

Λυμένα παραδείγματα

(ξέρω αρχική τιμή και ποσοστό)

1. Μια μπλούζα κοστίζει 40 €. Την βρήκα σε εκπτώσεις 30 %. Πόσο κοστίζει στις εκπτώσεις;Λύση

Η έκπτωση είναι 30 % της αρχικής τιμής,

$$\text{δηλ. } 30\% \cdot 40 = \frac{30}{100} \cdot \frac{40}{1} = 12 \text{ €}$$

ΑΡΧΙΚΗ ΤΙΜΗ	ΜΕΤΑΒΟΛΗ	ΤΕΛΙΚΗ ΤΙΜΗ
100	30	70 (=100-30)
40		x

(Έκπτωση σημαίνει μείωση τιμής.) Άρα η μπλούζα κοστίζει 40 - 12 = 28 € στις εκπτώσεις.

2. Ένα κινητό κοστίζει 250 € δίχως ΦΠΑ 20 % (δηλ. το ΦΠΑ δεν περιλαμβάνεται στην τιμή αυτή). Πόσο κοστίζει αν το αγοράζουμε με απόδειξη (δηλ. με ΦΠΑ);Λύση

Το ΦΠΑ είναι 20 % της αρχικής τιμής,

$$\text{δηλ. } 20\% \cdot 250 = \frac{20}{100} \cdot \frac{250}{1} = 50 \text{ €}.$$

ΑΡΧΙΚΗ ΤΙΜΗ	ΜΕΤΑΒΟΛΗ	ΤΕΛΙΚΗ ΤΙΜΗ
100	20	120 (=100+20)
250		x

[ΦΠΑ σημαίνει αύξηση τιμής]. άρα το κινητό κοστίζει 250 + 50 = 300 € με ΦΠΑ.

3. Ο παππούς πριν 2 χρόνια έπαιρνε σύνταξη 800 €. Του έγινε πριν ένα χρόνο περικοπή (μείωση) σύνταξης κατά 10%. Φέτος πήρε (στην σύνταξη) αύξηση 10%. Τι σύνταξη θα παίρνει φέτος;Λύση

Η περικοπή είναι 10 % της αρχικής τιμής,

$$\text{δηλ. } 10\% \cdot 800 = \frac{10}{100} \cdot \frac{800}{1} = 80 \text{ €}.$$

ΑΡΧΙΚΗ ΤΙΜΗ	ΜΕΤΑΒΟΛΗ	ΤΕΛΙΚΗ ΤΙΜΗ
100	10	90 (=100-10)
800		x

(Έχω μείωση τιμής.)

Άρα πριν ένα χρόνο ο παππούς έπαιρνε 800 - 80 = 720 € σύνταξη.

Η αύξηση είναι 10 % της νέας αρχικής τιμής,

$$\text{δηλ. } 10\% \cdot 720 = \frac{10}{100} \cdot \frac{720}{1} = 72 \text{ €}.$$

(Έχω αύξηση τιμής.)

Άρα φέτος παίρνει 720 + 72 = 792 € σύνταξη.

ΑΡΧΙΚΗ ΤΙΜΗ	ΜΕΤΑΒΟΛΗ	ΤΕΛΙΚΗ ΤΙΜΗ
100	10	110 (=100+10)
720		x

Παρατηρούμε ότι όταν έχουμε αύξηση και μείωση κατά το ίδιο ποσοστό διαδοχικά (συνεχόμενα) δεν βρίσκουμε τον αρχικό αριθμό, επειδή κάθε φορά αλλάζει το σύνολο (τα 100) στο οποίο αναφερόμαστε.

(ξέρω μεταβολή και ποσοστό)

4. Αγοράσαμε ένα μπουφάν με έκπτωση 30% και γλιτώσαμε 45 €. Πόσο πληρώσαμε το μπουφάν;Λύση

[Ο λόγος που γλιτώνουμε 45 € είναι επειδή το αγοράσαμε στις εκπτώσεις. Αναζητούμε την τελική τιμή, γιατί αυτή είναι η τιμή αγοράς, μετά την έκπτωση. Μπορώ να βρω κατευθείαν την τελική τιμή ή να βρω την αρχική τιμή και μετά να κάνω αφαίρεση.]

30% σημαίνει 30 στα 100

45 στα x

ΑΡΧΙΚΗ ΤΙΜΗ	ΜΕΤΑΒΟΛΗ	ΤΕΛΙΚΗ ΤΙΜΗ
100	30	70 (=100-30)
x	45	y

$$\frac{30}{45} = \frac{100}{x} \Leftrightarrow 30 \cdot x = 45 \cdot 100 \Leftrightarrow 30 \cdot x = 4.500 \Leftrightarrow x = 4.500 : 30 \Leftrightarrow x = 150 \text{ € η αρχική τιμή}$$

(Έκπτωση σημαίνει μείωση τιμής.)

