ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΓΕΩΜΕΤΡΙΑΣ
Α΄ ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1

- **Τι είναι ένα ευθύγραμμο τμήμα ΑΒ;**
- **Πώς ονομάζονται τα σημεία Α και Β;**

1ος ορισμός : Είναι η «ίσια» γραμμή που ενώνει τα δύο σημεία Α και Β.

2ος ορισμός : Είναι μια «ίσια» γραμμή, που έχει αρχή και τέλος.

Τα σημεία Α και Β ονομάζονται **άκρα** του ευθύγραμμου τμήματος.

- **Τι ονομάζεται μήκος ενός ευθύγραμμου τμήματος ΑΒ;**

Ονομάζεται η **απόσταση** των δύο άκρων του.

- **Τι ονομάζεται μέσο ενός ευθύγραμμου τμήματος ΑΒ;**

Ονομάζεται ένα **σημείο** Μ το οποίο χωρίζει το ΑΒ σε δύο ίσα τμήματα.

- **Τι είναι μια ευθεία (ε);**

1ος ορισμός : Είναι η γραμμή που προκύπτει αν προεκτείνουμε ένα ευθύγραμμο τμήμα **απεριόριστα** και από τα δύο άκρα.

2ος ορισμός : Είναι μια «ίσια» γραμμή που δεν έχει ούτε αρχή, ούτε τέλος.

- **Πόσες ευθείες διέρχονται από ένα σημείο;**
- **Πόσες ευθείες διέρχονται από δύο σημεία;**

Από ένα σημείο διέρχονται **άπειρες** ευθείες.

Από δύο σημεία διέρχεται μονάχα **μία** ευθεία.

➢ Τι είναι μια ημιευθεία;

1ος ορισμός : Ημιευθεία λέγεται καθένα από τα δύο μέρη στα οποία χωρίζεται μια ευθεία, από οποιοδήποτε σημείο της.

2ος ορισμός : Ημιευθεία λέγεται μια «ίσια» γραμμή που έχει αρχή αλλά δεν έχει τέλος.

➢ Ποιες ημιευθείες ονομάζονται αντικείμενες;

Οι δύο ημιευθείες στις οποίες χωρίζεται μια ευθεία, από ένα σημείο της, ονομάζονται αντικείμενες.

➢ Τι είναι μια γωνία;

Καθένα από τα δύο μέρη, στα οποία χωρίζεται ένα επίπεδο από δύο ημιευθείες του με κοινή αρχή.

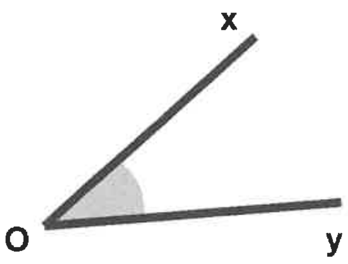
➢ Ποια γωνία λέγεται «κυρτή» και ποια «μη κυρτή»;

Το **μικρότερο** μέρος του επιπέδου που ορίζει μια γωνία λέγεται **κυρτή** γωνία. Το **μεγαλύτερο** μέρος, αντίστοιχα, **μη κυρτή**.

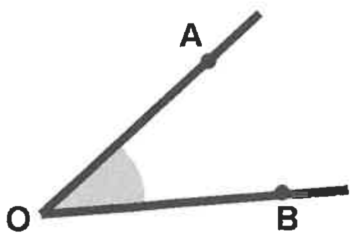
➢ Ποια είναι τα «μέρη» απ' τα οποία αποτελείται μια γωνία;

Αποτελείται από δύο ημιευθείες με κοινή αρχή που λέγονται **πλευρές** και η κοινή του αρχή **κορυφή** της γωνίας.

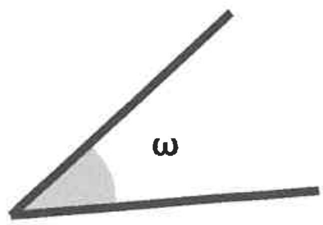
➢ Να σχεδιάσετε μια δική σας γωνία και να την ονομάσετε με 3, τουλάχιστον, διαφορετικούς τρόπους.



Γωνία **xÔy** ή **yÔx** ή απλά **Ô**

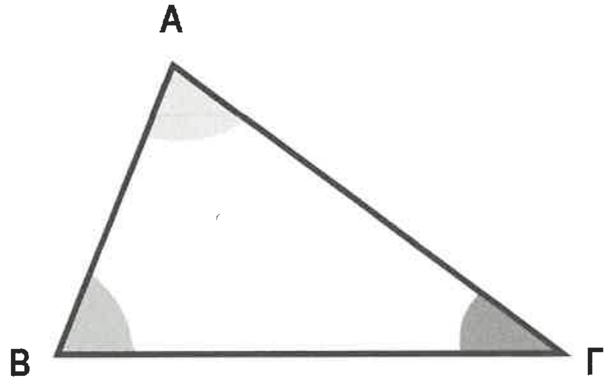


Γωνία **AÔB** ή **BÔA**



Γωνία **ω̂**

➢ **Σε ένα τρίγωνο ΑΒΓ επιλέξτε τυχαία μια πλευρά. Εξηγείστε τις έννοιες της «απέναντι» και της «προσκείμενης» γωνίας.**



Προσκείμενη λέγεται, με απλά λόγια, μια γωνία που «ακουμπάει» σε αυτή την πλευρά. **Απέναντι**, όπως μας φανερώνει και τ' όνομά της, λέγεται η γωνία που βρίσκεται ακριβώς απέναντι από αυτή την πλευρά.

