

Επομένως $1111 + BBB - \Gamma + \Delta = 2023$ και αρκεί να βρούμε 3-ψήφιο αριθμό BBB ώστε $BBB - \Gamma + \Delta = 2023 - 1111 = 912$

Αφού απ' τον 3-ψήφιο αριθμό BBB αφαιρείται ο διψήφιος ΓΓ θα πρέπει $B=9$ διαφορετικά η διαφορά τους θα υπολείπεται του 912

Επομένως $999 - \Gamma + \Delta = 912$ και συνεπώς $\Gamma=8$ και $\Delta=1$

Πράγματι, αν $\Gamma=9$ τότε $\Delta=12$ αδύνατο γιατί το Δ είναι ψηφίο ενώ αν $\Gamma=7$ ή μικρότερο τότε το πρώτο μέλος της ισότητας $999 - \Gamma + \Delta = 912$ υπερβαίνει το 912

Επαλήθευση $1111 + 999 - 88 + 1 = 2023$

ΘΕΜΑ 2^ο

α) Αφού η διαφορά 2 οποιονδήποτε αριθμών είναι άρτιος αριθμός θα πρέπει όλοι οι αριθμοί να είναι άρτιοι (άρτιος – άρτιος = άρτιος) ή όλοι οι αριθμοί περιττοί (περιττός – περιττός = άρτιος) διότι άρτιος – περιττός = περιττός και περιττός – άρτιος = περιττός.

Αν όλοι οι αριθμοί ήταν άρτιοι τότε αυτοί θα ήταν όλοι οι άρτιοι φυσικοί αριθμοί μέχρι το 60 που είναι οι: 0, 2, 4, ..., 58 (συνολικά 30 αριθμοί), αυτό όμως είναι αδύνατο γιατί δεν υπάρχει καρτελάκι με τον αριθμό 0. Άρα οι 30 αριθμοί στα καρτελάκια είναι οι 30 περιττοί αριθμοί: 1, 3, 5, ..., 59

β) Το άθροισμα των 30 αυτών αριθμών μπορεί να βρεθεί είτε με απευθείας πρόσθεση είτε πιο γρήγορα παρατηρώντας το εξής (τέχνασμα Gauss) : $1 + 59 = 3+57 = 5+55$ κ.ο.κ. που σημαίνει ότι έχουμε $30:2 = 15$ ζευγάρια με άθροισμα 60 το καθένα, άρα $15 \cdot 60 = 900$

ΘΕΜΑ 3^ο

α) Τα πολλαπλάσια του 3 που βρίσκονται στο σύνολο Ω μπορούν να βρεθούν με τους εξής τρόπους:

1^{ος} τρόπος: Με απευθείας καταμέτρηση και θα τα βρούμε 16

2^{ος} τρόπος: Με το πηλίκο της διαίρεσης $50:3$ αγνοώντας το υπόλοιπο, οπότε 16

3^{ος} τρόπος: Κάθε διάστημα μεταξύ δυο διαδοχικών πολλαπλασίων του 3 έχει μήκος 3 μονάδες, οπότε το 48 (που είναι το μεγαλύτερο πολλαπλάσιο του 3 στο Ω) απέχει από το 3 (που είναι το μικρότερο πολλαπλάσιο του 3 στο Ω) $48 - 3 = 45$ μονάδες άρα $(45:3+1)=16$

4^{ος} τρόπος: Είναι τα: $3=3\cdot\mathbf{1}$, $6=3\cdot\mathbf{2}$, $9=3\cdot\mathbf{3}$, ..., $45=3\cdot\mathbf{15}$, $48=3\cdot\mathbf{16}$, οπότε το πλήθος τους είναι 16.

Το ποσοστό αυτών είναι $(16/50)\cdot 100\% = 32\%$

β) Επειδή τα πολλαπλάσια που ζητάμε είναι λιγότερα από τα πολλαπλάσια του 3 (αφού $24\% < 32\%$) θα ψάξουμε στα πολλαπλάσια του α , όπου $\alpha > 3$ αρχίζοντας απ' τα πολ4 τα οποία βρίσκουμε (με έναν από τους παραπάνω 3 τρόπους) 12 και το αντίστοιχο ποσοστό τους $(12/50)\cdot 100\% = 24\%$ άρα $\alpha=4$

Σημείωση: Στο σύνολο Ω ,

τα πολλαπλάσια του 1 είναι 50 δηλ. το 100% των αριθμών του Ω

τα πολλαπλάσια του 2 είναι 25 δηλ. το 50% των αριθμών του Ω

τα πολλαπλάσια του 3 είναι 16 δηλ. το 32% των αριθμών του Ω

τα πολλαπλάσια του 4 είναι 12 δηλ. το 24% των αριθμών του Ω

τα πολλαπλάσια του 5 είναι 10 δηλ. το 20% των αριθμών του Ω

τα πολλαπλάσια του 6 είναι 8 δηλ. το 16% των αριθμών του Ω

κ.ο.κ. όπως εύκολα μπορείτε να επαληθεύσετε.

