

§4.1 Ανισώσεις 1ου Βαθμού (Τράπεζα Θεμάτων)

1243**Θέμα 2ο**

α. Να λύσετε την ανίσωση $|x - 1| \geq 5$.

(Μονάδες 8)

β. Να βρείτε τους αριθμούς x που απέχουν από το 5 απόσταση μικρότερη του 3.

(Μονάδες 9)

γ. Να βρείτε τις κοινές λύσεις των (α) και (β).

(Μονάδες 8)

Υλη: 2.3 Απόλυτη τιμή πραγματικού αριθμού, 4.1 Ανισώσεις πρώτου βαθμού.

1248**Θέμα 2ο****1248**

α. Να βρείτε για ποιες πραγματικές τιμές του y ισχύει $|y - 3| < 1$.

(Μονάδες 12)

β. Αν x, y είναι τα μήκη των πλευρών ενός ορθογωνίου παραλληλογράμμου, με $1 < x < 3$ και $2 < y < 4$, τότε να βρείτε τα όρια μεταξύ των οποίων περιέχεται η τιμή του εμβαδού E του ορθογωνίου.

(Μονάδες 13)

Υλη: 2.2 Διάταξη πραγματικών αριθμών, 2.3 Απόλυτη τιμή πραγματικού αριθμού, 4.1 Ανισώσεις πρώτου βαθμού.

1252**Θέμα 2ο****1252**

α. Να βρείτε για ποιες πραγματικές τιμές του y ισχύει $|y - 3| < 1$.
(Μονάδες 12)

β. Αν x, y είναι τα μήκη των πλευρών ενός ορθογωνίου παραλληλογράμμου, με $1 < x < 3$ και $2 < y < 4$, τότε να αποδείξετε ότι $6 < \Pi < 14$, όπου Π είναι η περίμετρος του ορθογωνίου.

(Μονάδες 13)

*Υλη: 2.2 Διάταξη πραγματικών αριθμών, 4.1 Ανισώσεις πρώτου βαθμού.***1253****Θέμα 2ο**

α. Να λύσετε την ανίσωση: $|x - 5| < 4$.

(Μονάδες 10)

β. Αν κάποιος αριθμός α επαληθεύει την παραπάνω ανίσωση, να αποδείξετε ότι:

$$\frac{1}{9} < \frac{1}{\alpha} < 1$$

(Μονάδες 15)

*Υλη: 2.2 Διάταξη πραγματικών αριθμών, 2.3 Απόλυτη τιμή πραγματικού αριθμού, 4.1 Ανισώσεις πρώτου βαθμού.***1260****Θέμα 2ο**

Δίνεται η παράσταση: $A = |x - 1| - |x - 2|$

α. Για $1 < x < 2$, να δείξετε ότι: $A = 2x - 3$.

(Μονάδες 13)

β. Για $x < 1$, να δείξετε ότι η παράσταση A έχει σταθερή τιμή (ανεξάρτητη του x), την οποία και να προσδιορίσετε.

(Μονάδες 12)

*Υλη: 2.3 Απόλυτη τιμή πραγματικού αριθμού, 4.1 Ανισώσεις πρώτου βαθμού.***1261****Θέμα 2ο**

Από το ορθογώνιο ΑΒΖΗ αφαιρέθηκε το τετράγωνο ΓΔΕΗ πλευράς y .

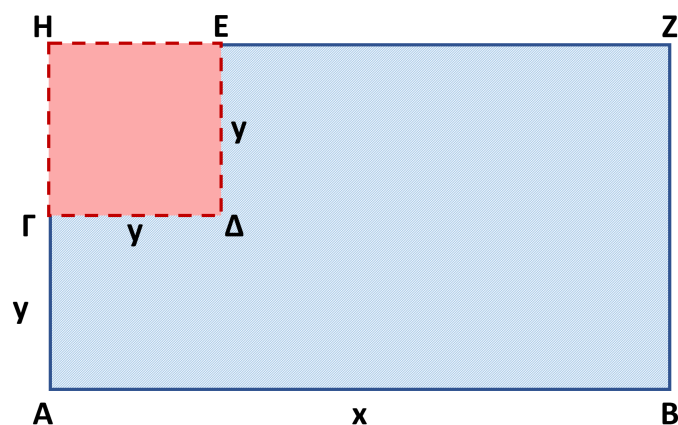
α. Να αποδείξετε ότι η περίμετρος του γραμμοσκιασμένου σχήματος ΕΖΒΑΓΔ που απέμεινε δίνεται από τη σχέση: $\Pi = 2x + 4y$.

(Μονάδες 10)

β. Αν ισχύει $5 < x < 8$ και $1 < y < 2$, να βρείτε μεταξύ ποιων αριθμών βρίσκεται η τιμή της περιμέτρου του παραπάνω γραμμοσκιασμένου σχήματος.

(

Μονάδες 15)



Σχήμα 1: Άσκηση 1261.

Υλη: 4.1 Ανισώσεις πρώτου βαθμού.

1268

Θέμα 2ο

2.2 Διάταξη πραγματικών αριθμών.

2.3 Απόλυτη τιμή πραγματικού αριθμού.

4.1 Ανισώσεις πρώτου βαθμού.

Δίνονται δύο τμήματα με μήκη x και y , για τα οποία ισχύουν: $|x - 3| \leq 2$ και $|y - 6| \leq 4$.