Για παράδειγμα, στο πιο πάνω τρίγωνο, αν επιλέξουμε την πλευρά ΑΒ τότε : Προσκείμενες είναι οι γωνίες $\hat{A}$ και $\hat{B}$. Απέναντι είναι η γωνία $\hat{\Gamma}$.

➢ **Τι γνωρίζετε για τις γωνίες ενός ισοσκελούς τριγώνου;**

Οι προσκείμενες στη βάση γωνίες είναι μεταξύ τους ίσες.

➢ **Τι γνωρίζετε για τις γωνίες ενός ισόπλευρου τριγώνου;**

Είναι όλες ίσες μεταξύ τους και μάλιστα καθεμία ισούται με 60°.

➢ **Τι ονομάζεται «διχοτόμος» μιας γωνίας;**

Ονομάζεται μια ημιευθεία που ξεκινάει από την κορυφή της γωνίας και τη χωρίζει σε δύο ίσες γωνίες.

➢ **Ποια γωνία ονομάζεται «ορθή»;**
➢ **Ποια γωνία ονομάζεται «οξεία»;**
➢ **Ποια γωνία ονομάζεται «αμβλεία»;**
➢ **Ποια γωνία ονομάζεται «ευθεία»;**
➢ **Ποια γωνία ονομάζεται «μηδενική»;**
➢ **Ποια γωνία ονομάζεται «πλήρης»;**
➢ **Ποια γωνία ονομάζεται «κυρτή»;**
➢ **Ποια γωνία ονομάζεται «μη κυρτή»;**

Είδη γωνιών

Ορθή ονομάζεται η γωνία που ισούται με **90°**.
Οι πλευρές μιας ορθής γωνίας λέγονται **κάθετες** μεταξύ τους.

Οξεία ονομάζεται η γωνία που είναι **μικρότερη** από την ορθή.
Αμβλεία ονομάζεται η γωνία που είναι **μεγαλύτερη** από την ορθή.

Ευθεία ονομάζεται η γωνία που ισούται με **180°**.
Οι πλευρές μιας ευθείας γωνίας είναι αντικείμενες ημιευθείες.

Μηδενική ονομάζεται η γωνία που ισούται με **0°**.
Οι πλευρές της μηδενικής γωνίας συμπίπτουν.
Πλήρης ονομάζεται η γωνία που ισούται με **360°**.
Οι πλευρές της πλήρους γωνίας συμπίπτουν.

Κυρτή ονομάζεται μια γωνία μικρότερη από **180°**.
Μη κυρτή ονομάζεται μια γωνία μεγαλύτερη από **180°**.

Σημείωση : Επειδή συμβαίνει και στη μηδενική αλλά και στην πλήρη γωνία οι πλευρές να συμπίπτουν, μπορούμε να πούμε ότι όταν οι πλευρές μιας γωνίας συμπίπτουν τότε η κυρτή γωνία είναι η μηδενική και η μη κύρτη είναι η πλήρης.

➢ Πότε δυο γωνίες θα λέγονται «εφεξής»;

Όταν έχουν:
- **α.** κοινή κορυφή
- **β.** κοινή μία πλευρά
- **γ.** κανένα άλλο κοινό σημείο.

➢ Πότε δυο γωνίες θα λέγονται «διαδοχικές»;

Όταν πάνω από δύο γωνίες είναι καθεμία εφεξής με την επόμενη και την προηγούμενή της, τότε λέγονται διαδοχικές.

Σημείωση : Δηλαδή, όταν έχουμε πάνω από 2 εφεξής γωνίες τις ονομάζουμε διαδοχικές.

➢ Πότε δυο γωνίες θα λέγονται «παραπληρωματικές»;

Όταν έχουν **άθροισμα 180°**.

➤ **Πότε δυο γωνίες θα λέγονται «συμπληρωματικές»;**

Όταν έχουν **άθροισμα 90°**.

➤ **Πότε δυο γωνίες θα λέγονται «κατακορυφήν»;**

Όταν έχουν κοινή κορυφή και οι πλευρές τις μίας είναι αντικείμενες ημιευθείες των πλευρών της άλλης.

➤ **Τι ιδιότητα έχουν οι κατακορυφήν γωνίες;**

Είναι πάντα ίσες μεταξύ τους.