Άρα το μπουφάν κοστίζει $150 - 45 = 105 \text{ €}$ στις εκπτώσεις.**5. Αγοράσαμε ένα φόρεμα δίχως ΦΠΑ 20% και γλιτώσαμε 30 €. Πόσο πληρώσαμε το φόρεμα;**Λύση

[Ο λόγος που γλιτώνουμε 30 € είναι επειδή αγοράσαμε δίχως απόδειξη. Αναζητούμε την αρχική τιμή, γιατί αυτή είναι η τιμή αγοράς, αφού δεν προστέθηκε το ΦΠΑ.]

20% σημαίνει 20 στα 100

30 στα x

ΑΡΧΙΚΗ ΤΙΜΗ	ΜΕΤΑΒΟΛΗ	ΤΕΛΙΚΗ ΤΙΜΗ
100	20	120 (=100+20)
x	30	

$$\frac{20}{30} = \frac{100}{x} \Leftrightarrow 20 \cdot x = 30 \cdot 100 \Leftrightarrow 20 \cdot x = 3.000 \Leftrightarrow x = 3.000 : 20 \Leftrightarrow x = 150 \text{ €}$$

Δηλαδή το φόρεμα κοστίζει δίχως ΦΠΑ 150 €.

Αν το αγοράζαμε με ΦΠΑ θα πληρώναμε $150 + 30 = 180 \text{ €}$.

(ξέρω τελική τιμή και ποσοστό)

6. Αγοράσαμε ένα κινητό με έκπτωση 40% και πληρώσαμε 240 €. Πόσο κόστιζε το κινητό πριν την έκπτωση;Λύσηα' τρόπος(ορισμός ποσοστού αλλά όχι αυτού που μας δίνει)

ΑΡΧΙΚΗ ΤΙΜΗ	ΜΕΤΑΒΟΛΗ	ΤΕΛΙΚΗ ΤΙΜΗ
100	40	60 (=100-40)
x		240

Αφού έχουμε έκπτωση 40%

εμείς θα πληρώσουμε το $100 - 40 = 60\%$ της αξίας του κινητού.

60% σημαίνει 60 στα 100

240 στα x

$$\frac{60}{240} = \frac{100}{x} \Leftrightarrow 6 \cdot x = 24 \cdot 100 \Leftrightarrow 6 \cdot x = 2.400 \Leftrightarrow x = 2.400 : 6 \Leftrightarrow x = 400 \text{ €}$$

Δηλαδή το φόρεμα κοστίζει πριν την έκπτωση 400 € .

β' τρόπος (με τον διπλανό πίνακα)

[Στις ασκήσεις με τα ποσοστά, σε κάθε μεταβολή (αύξηση ή μείωση), τα μεγέθη είναι ανάλογα, οπότε ισχύει ότι τα χιαστί γινόμενα είναι ίσα]

Συμπληρώνουμε τον πίνακα δεξιά και έχουμε

ΑΡΧΙΚΗ ΤΙΜΗ	ΜΕΤΑΒΟΛΗ	ΤΕΛΙΚΗ ΤΙΜΗ
100	40	60 (=100-40)
x		240

$$\frac{100}{x} = \frac{60}{240} \Leftrightarrow 6 \cdot x = 24 \cdot 100 \Leftrightarrow 6 \cdot x = 2.400 \Leftrightarrow x = 2.400 : 6 \Leftrightarrow x = 400 \text{ €}$$

Δηλαδή το φόρεμα κοστίζει πριν την έκπτωση 400 € .

7. Ο Γιάννης αγόρασε ένα δώρο με ΦΠΑ 15% στα 690 € . Πόσο κοστίζει το δώρο χωρίς ΦΠΑ;

Λύση

Συμπληρώνουμε τον πίνακα δεξιά και έχουμε

ΑΡΧΙΚΗ ΤΙΜΗ	ΜΕΤΑΒΟΛΗ	ΤΕΛΙΚΗ ΤΙΜΗ
100	15	115 (=100+15)
x		690

$$\frac{100}{x} = \frac{115}{690} \Leftrightarrow 115 \cdot x = 100 \cdot 690 \Leftrightarrow 115 \cdot x = 69.000 \Leftrightarrow x = 69.000 : 115 \Leftrightarrow x = 600 \text{ €}$$

Δηλαδή το δώρο κοστίζει χωρίς ΦΠΑ 600 € .

(ποσοστό μεταβολής)

8. Μέσα σε ένα χρόνο έπεσε η αξία ενός παιχνιδιού από τα 250 € στα 200 €. Ποιο είναι το ποσοστό μεταβολής της αξίας του;

Λύση

Με αρχική τιμή 250 είχαμε μεταβολή $250 - 200 = 50 \text{ €}$.

