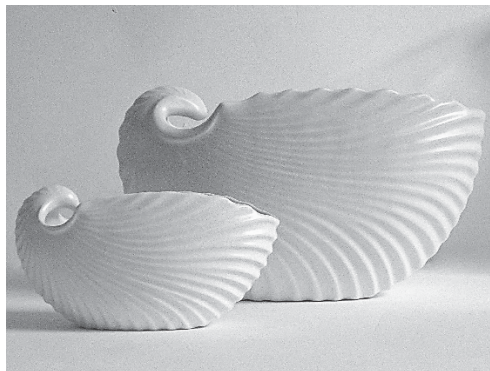


Η Ομοιότητα με Δραστηριότητες

Νίκος Τζίφας – Γιώργος Λαγός

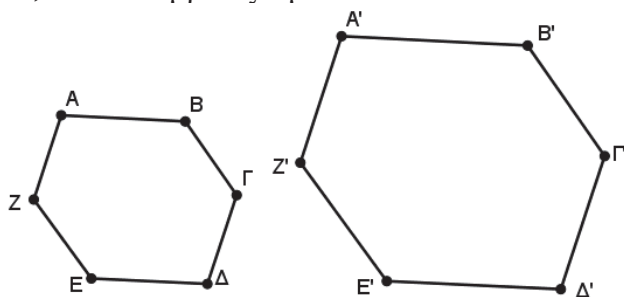
Καθημερινά συναντάμε ανθρώπους, ζώα και αντικείμενα τα οποία μοιάζουν, ή καλύτερα είναι όμοια. Παρατηρήστε τις δύο παρακάτω εικόνες. Τα δύο σκυλάκια, πραγματικά μοιάζουν, αλλά τα δύο αντικείμενα δεν μοιάζουν απλά, το ένα είναι μικρογραφία του άλλου. Αυτή ακριβώς η μορφή ομοιότητας, μας ενδιαφέρει στα Μαθηματικά.



Ας έρθουμε τώρα στο θέμα μας. Για να γίνει αντιληπτό ποια είναι η ουσία της **μαθηματικής ομοιότητας**, προτείνουμε τις παρακάτω δραστηριότητες.

ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ 1''

Στο παρακάτω σχήμα, το εξάγωνο $A'B'T'\Delta'E'Z'$ είναι μεγέθυνση του $ABΓΔΕΖ$. Γι αυτό τα πολύγωνα λέγονται όμοια, και τα συμβολίζουμε $ABΓΔΕΖ \approx A'B'T'\Delta'E'Z'$.



ΒΗΜΑ 1° Χρησιμοποίησε διαφανές χαρτί, για να συγκρίνεις όλες τις αντίστοιχες γωνίες. Με ποιό τρόπο συγκρίνονται οι αντίστοιχες γωνίες;

ΒΗΜΑ 2° Μέτρησε το μήκος της κάθε πλευράς σε κάθε εξάγωνο.

ΒΗΜΑ 3° Βρες τους λόγους των μηκών των αντίστοιχων πλευρών. Πώς συνδέονται οι λόγοι των μηκών δύο αντίστοιχων πλευρών;

Από την έρευνα αυτή, να βγάλεις ένα μαθηματικό ορισμό για τα όμοια πολύγωνα.

Γνωρίζοντας ότι

α) Οι πλευρές που ορίζονται από τις κορυφές δύο ίσων γωνιών λέγονται **ομόλογες πλευρές**.

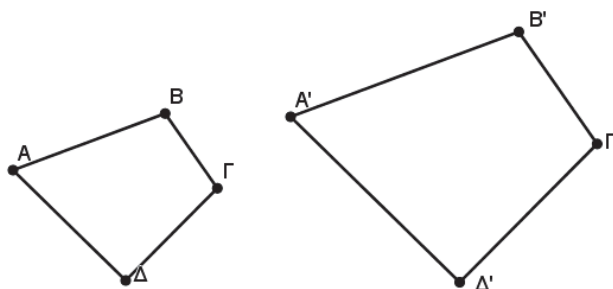
β) Ο λόγος δύο ομόλογων πλευρών λέγεται **λόγος ομοιότητας** των ομοίων σχημάτων, και συνήθως συμβολίζεται με το **γράμμα λ**.

Οπότε έχουμε τον ορισμό:

Δύο πολύγωνα (στην περίπτωση μας εξάγωνα) λέγονται όμοια, όταν έχουν τις γωνίες τους ίσες και τις ομόλογες πλευρές τους ανάλογες.