➤ **Πότε δυο ευθείες ε_1 και ε_2 θα λέγονται «κάθετες»;**
➤ **Πώς το συμβολίζουμε αυτό;**

Όταν η γωνία που σχηματίζουν μεταξύ τους είναι ορθή.
Γράφουμε $\varepsilon_1 \perp \varepsilon_2$.

➤ **Πότε δυο ευθείες θα λέγονται «παράλληλες»;**
➤ **Πώς το συμβολίζουμε αυτό;**
➤ **Πότε δυο ευθύγραμμα τμήματα θα λέγονται παράλληλα;**

Όταν δεν έχουν **κανένα κοινό σημείο**, όσο κι αν τις προεκτείνουμε.
Γράφουμε $\varepsilon_1 // \varepsilon_2$.
Δυο ευθύγραμμα τμήματα θα λέγονται παράλληλα, αν βρίσκονται πάνω σε παράλληλες ευθείες.

➤ **Ποιες είναι οι σχετικές θέσεις δυο ευθειών στο επίπεδο;**

Δύο ευθείες του επιπέδου μπορεί:

α. Να είναι **παράλληλες**.
β. Να **τέμνονται**.
γ. Να **συμπίπτουν**.

➤ **Τι ονομάζουμε απόσταση ενός σημείου από μια ευθεία;**

Ονομάζουμε το μήκος του κάθετου ευθύγραμμου τμήματος, που ενώνει το σημείο με την ευθεία.

➢ Ποιο σχήμα του επιπέδου ονομάζεται κύκλος με κέντρο Κ και ακτίνα ρ;

Το σχήμα εκείνο που όλα τα σημεία του απέχουν από το κέντρο Κ απόσταση **ίση** με την ακτίνα ρ.

➢ Ποιο σχήμα του επιπέδου ονομάζεται «κυκλικός δίσκος»;

Το σχήμα εκείνο που όλα τα σημεία του απέχουν από το κέντρο Κ απόσταση **ίση ή μικρότερη** από την ακτίνα ρ.

➢ Τι ονομάζουμε «χορδή» ενός κύκλου;
➢ Τι ονομάζουμε «τόξο»;
➢ Τι ονομάζουμε «διάμετρο»;
➢ Τι ονομάζουμε «ημικύκλιο»;

Χορδή ονομάζουμε ένα ευθύγραμμο τμήμα που τα άκρα του είναι σημεία του κύκλου.

Τόξο ονομάζουμε καθένα από τα δύο μέρη, στα οποία χωρίζεται ένας κύκλος από δύο σημεία του (ή από μια χορδή).

Διάμετρο ονομάζουμε μια χορδή που περνάει από το κέντρο του κύκλου και είναι η μεγαλύτερη χορδή του κύκλου.

Ημικύκλιο ονομάζουμε καθένα από τα δύο ίσα τόξα, στα οποία χωρίζεται ένας κύκλος από μία διάμετρό του.

➢ Πότε δυο κύκλοι θα είναι ίσοι;

Όταν έχουν ίσες ακτίνες.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2

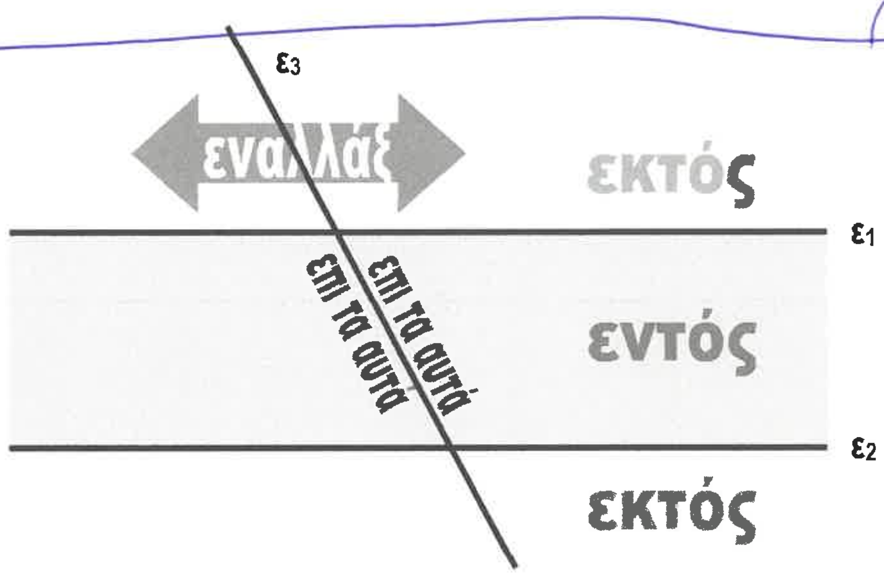
➢ Τι ονομάζουμε «μεσοκάθετο» ενός ευθύγραμμου τμήματος;

Όπως λέει και το όνομά της, είναι μια ευθεία που περνάει από το **μέσο** ενός ευθύγραμμου τμήματος και είναι, επίσης, **κάθετη** σε αυτό.

