

§2.3 Απόλυτη Τιμή Πραγματικού Αριθμού (Τράπεζα θεμάτων)

1303**Θέμα 2ο**

Δίνονται οι παραστάσεις:

$$A = |2x - 4| \quad \text{και} \quad B = |x - 3|,$$

όπου ο x είναι ο πραγματικός αριθμός.

α. Για κάθε $2 \leq x < 3$ να αποδείξετε ότι $A + B = x - 1$.

(Μονάδες 16)

β. Υπάρχει $x \in [2, 3)$ ώστε να ισχύει $A + B = 2$; Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

(Μονάδες 9)

Υλη: 2.3 Απόλυτη τιμή πραγματικού αριθμού.

1320**Θέμα 2ο**

Για τον πραγματικό αριθμό x ισχύει: $d(2x, 3) = 3 - 2x$

α. Να αποδείξετε ότι $x \leq \frac{3}{2}$.

(Μονάδες 12)

β. Αν $x \leq \frac{3}{2}$, να αποδείξετε ότι η παράσταση $K = |2x - 3| - 2|3 - x|$ είναι ανεξάρτητη του x .

(Μονάδες 13)

Υλη: 2.3 Απόλυτη τιμή πραγματικού αριθμού.

1322**Θέμα 2ο**

Δίνεται πραγματικός αριθμός x για τον οποίο ισχύει: $|x - 2| < 3$

α. Να αποδείξετε ότι: $-1 < x < 5$.

(Μονάδες 12)

β. Να απλοποιήσετε την παράσταση: $K = \frac{|x + 1| + |x - 5|}{3}$.

(Μονάδες 13)

Υλη: 2.3 Απόλυτη τιμή πραγματικού αριθμού.

1323**Θέμα 2ο**

Δίνονται πραγματικοί αριθμοί y , για τους οποίους ισχύει $|y - 2| < 1$.

α. Να αποδείξετε ότι: $y \in (1, 3)$.

(Μονάδες 12)

β. Να απλοποιήσετε την παράσταση: $K = \frac{|y-1| + |y-3|}{2}$.

(Μονάδες 13)

Υλη: 2.3 Απόλυτη τιμή πραγματικού αριθμού.

1342

Θέμα 2ο

Αν για τον πραγματικό αριθμό x ισχύει $|2x - 1| < 1$, τότε:

α. Να αποδείξετε ότι $0 < x < 1$.

(Μονάδες 15)

β. Να διατάξετε από τον μικρότερο προς τον μεγαλύτερο τους αριθμούς:

$$1, x, x^2$$

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

(Μονάδες 10)

Υλη: 2.2 Διάταξη πραγματικών αριθμών, 2.3 Απόλυτη τιμή πραγματικού αριθμού.

1366

Θέμα 2ο

α. Αν $\alpha < 0$, να αποδειχθεί ότι: $\alpha + \frac{1}{\alpha} \leq -2$.

(Μονάδες 15)

β. Αν $\alpha < 0$, να αποδειχθεί ότι: $|\alpha| + \left| \frac{1}{\alpha} \right| \geq 2$.

(Μονάδες 10)

Υλη: 2.2 Διάταξη πραγματικών αριθμών, 2.3 Απόλυτη τιμή πραγματικού αριθμού.

1371

Θέμα 2ο

α. Αν $\alpha, \beta \in \mathbb{R} - \{0\}$, να αποδειχθεί ότι: $\left| \frac{\alpha}{\beta} \right| + \left| \frac{\beta}{\alpha} \right| \geq 2$ (1)

(Μονάδες 15)

β. Πότε ισχύει η ισότητα στην (1)? Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

(Μονάδες 10)

Υλη: 2.3 Απόλυτη τιμή πραγματικού αριθμού.

1384

Θέμα 2ο

Δίνεται η παράσταση: $A = |x - 1| + |y - 3|$, με x, y πραγματικούς αριθμούς, για τους οποίους ισχύει: $1 < x < 4$ και $2 < y < 3$. Να αποδείξετε ότι:

α. $A = x - y + 2$.

(Μονάδες 12)

β. $0 < A < 4$.

(Μονάδες 13)

Υλη: 2.2 Διάταξη πραγματικών αριθμών, 2.3 Απόλυτη τιμή πραγματικού αριθμού.

1428

Θέμα 4ο

Δίνονται τα σημεία Α, Β και Μ που παριστάνουν στον άξονα των πραγματικών αριθμών τους αριθμούς -2 , 7 και x αντίστοιχα, με $-2 < x < 7$.

α. Να διατυπώσετε τη γεωμετρική ερμηνεία των παραστάσεων.

α. $|x + 2|$

(Μονάδες 4)

β. $|x - 7|$

(Μονάδες 4)

β. Με τη βοήθεια του άξονα να δώσετε τη γεωμετρική ερμηνεία του αθροίσματος: $|x + 2| + |x - 7|$.

(Μονάδες 5)

γ. Να βρείτε την τιμή της παράστασης $A = |x + 2| + |x - 7|$ γεωμετρικά.

(Μονάδες 5)

δ. Να επιβεβαιώσετε αλγεβρικά το προηγούμενο συμπέρασμα.

(Μονάδες 7)

Υλη: 2.2 Διάταξη πραγματικών αριθμών, 2.3 Απόλυτη τιμή πραγματικού αριθμού.

1429

Θέμα 4ο

Σε έναν άξονα τα σημεία Α, Β και Μ αντιστοιχούν στους αριθμούς 5 , 9 και x αντίστοιχα.

α. Να διατυπώσετε τη γεωμετρική ερμηνεία των παραστάσεων $|x - 5|$ και $|x - 9|$.

(Μονάδες 10)

β. Αν ισχύει $|x - 5| = |x - 9|$,

- α. Ποια γεωμετρική ιδιότητα του σημείου M αναγνωρίζετε? Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

(Μονάδες 7)

- β. Με χρήση του άξονα, να προσδιορίσετε τον πραγματικό αριθμό x που παριστάνει το σημείο M. Να επιβεβαιώσετε με αλγεβρικό τρόπο την απάντησή σας.

(Μονάδες 8)

Υλη: 2.2 Διάταξη πραγματικών αριθμών, 2.3 Απόλυτη τιμή πραγματικού αριθμού.

1515

Θέμα 4ο

Δίνονται οι πραγματικοί αριθμοί α και β για τους οποίους ισχύει η ανίσωση $(\alpha - 1)(1 - \beta) > 0$.

1. Να αποδείξετε ότι το 1 είναι μεταξύ των α, β .

(Μονάδες 13)

2. Αν επιπλέον $|\beta - \alpha| = 4$, να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης $K = |\alpha - 1| + |1 - \beta|$. Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας είτε γεωμετρικά είτε αλγεβρικά

(Μονάδες 12)

Υλη: 2.2 Διάταξη πραγματικών αριθμών, 2.3 Απόλυτη τιμή πραγματικού αριθμού.

Βιβλιογραφία:

Τράπεζα Θεμάτων Διαβαθμισμένης Δυσκολίας, ΑΛΓΕΒΡΑ Α ΛΥΚΕΙΟΥ, Υ.ΠΑΙ.Θ.

<http://iep.edu.gr/> - ΙΝΣΤΙΤΟΥΤΟ ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΗΣ ΠΟΛΙΤΙΚΗΣ (ΙΕΠ)

Creative Commons Αναφορά Δημιουργού - Μη Εμπορική Χρήση - Παρόμοια Διανομή 4.0 Διεθνές