Η σχέση $AB\Gamma\Delta \approx A'B'\Gamma'\Delta'$ στα τετράπλευρα του διπλανού σχήματος σημαίνει ότι:

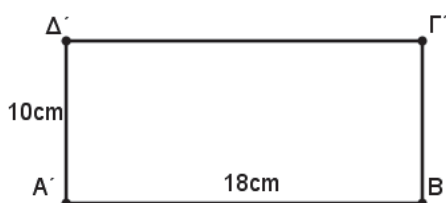
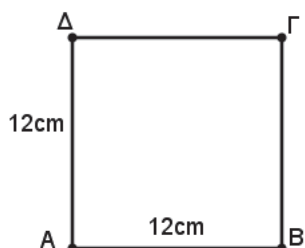
$$\left\{ \begin{array}{l} \hat{A}=\hat{A}' \\ \hat{B}=\hat{B}' \\ \hat{\Gamma}=\hat{\Gamma}' \\ \hat{\Delta}=\hat{\Delta}' \end{array} \right\} \text{ και } \frac{AB}{A'B'} = \frac{B\Gamma}{B'\Gamma'} = \frac{\Delta A}{\Delta'A'}$$



ΕΡΩΤΗΜΑ

Τίθεται τώρα το ερώτημα: «Χρειάζονται και οι δύο συνθήκες (ίσες γωνίες και ανάλογες πλευρές), ώστε να είναι σίγουρα δύο πολύγωνα όμοια;»

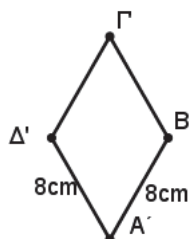
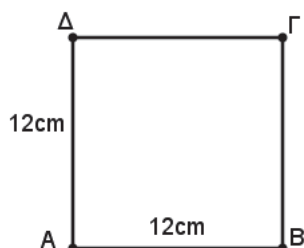
Στο παρακάτω σχήμα, το τετράγωνο $AB\Gamma\Delta$ έχει πλευρά 12cm, και το ορθογώνιο πλάτος 10cm και μήκος 18cm.



Οι γωνίες τους είναι όλες ίσες με 90° αλλά

$$\frac{12}{10} \neq \frac{12}{18}$$

Επίσης στο παρακάτω σχήμα, το τετράγωνο $AB\Gamma\Delta$ έχει πλευρά 12cm, και ο ρόμβος $A'B'\Gamma'\Delta'$ πλευρά 8cm, και γωνίες δύο οξείες 60° , και δύο αμβλείες 120°



Οπότε

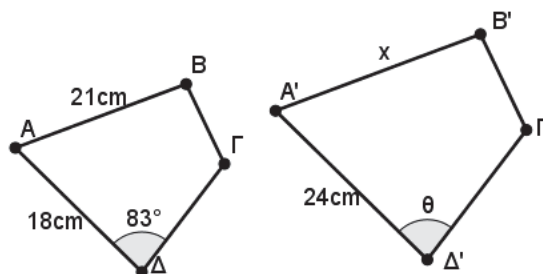
$$\frac{12}{8} = \frac{12}{8}$$

αλλά τα δύο σχήματα δεν είναι όμοια.

Δεν μπορούμε λοιπόν να καταλήξουμε στο συμπέρασμα ότι δύο πολύγωνα είναι όμοια όταν μόνο οι αντίστοιχες γωνίες τους είναι ίσες, ή μόνο οι ομόλογες πλευρές τους ανάλογες.

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ

Χρησιμοποιήστε τον ορισμό των ομοίων πολυγώνων, για να βρείτε τα μέτρα των πλευρών και των γωνιών που λείπουν στα δύο όμοια τετράπλευρα του διπλανού σχήματος;



ΛΥΣΗ

Τα τετράπλευρα είναι όμοια, οπότε $\frac{18}{24} = \frac{21}{x}$ ή $18 \cdot x = 21 \cdot 24$, άρα $x = 28$ cm.

Επίσης στα όμοια τετράπλευρα οι αντίστοιχες γωνίες είναι ίσες, οπότε $\theta = 83^\circ$

ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ 2'

ΒΗΜΑ 1^ο Για να κατασκευάσεις το πεντάγωνο του διπλανού σχήματος σε ένα ορθοκανονικό σύστημα αξόνων, αρχικά αντίγραψε αυτό το πεντάγωνο στο δικό σου ορθοκανονικό σύστημα αξόνων.