➢ Τι ιδιότητα έχουν τα σημεία της μεσοκάθετου;

Κάθε σημείο της μεσοκαθέτου ενός ευθύγραμμου τμήματος **ισαπέχει** από τα άκρα του τμήματος.

Να σχεδιάσετε δυο παράλληλες ευθείες ε_1 και ε_2 που τέμνονται από μια τρίτη ευθεία ε_3. Με τη βοήθεια του σχήματος αυτού να εξηγήσετε:



➢ Ποιες γωνίες ονομάζονται «εντός» (των ευθειών);
➢ Ποιες γωνίες ονομάζονται «εκτός» (των ευθειών);

Εντός ονομάζονται οι γωνίες που βρίσκονται **ανάμεσα** στις δύο παράλληλες ευθείες. Διαφορετικά λέγονται **εκτός**.

➢ Ποιες γωνίες ονομάζονται «επι τα αυτά» (μέρη);

Επι τα αυτά (μέρη) ονομάζονται οι γωνίες που βρίσκονται **από το ίδιο μέρος** της τέμνουσας των δύο παράλληλων.

➢ **Ποιες γωνίες ονομάζονται «εναλλάξ»;**

Εναλλάξ ονομάζονται οι γωνίες που βρίσκονται **από διαφορετικές μεριές** της τέμνουσας των δύο παράλληλων.

➢ **Τι γνωρίζετε για τις γωνίες που είναι «εντός εναλλάξ»;**
➢ **Τι γνωρίζετε για τις γωνίες που είναι «εντός, εκτός κι επί τ' αυτά»;**
➢ **Τι γνωρίζετε για τις γωνίες που είναι «εντός κι επι τ' αυτά»;**

Οι **εντός εναλλάξ** γωνίες είναι πάντα **ίσες**.
Οι **εντός, εκτός κι επί τ' αυτά** γωνίες είναι πάντα **ίσες**.
Οι **εντός κι επι τ' αυτά** γωνίες είναι πάντα **παραπληρωματικές**.

ΑΛΓΕΒΡΑ – Α΄ ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1 – Οι Φυσικοί Αριθμοί

1. Να στρογγυλοποιηθούν οι αριθμοί 5.362 και 2.903.755

α. στην πλησιέστερη δεκάδα.
β. στην πλησιέστερη χιλιάδα.
γ. στην πλησιέστερη εκατοντάδα χιλιάδα.

2. Να βρείτε ποιες από τις παρακάτω ισότητες προκύπτουν από ευκλείδειες διαιρέσεις:

α. $328 = 13 \cdot 25 + 3$ **β.** $532 = 20 \cdot 25 + 32$ **γ.** $70 = 7 \cdot 9 + 7$
δ. $64 = 8 \cdot 7 + 8$

3. Ένας φυσικός αριθμός διαιρείται με το 6. Ποια είναι τα πιθανά υπόλοιπα της διαίρεσης;

4. Δίνονται οι αριθμοί : 375, 2955, 3148, 2925. Εξετάστε ποιοι διαιρούνται με το 2, ποιοι με το 3, ποιοι με το 4, ποιοι με το 5 και ποιοι με το 9.

5. Να συμπληρώσετε κατάλληλα τα ψηφία στους παρακάτω αριθμούς:

α. …8…2 ώστε να διαιρείται με το 3 και το 9.
β. 2…3… ώστε να διαιρείται με το 3 και το 5.
γ. 2…3… ώστε να διαιρείται με το 5 και το 9.
δ. 2…3… ώστε να διαιρείται με το 2 και το 9.

6. Να υπολογιστούν οι τιμές των αριθμητικών παραστάσεων:

$A = 2 \cdot (4 + 2) - 3 \cdot (4 - 3)$
$B = (8 + 4) : 2 + 3 \cdot (5 - 2) - (15 - 6) : 3$
$\Gamma = 4^2 : 2 - 3 \cdot (6 - 4) + (15 + 5) : 2^2 + 36 : 3^2$

8. Να υπολογιστούν οι αριθμητικές των παραστάσεων:

α. $42 : 3 + 2^4 \cdot 6 - 4^2 : 8$
β. $5 \cdot 13 - 7 + 8 \cdot 6 - 36 : 9$
γ. $4^2 : (5 - 3)^2 + 5^2 - 3^2 : 3 - 3 \cdot 2 \cdot (4 + 3)$

9. Να βρεθεί το ΕΚΠ και ο ΜΚΔ των παρακάτω αριθμών, κάνοντας ανάλυση σε γινόμενο πρώτων παραγόντων :

1. 10 18
2. 4 21
3. 2 3 4

10. Να γίνουν οι πράξεις :