Στα 100 x

ΑΡΧΙΚΗ ΤΙΜΗ	ΜΕΤΑΒΟΛΗ	ΤΕΛΙΚΗ ΤΙΜΗ
100	x	
250	50 (=250-200)	200

$$\frac{25}{10} = \frac{50}{x} \Leftrightarrow 25 \cdot x = 10 \cdot 50 \Leftrightarrow 25 \cdot x = 500 \Leftrightarrow x = 500 : 25 \Leftrightarrow x = 20, \text{ δηλαδή μειώθηκε κατά } 20 \%$$

Άλυτες

Α. Δεδομένα: αρχική τιμή και ποσοστό μεταβολής

1. Ένα μπλέ μπουφάν κοστίζει 150 €. Αν έχει εκπτώσεις 40 %, πόσο θα κάνει το μπουφάν;
2. Ένα κίτρινο ποδήλατο πέρσι κόστιζε 300 €. Αν ακριβύνει φέτος 15 %, πόσο θα κάνει φέτος το ποδήλατο;
3. Ο υδραυλικός επισκεύασε τα υδραυλικά και ζήτησε να πληρωθεί 50 € συν 18 % ΦΠΑ (δηλαδή το ΦΠΑ δεν περιέχεται στα 50). Πόσα χρήματα, πρέπει να του δώσουμε;

Β. Δεδομένα: τελική τιμή και ποσοστό μεταβολής

4. Ένα ροζ μπουφάν μετά από εκπτώσεις 20 % κοστίζει 144 €. Πόσο έκανε αρχικά το μπουφάν;
5. Ένα γαλάζιο ποδήλατο πέρσι το αγοράσαμε ευκαιρία στα 216 €, όταν το πετύχαμε σε εκπτώσεις 10 %. Πόσο έκανε αρχικά το ποδήλατο;
6. Ο ηλεκτρολόγος ζήτησε να πληρωθεί 72 € με ΦΠΑ 20 % (δηλαδή το ΦΠΑ περιέχεται στα 72 €). Πόσα χρήματα πρέπει να του δώσουμε, αν δεν θέλουμε να μας κόψει απόδειξη;

Γ. Δεδομένα: μεταβολή και ποσοστό μεταβολής

7. Ένα κόκκινο μπουφάν το πήραμε σε εκπτώσεις 30 % . Η έκπτωση που μας έγινε ήταν 12€. Πόσο έκανε αρχικά το μπουφάν; Πόσο πληρώσαμε το μπουφάν;
8. Ένα πράσινο ποδήλατο πέρσι το αγοράσαμε όταν το πετύχαμε σε εκπτώσεις 30 % . Στις εκπτώσεις μας έκοψαν από την αρχική τιμή 60 €. Πόσο έκανε το ποδήλατο πριν την έκπτωση και πόσο μετά την έκπτωση;
9. Ο πατέρας της Ντίνας πήρε αύξηση φέτος στην δουλειά του 15 %. Αν η αύξηση αυτή αντιστοιχεί σε 45 € , τι μισθό θα έχει πλέον; Τι μισθό είχε πριν την αύξηση;

Δ. Διο μεταβολές

10. Η μητέρα του Νίκου, πρόπερσι έπαιρνε μισθό 800 €. Της έγινε πέρσι περικοπή μισθού (μείωση) 10 %. Φέτος, πήρε αύξηση 5 %. Τι μισθό έπαιρνε πέρσι και τι θα παίρνει φέτος; Ποιο είναι το ποσοστό μεταβολής του μισθού φέτος σε σχέση με πριν 2 χρόνια;

11. Ο θείος του Πέτρου, πρόπερσι έπαιρνε σύνταξη 700 €. Πέρσι πήρε αύξηση 10 % και φέτος ξαναπήρε 10 % αύξηση. Τι μισθό έπαιρνε πέρσι και τι θα παίρνει φέτος; Ποιο είναι το ποσοστό μεταβολής της σύνταξης φέτος σε σχέση με πριν 2 χρόνια;

12. Μια τηλεόραση κοστίζει φέτος 400 €. Πέρσι μειώθηκε η τιμή της κατά 20%. Πρόπερσι αυξήθηκε η τιμή της κατά 25%. Πόσο κόστιζε πέρσι και πόσο πρόπερσι; Ποιο είναι το ποσοστό μεταβολής της τιμής της φέτος σε σχέση με πριν 2 χρόνια;

ΑΡΧ.	ΜΕΤ.	ΤΕΛ.
150		x
100	40	60
100		
100		
x		144
100	20	80
100		
100		
x	12	y
100	30	70
100		
100		

ΑΡΧ.	ΜΕΤ.	ΤΕΛ.		ΑΡΧ.	ΜΕΤ.	ΤΕΛ.
800		x		x		y
100	10	90		100	5	105
100				100		
100				100		