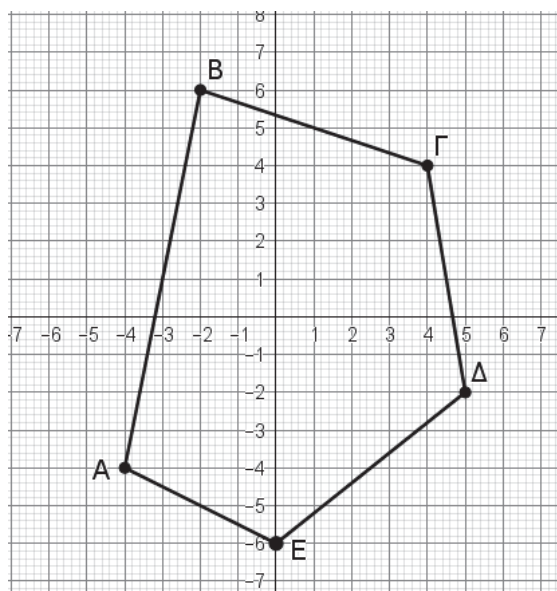
ΒΗΜΑ 2^ο Κατόπιν πολλαπλασίασε κάθε ζευγάρι των συντεταγμένων των κορυφών, με τους αριθμούς $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{4}$, 2, 3. Κάθε ένας από αυτούς τους αριθμούς λέγεται **συντελεστής κλίμακας**.

ΒΗΜΑ 3^ο Τοποθέτησε τις νέες συντεταγμένες στο δικό σου ορθοκανονικό σύστημα, και σχεδίασε τα τέσσερα νέα πεντάγωνα που προκύπτουν.

ΒΗΜΑ 4^ο Σύγκρινε τις αντίστοιχες γωνίες των νέων πενταγώνων, με τις γωνίες του αρχικού. Τί συμπεραίνεις;

ΒΗΜΑ 5^ο Μέτρησε τις πλευρές καθενός από τα πεντάγωνα με ένα διαβήτη, ή με ένα αριθμημένο χάρακα. Το μήκος κάθε πλευράς κάθε νέου πενταγώνου, πόσο έχει αυξηθεί ή ελαττωθεί, σε σχέση το μήκος κάθε αντίστοιχης πλευράς του αρχικού πενταγώνου;

ΒΗΜΑ 6^ο Σύγκρινε τα αποτελέσματα, για όλα τα ζεύγη των συντεταγμένων. Είσαι έτοιμος να βγάλεις ένα συμπέρασμα;

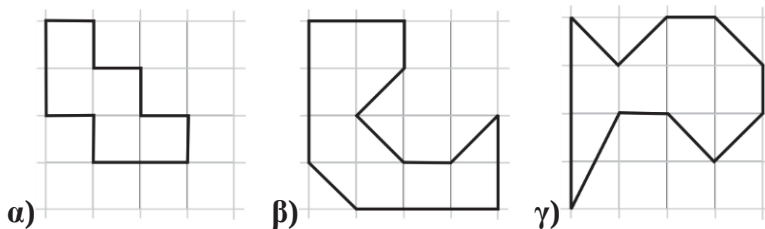


ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑ

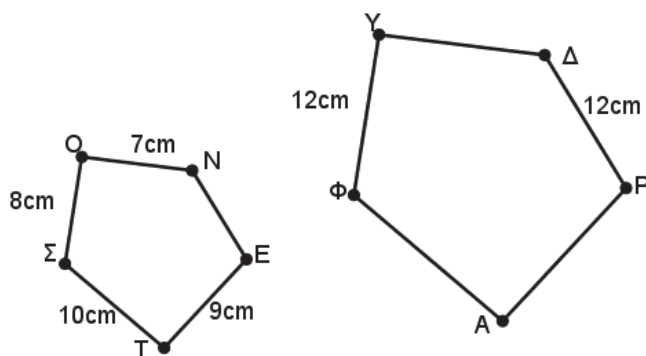
Εάν ένα πολύγωνο είναι όμοιο με ένα άλλο πολύγωνο.....
.....

ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΕΣ ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΕΣ

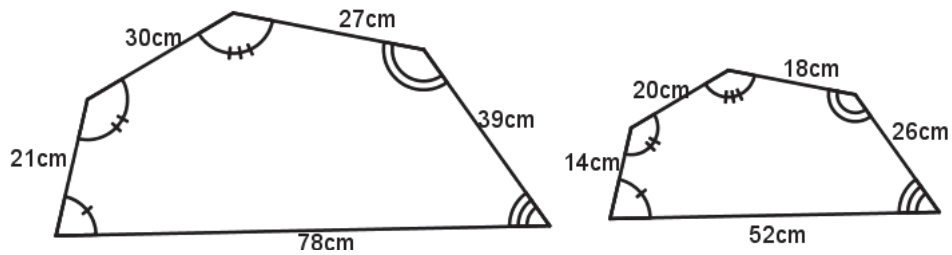
1) Για καθένα από τα σχήματα α), β), και γ), σχεδίασε σε τετραγωνισμένο χαρτί, ένα όμοιο αλλά όχι ίσο σχήμα.