α. $\frac{5}{21}+\frac{3}{4}=$

β. $\frac{2}{4}+\frac{3}{6}-\frac{1}{8}=$

γ. $\frac{4}{6}\cdot\left(\frac{3}{5}-\frac{1}{3}+\frac{6}{7}\right)=$

δ. $\left(\frac{10}{18}+\frac{4}{10}\right):\frac{5}{2}=$

ε. $\left(\frac{6}{20}+\frac{2}{30}-\frac{1}{36}\right):\frac{1}{2}=$

στ. $\frac{10}{8}+\frac{8}{6}+\frac{6}{12}-\frac{4}{10}=$

ΑΛΓΕΒΡΑ – Α΄ ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2 – Κλάσματα

Ισοδύναμα κλάσματα

1. Να βρείτε ποια από τα παρακάτω κλάσματα είναι ίσα: $\frac{3}{4}, \frac{6}{12}, \frac{15}{20}, \frac{21}{28}$

2. Να απλοποιηθούν τα κλάσματα:

α. $\frac{10}{16}$ **β.** $\frac{42}{7}$ **γ.** $\frac{24}{48}$ **δ.** $\frac{28}{35}$

Σύγκριση κλασμάτων

3. Να γράψετε τα παρακάτω κλάσματα από το μικρότερο προς το μεγαλύτερο:

$$\frac{4}{9}, \frac{4}{7}, \frac{4}{11}, \frac{4}{5}, \frac{4}{3}, \frac{4}{8}$$

Πράξεις με κλάσματα

1. Να κάνετε τις πράξεις:

α. $\frac{4}{5}-\left(\frac{1}{3}+\frac{1}{6}\right)$ **β.** $\frac{2}{3}+\frac{1}{2}-\frac{3}{4}$ **γ.** $3\frac{1}{4}+1\frac{3}{4}+4\frac{1}{3}$

5. Να γίνουν οι παρακάτω διαιρέσεις:

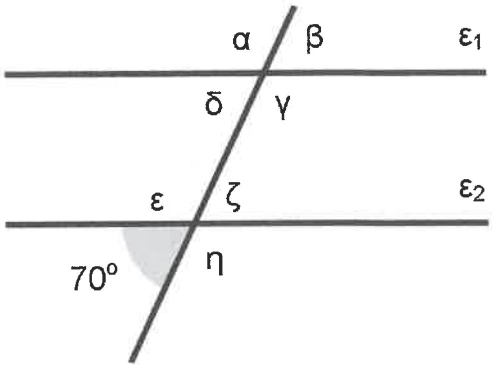
α. $\frac{4}{7}:\frac{3}{8}$ **β.** $\frac{1}{3}:2$ **γ.** $3:\frac{2}{5}$ **δ.** $\frac{1}{14}:\frac{8}{9}$

ε. $\frac{5}{6}:(\frac{8}{9}:\frac{1}{3})$ **στ.** $(\frac{7}{2}:7):\frac{1}{2}$

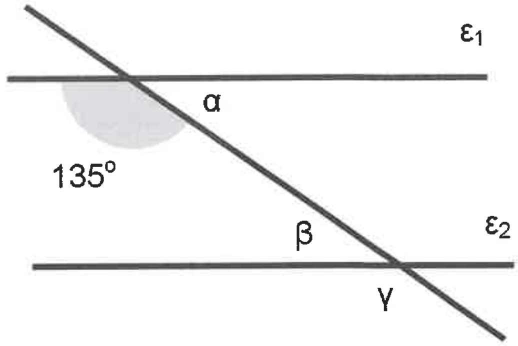
ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ – Α΄ ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2 – Παράλληλες Ευθείες

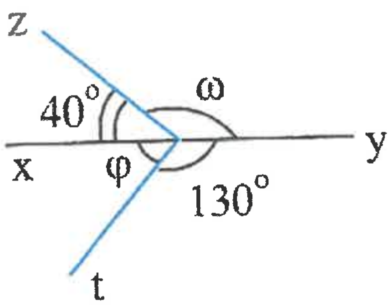
1. Να βρείτε όλες τις γωνίες στο διπλανό σχήμα, αν γνωρίζετε ότι $\varepsilon_1 // \varepsilon_2$.



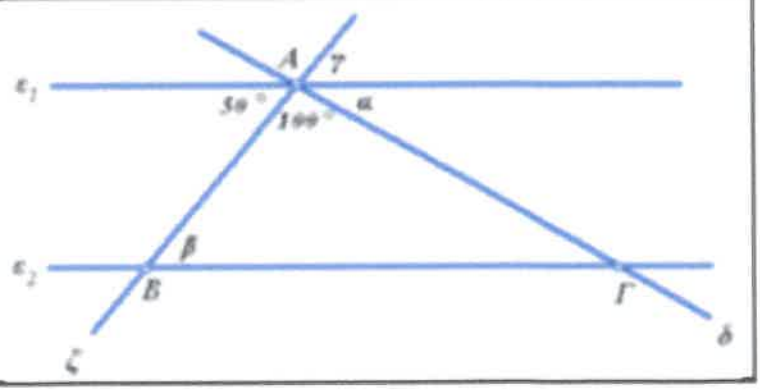
2. Να βρείτε τις γωνίες, που σημειώνονται στο διπλανό σχήμα, αν γνωρίζετε ότι $\varepsilon_1 // \varepsilon_2$.