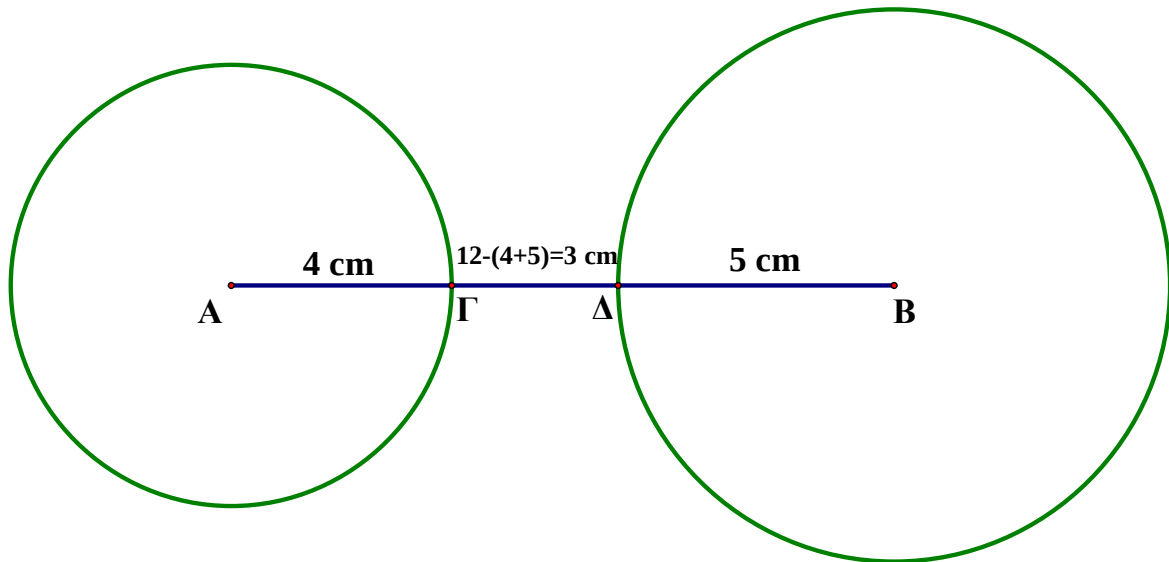
γ) Η πρώτη σκέψη που κάνουμε είναι από τους 50 αριθμούς του Ω να αφαιρέσουμε το πλήθος των πολ3 και το πλήθος των πολ5 που είναι $50 - (16 + 10) = 50 - 26$.

Όμως σε αυτά τα 26 πολλαπλάσια του 3 και του 5 μετρήσαμε από δύο φορές τα κοινά τους πολλαπλάσια, δηλ. διπλομετρήσαμε τα πολ15 που είναι 3, άρα ο ζητούμενος αριθμός είναι $50 - 26 + 3 = 27$

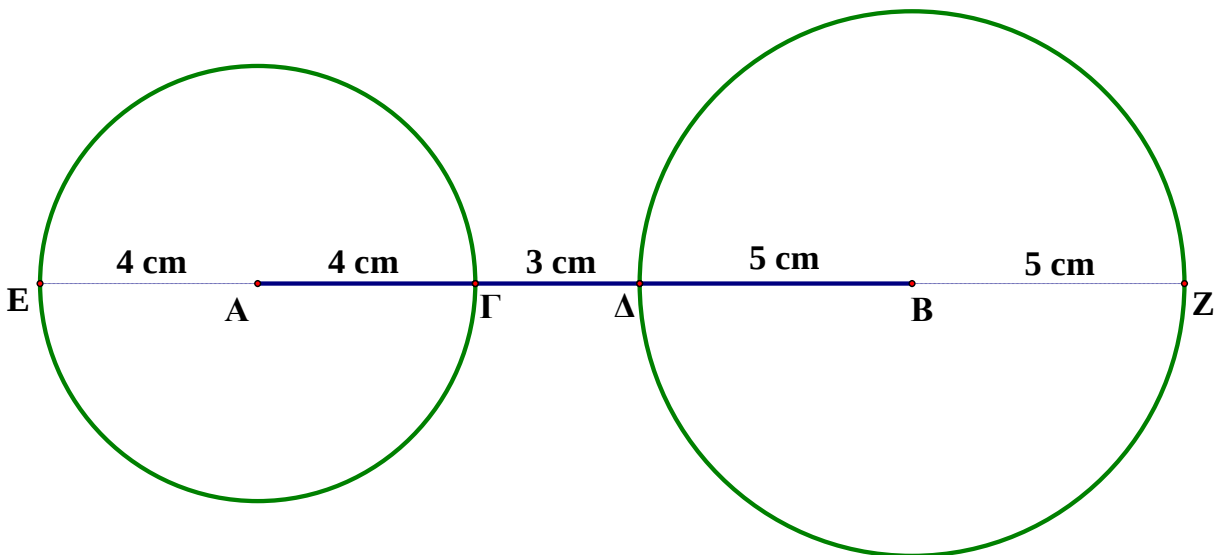
ΘΕΜΑ 4^ο

α) Αν υπάρχει σημείο P του επιπέδου ώστε να ισχύει συγχρόνως $PA = 4\text{ cm}$ και $PB = 5\text{ cm}$ τότε αυτό θα έπρεπε να ανήκει στον κύκλο με κέντρο A και συγχρόνως στον κύκλο με κέντρο B. Αυτό όμως είναι αδύνατο γιατί οι κύκλοι δεν έχουν κοινά σημεία. Άρα δεν υπάρχει τέτοιο σημείο.

β) Τα σημεία Γ και Δ είναι όπως φαίνονται στο παρακάτω σχήμα:



γ) Τα σημεία E και Z είναι όπως φαίνονται στο παρακάτω σχήμα:



δ) Δεν θέλουμε τα σημεία M που βρίσκονται πάνω στις δύο περιφέρειες επειδή εκεί $MA = 4\text{ cm}$ και $MB = 5\text{ cm}$. Επίσης δεν θέλουμε τα εσωτερικά σημεία των κύκλων επειδή εκεί $MA < 4\text{ cm}$ και $MB < 5\text{ cm}$. Άρα τα ζητούμενα σημεία είναι όλα τα σημεία του επιπέδου που βρίσκονται εξωτερικά των δύο κύκλων.