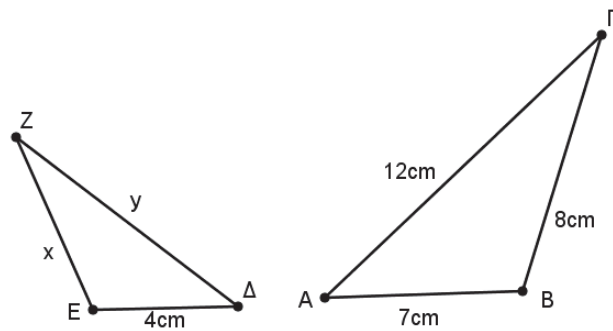
2) Αν $\Sigma\text{TENO} \approx \Phi\text{ΑΡΔΥ}$ να υπολόγισε τα τμήματα ΝΕ, ΦΑ, ΑΡ, ΔΥ.



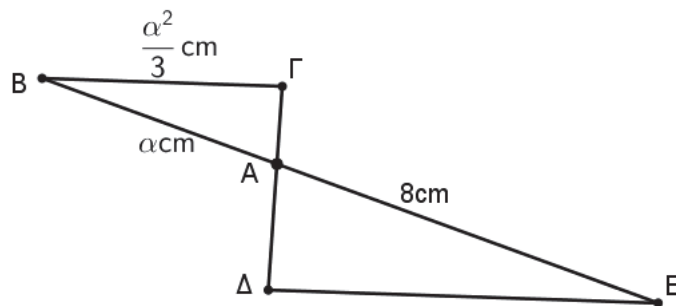
3) Είναι τα παρακάτω πολύγωνα όμοια; Εξήγησε το γιατί.



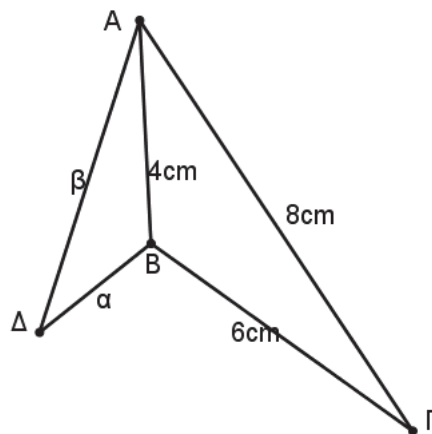
4) Αν τα τρίγωνα ΑΝΓ και ΔΕΖ είναι όμοια να υπολογίσεις τα x και y.



5) Τα ευθύγραμμα τμήματα ΔΕ και ΒΓ ανήκουν σε παράλληλες ευθείες. Τα ευθύγραμμα τμήματα ΒΕ και ΔΓ τέμνονται στο σημείο Α. Να εκφράσεις το μήκος του ΔΕ, με βάση την παράμετρο α.



6) Αν τα δύο τρίγωνα ΑΒΔ και ΑΒΓ είναι όμοια, να υπολογίσεις τα μήκη των α και β.

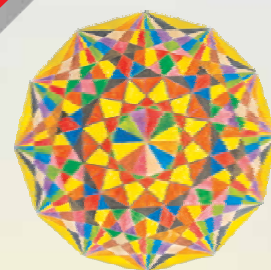


Μαθηματικό περιοδικό για το
Ε Γυμνάσιο **Α'** 114
υκλείδης
ΟΚΤΩΒΡΙΟΣ - ΝΟΕΜΒΡΙΟΣ - ΔΕΚΕΜΒΡΙΟΣ 2019 ευρώ 3,00



Το Πυθαγόρειο θεώρημα

Ολογραφία



ΕΝΤΥΠΟ ΚΛΕΙΣΤΟ ΑΡ. ΑΔΕΙΑΣ 1089/88 ΚΕΜΠ.ΑΘ.

Η μέτρηση της περιμέτρου της Γης τον 3ο π.Χ. Αιώνα
Ο Ερατοσθένης και το Πείραμα



Ελληνική Μαθηματική Εταιρεία