3. Να υπολογίσετε τις γωνίες του σχήματος



2) Στο διπλανό σχήμα είναι $\varepsilon_1 // \varepsilon_2$. Να υπολογίσετε τις γωνίες α, β και γ του σχήματος και να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.



SOS οι σημειωμένες ερωτήσεις & ασκήσεις

ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΑΛΓΕΒΡΑΣ Α΄ ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1

➢ Σε ποιες κατηγορίες αριθμών χωρίζονται οι φυσικοί αριθμοί;

Χωρίζονται στους άρτιους (ζυγούς) και τους περιττούς (μονούς).

Άρτιοι λέγονται οι φυσικοί αριθμοί που διαιρούνται με το 2, δηλαδή :
0, 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, ... κλπ.

Περιττοί λέγονται οι φυσικοί αριθμοί που δε διαιρούνται με το 2, δηλαδή:
1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, ... κλπ.

➢ Όταν τοποθετούμε τους φυσικούς αριθμούς πάνω σε έναν άξονα πώς ξεχωρίζουμε ποιος είναι ο μεγαλύτερος;

Όσο δεξιότερα βρίσκεται ένας αριθμός πάνω στον άξονα, τόσο μεγαλύτερος είναι.

➢ Ποιος είναι ο κανόνας στρογγυλοποίησης ενός φυσικού αριθμού;

Για να στρογγυλοποιήσουμε έναν αριθμό :

- Προσδιορίζουμε την τάξη (δηλ. τη θέση) που θα γίνει η στρογγυλοποίηση.

- Εξετάζουμε το ψηφίο της αμέσως μικρότερης τάξης (δηλ. το ψηφίο που βρίσκεται δεξιά από εκείνο στο οποίο κάνουμε τη στρογγυλοποίηση).

- Αν αυτό είναι **μικρότερο του 5** (δηλ. 0, 1, 2, 3, 4), τότε το ψηφίο αυτό και όλα τα ψηφία των μικρότερων τάξεων (δηλ. όσα βρίσκονται δεξιά) μηδενίζονται.

- Αν είναι **μεγαλύτερο ή ίσο του 5** (δηλ. 5, 6, 7, 8, 9), τότε το ψηφίο αυτό και όλα τα ψηφία των μικρότερων τάξεων (δηλ. όσα βρίσκονται δεξιά) μηδενίζονται, αλλά επιπλέον το ψηφίο στο οποίο γίνεται η στρογγυλοποίηση αυξάνεται κατά 1.

> **Τι ονομάζουμε νιοστή δύναμη ενός φυσικού αριθμού α;**

Ονομάζουμε το γινόμενο **α· α· α· ... · α** , που έχει **ν παράγοντες** όλους ίσους με το α. Γράφουμε για συντομία **α** ^{ν} .

> **Πώς διαβάζεται η δύναμη α** ^{ν} **; Πώς ονομάζουμε το φυσικό αριθμό α και πώς τον αριθμό ν;**

Διαβάζεται **νιοστή δύναμη του α** ή **α στη νιοστή δύναμη** ή πιο απλά **α στη νιοστή**. Ο αριθμός α ονομάζεται **βάση** της δύναμης, ενώ ο αριθμός ν στον οποίο υψώνεται η βάση λέγεται **εκθέτης**.

> **Με ποιους τρόπους διαβάζεται η δύναμη α** ^{2} **και με ποιους η α** ^{3} **;**

Η έκφραση $α^{2}$ διαβάζεται **α στη δευτέρα** ή **α στο τετράγωνο**.

Η έκφραση $α^{3}$ διαβάζεται **α στην τρίτη** ή **α στον κύβο**.

> **Με τι ισούται η δύναμη α**^{1} **;**
> **Με τι ισούται η δύναμη 1**^{ν} **;**
> **Με τι ισούται η δύναμη 0**^{ν} **;**

$α^{1} = α$
$1^{ν} = 1$
$0^{ν} = 0$

> **Με ποια σειρά εκτελούμε τις πράξεις σε μιαν αριθμητική παράσταση;**

Προτεραιότητα των πράξεων:

1. Υπολογίζουμε πρώτα τις **δυνάμεις**.
2. Εκτελούμε τους **πολλαπλασιασμούς** και τις **διαιρέσεις**.
3. Τέλος εκτελούμε τις **προσθέσεις** και τις **αφαιρέσεις**.

Αν επιπλέον υπάρχουν παρενθέσεις, τότε εκτελούμε πρώτα τις πράξεις μέσα στις παρενθέσεις, φυσικά με τη σωστή σειρά, όπως φαίνεται στα προηγούμενα βήματα.

Σημείωση: Συχνά συμβαίνει, στο 3ο από τα παραπάνω βήματα, να συναντάμε ανακατεμένες προσθέσεις και αφαιρέσεις μαζί. Τότε καλό θα ήταν να εκτελούμε τις πράξεις, σιγά–σιγά, με τη σειρά από τα αριστερα πρός τα δεξιά. Δηλαδή, να εκτελούμε την πράξη μόνο με τα δύο πρώτα νούμερα. Έτσι θα αποφύγουμε να καταλήξουμε σε αφαιρέσεις όπου ο μειωτέος θα βγαίνει μικρότερος από τον αφαιρετέο.

➢ Πώς ονομάζονται οι αριθμοί σε μία Ευκλείδεια Διαίρεση;

Ο αριθμός ο οποίος διαιρείται ονομάζεται **διαιρετέος**, ο αριθμός με τον οποίο διαιρούμε **διαιρέτης**, ενώ το αποτέλεσμα της διαίρεσης λέγεται **πηλίκο**. Αν πάλι η διαίρεση δεν εκτελείται ακριβώς, τότε υπάρχει ένα μικρό περίσσεμα το οποίο ονομάζεται **υπόλοιπο**.

Το γενικό σχήμα της ευκλείδειας διαίρεσης είναι κάπως έτσι :

$$\begin{array}{c|c} \Delta & \delta \\ \hline \upsilon & \pi \end{array}$$

➢ Με ποια σχέση συνδέονται οι αριθμοί που αποτελούν μία ευκλειδεια διαίρεση;

Συνδέονται με τη σχέση : $\mathbf{\Delta = \delta \cdot \pi + \upsilon}$

με βασική προϋπόθεση : $\mathbf{\upsilon < \delta}$

➢ Ποια διαίρεση ονομάζεται τέλεια;

Ονομάζεται τέλεια όταν το υπόλοιπο είναι μηδέν 0.

Τότε γράφουμε: $\mathbf{\Delta = \delta \cdot \pi}$

Σημείωση: Καλό θα ήταν να θυμόμαστε ότι η διαίρεση (ειδικά η τέλεια, στους φυσικούς αριθμούς) είναι πράξη αντίστροφη του πολλαπλασιασμού. Αυτό είναι σωστό, αν σκεφτούμε ότι για να επαληθεύσουμε το αποτέλεσμα της διαίρεσης, πολλαπλασιάζουμε το διαιρέτη με το πηλίκο και περιμένουμε να βρούμε το διαιρετέο. Δηλαδή :

Αφού $\mathbf{\Delta : \delta = \pi}$ τότε είναι $\mathbf{\Delta = \delta \cdot \pi}$

- ➢ **Τι συμβαίνει όταν δ = 0;**
- ➢ **Τι συμβαίνει όταν δ = 1;**
- ➢ **Τι συμβαίνει όταν Δ = δ;**
- ➢ **Τι συμβαίνει όταν Δ = 0;**

!!! Δεν υπάρχει διαίρεση με δ = 0, απλά δεν έχει νόημα. **$\delta \neq 0$**
Όταν δ = 1 τότε π = Δ. **$\Delta : 1 = \Delta$**
Όταν Δ = δ τότε π = 1. **$\Delta : \Delta = 1$**
Όταν Δ = 0 τότε π = 0. **$0 : \delta = 0$**

- **Τι ονομάζουμε πολλαπλάσια ενός φυσικού αριθμού α;**

Πολλαπλάσια ενός φυσικού αριθμού α είναι οι αριθμοί που προκύπτουν από τον πολλαπλασιασμό του α, διαδοχικά, με όλους τους φυσικούς αριθμούς.

- **Τι ονομάζουμε Ελάχιστο Κοινό Πολλαπλάσιο δύο ή περισσότερων φυσικών αριθμών;**

Ονομάζουμε το μικρότερο από τα κοινά πολλαπλάσια των αριθμών αυτών (εκτός του μηδέν). Για συντομία γράφουμε **ΕΚΠ**.

- **Τι ονομάζουμε Μέγιστο Κοινό Διαιρέτη δύο ή περισσότερων φυσικών αριθμών;**

Ονομάζουμε το μεγαλύτερο από τους κοινούς διαιρέτες των αριθμών αυτών. Για συντομία γράφουμε **ΜΚΔ**.

- **Ποιοι αριθμοί ονομάζονται πρώτοι;**

Ονομάζονται οι αριθμοί που έχουν μοναδικούς διαιρέτες **τον εαυτό τους** και **τη μονάδα**.

- **Πώς ονομάζεται ένας αριθμός αν δεν είναι πρώτος;**

Τότε ονομάζεται **σύνθετος**.

- **Πότε δυο αριθμοί θα λέγονται πρώτοι μεταξύ τους;**

Θα λέγονται πρώτοι μεταξύ τους όταν ο ΜΚΔ τους είναι το 1.

- **Πώς καταλαβαίνουμε αν ένας αριθμός διαιρείται με το 2;**

Αν το **τελευταίο του ψηφίο** είναι : **0, 2, 4, 6, 8** (δηλαδή, όλοι οι άρτιοι).

- **Πώς καταλαβαίνουμε αν ένας αριθμός διαιρείται με το 5;**

Αν το **τελευταίο του ψηφίο** είναι : **0, 5**.

- **Πώς καταλαβαίνουμε αν ένας αριθμός διαιρείται με το 10;**

Αν το **τελευταίο του ψηφίο** είναι : **0**.

- **Πώς καταλαβαίνουμε αν ένας αριθμός διαιρείται με το 3;**

Αν το **άθροισμα των ψηφίων** του αριθμού διαιρείται με το **3**, τότε διαιρείται και ο ίδιος.

- **Πώς καταλαβαίνουμε αν ένας αριθμός διαιρείται με το 9;**

Αν το **άθροισμα των ψηφίων** του αριθμού διαιρείται με το **9**, τότε διαιρείται και ο ίδιος.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2

- **Πότε δυο κλάσματα θα λέγονται ισοδύναμα;**

Όταν εκφράζουν **το ίδιο τμήμα ενός μεγέθους** ή ίσων μεγεθών.

- **Πώς είναι δυνατόν από ένα κλάσμα να προκύψουν άλλα ισοδύναμα;**

Πολλαπλασιάζοντας ή διαιρώντας και τους δύο όρους ενός κλάσματος (δηλαδή, αριθμητή και παρονομαστή) με τον ίδιο φυσικό αριθμό ($\neq 0$).

- **Ποια διαδικασία ονομάζουμε απλοποίηση;**

Όταν **διαιρούμε και τους δύο όρους** ενός κλάσματος με τον ίδιο φυσικό αριθμό, παίρνοντας έτσι ένα ισοδύναμο κλάσμα με μικρότερους όρους, τότε αυτό λέγεται απλοποίηση.

- **Ποιο κλάσμα λέγεται ανάγωγο;**

1^{ος} ορισμός : Το κλάσμα εκείνο που δεν μπορεί να απλοποιηθεί άλλο.

2^{ος} ορισμός : Το κλάσμα εκείνο που οι όροι του είναι πρώτοι μεταξύ τους.

- **Ποια κλάσματα λέγονται ομώνυμα και ποια ετερώνυμα;**

Ομώνυμα λέγονται τα κλάσματα που έχουν τους ίδιους παρονομαστές. Στην αντίθετη περίπτωση λέγονται **ετερώνυμα**.

- **Πώς συγκρίνουμε κλάσματα ομώνυμα;**

Μεγαλύτερο είναι εκείνο που έχει το μεγαλύτερο αριθμητή.

- **Πώς συγκρίνουμε κλάσματα ετερώνυμα;**

Τα μετατρέπουμε πρώτα σε ομώνυμα.

- **Πώς συγκρίνουμε ετερώνυμα κλάσματα με ίδιους αριθμητές;**

Μεγαλύτερο είναι εκείνο που έχει το μικρότερο παρονομαστή.

- **Πώς προσθέτουμε / αφαιρούμε ομώνυμα κλάσματα;**

Προσθέτουμε / αφαιρούμε τους αριθμητές κι αφήνουμε παρονομαστή τον ίδιο.

- **Πώς προσθέτουμε / αφαιρούμε ετερώνυμα κλάσματα;**

Τα μετατρέπουμε πρώτα σε ομώνυμα.

- **Πώς πολλαπλασιάζουμε κλάσματα;**

Πολλαπλασιάζουμε τους αντίστοιχους όρους τους, δηλαδή αριθμητή με αριθμητή και παρονομαστή με παρονομαστή.

- **Πώς πολλαπλασιάζουμε ένα κλάσμα με έναν φυσικό αριθμό;**

Πολλαπλασιάζουμε το φυσικό αριθμό μόνο με τον αριθμητή του κλάσματος κι αφήνουμε παρονομαστή τον ίδιο.

➢ Ποια κλάσματα ονομάζονται αντίστροφα;

Τα κλάσματα εκείνα που έχουν γινόμενο ίσο με τη μονάδα, δηλαδή 1.

➢ Πώς διαιρούμε δυο κλάσματα;

Αντιστρέφουμε τους όρους του **2ου κλάσματος** και κατόπιν κάνουμε **πολλαπλασιασμό**.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5

➢ Τι παριστάνει το σύμβολο α%;

Παριστάνει το κλάσμα $\frac{α}{100}$ και διαβάζεται **ποσοστό επί τοις εκατό**.

➢ Πώς υπολογίζουμε το ποσοστό α% ενός αριθμού β;

Πολλαπλασιάζουμε τον αριθμό με το ποσοστό, δηλαδή: $\boldsymbol{β \cdot \frac{α}{100}}$.

➢ Μπορούμε να μετατρέψουμε ένα κλάσμα σε ποσοστό;

Τα κλάσματα μπορούν να γραφτούν και σαν ποσοστά, αρκεί να κάνουμε τη διαίρεση και να πολλαπλασιάσουμε με το 100. Πχ. $\frac{4}{5} = 0{,}8 = 80\%$

➢ Πώς λύνουμε προβλήματα ποσοστών με φόρο;

Αν το πρόβλημα ζητά να βρούμε, απλά, το φόρο:
Πολλαπλασιάζουμε το αρχικό ποσό με το ποσοστό.