α. Να δείξετε ότι: $1 \leq 5$ και $2 \leq y \leq 10$.

(Μονάδες 12)

β. Να βρεθεί η μικρότερη και η μεγαλύτερη τιμή που μπορεί να πάρει η περίμετρος ενός ορθογώνιου με διαστάσεις $2x$ και y .

(Μονάδες 13)

Υλη: 2.2 Διάταξη πραγματικών αριθμών, 2.3 Απόλυτη τιμή πραγματικού αριθμού, 4.1 Ανισώσεις πρώτου βαθμού.

1278

Θέμα 2ο

Η θερμοκρασία T σε βαθμούς Κελσίου $^{\circ}\text{C}$, σε βάθος x χιλιομέτρων κάτω από την επιφάνεια της Γης, δίνεται κατά προσέγγιση από τη σχέση:

$$T = 15 + 25x, \quad \text{όταν } 0 \leq x \leq 200$$

α. Να βρείτε τη θερμοκρασία ενός σημείου που βρίσκεται 30 χιλιόμετρα κάτω από την επιφάνεια της Γης. Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

(Μονάδες 7)

- β. Να βρείτε το βάθος στο οποίο η θερμοκρασία είναι ίση με 290°C . Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

(Μονάδες 10)

- γ. Σε ποιο βάθος μπορεί να βρίσκεται ένα σημείο, στο οποίο η θερμοκρασία είναι μεγαλύτερη από 440°C ? Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

(Μονάδες 8)

Υλη: 3.1 Εξισώσεις πρώτου βαθμού, 4.1 Ανισώσεις πρώτου βαθμού.

1284

Θέμα 2ο

- α. Να λύσετε την ανίσωση $|x + 4| \geq 3$.

(Μονάδες 12)

- β. Αν $\alpha \geq -1$, να γράψετε την παράσταση $A = ||\alpha + 4| - 3|$ χωρίς απόλυτες τιμές. Να αιτιολογήσετε το συλλογισμό σας.

(Μονάδες 13)

Υλη: 2.3 Απόλυτη τιμή πραγματικού αριθμού, 4.1 Ανισώσεις πρώτου βαθμού.

1330

Θέμα 2ο

- α. Να λύσετε τις ανισώσεις και να παραστήσετε τις λύσεις τους στον άξονα των πραγματικών αριθμών:

α. $|2x - 3| \leq 5$.

(Μονάδες 9)

β. $|2x - 3| \geq 1$.

(Μονάδες 9)

- β. Να βρείτε τις τιμές του x για τις οποίες συναληθεύουν οι παραπάνω ανισώσεις.

(Μονάδες 7)

Υλη: 2.3 Απόλυτη τιμή πραγματικού αριθμού, 4.1 Ανισώσεις πρώτου βαθμού.

1355

Θέμα 2ο

- α. Να λύσετε την ανίσωση $|x - 5| < 2$.

(Μονάδες 8)

β. Να λύσετε την ανίσωση $|2 - 3x| > 5$.

(Μονάδες 8)

γ. Να παραστήσετε τις λύσεις των δύο προηγούμενων ανισώσεων στον ίδιο άξονα των πραγματικών αριθμών. Με τη βοήθεια του άξονα, να προσδιορίσετε το σύνολο των κοινών τους λύσεων και να το αναπαραστήσετε με διάστημα ή ένωση διαστημάτων.

(Μονάδες 9)

Υλη: 2.3 Απόλυτη τιμή πραγματικού αριθμού, 4.1 Ανισώσεις πρώτου βαθμού.

1357

Θέμα 2ο

Δίνονται οι ανισώσεις: $3x - 1 < x + 9$ και $2 - \frac{x}{2} \leq x + \frac{1}{2}$.

α. Να βρείτε τις λύσεις τους.

(Μονάδες 15)

β. Να βρείτε το σύνολο των κοινών τους λύσεων.

(Μονάδες 10)

Υλη: 4.1 Ανισώσεις πρώτου βαθμού.

1365

Θέμα 2ο

α. Να λύσετε την ανίσωση: $\left|x - \frac{1}{2}\right| < 4$.

(Μονάδες 9)

β. Να λύσετε την ανίσωση: $|x + 5| \geq 3$.

(Μονάδες 9)

γ. Να βρείτε τις κοινές λύσεις των ανισώσεων των ερωτημάτων (α') και (β') με χρήση του άξονα των πραγματικών αριθμών και να τις γράψετε με τη μορφή διαστήματος.

(Μονάδες 7)

Υλη: 4.1 Ανισώσεις πρώτου βαθμού.

1367

Θέμα 2ο

α. Να λύσετε την εξίσωση: $|2x - 4| = 3|x - 1|$.

(Μονάδες 9)

β. Να λύσετε την ανίσωση: $|3x - 5| > 1$.

(Μονάδες 9)

- γ. Είναι οι λύσεις της εξίσωσης του (α') ερωτήματος και λύσεις της ανίσωσης του (β') ερωτήματος? Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

(Μονάδες 7)

Υλη: 2.2 Διάταξη πραγματικών αριθμών, 3.1 Εξισώσεις πρώτου βαθμού, 4.1 Ανισώσεις πρώτου βαθμού.

1374

Θέμα 2ο

- α. Να λύσετε τις παρακάτω ανισώσεις και να παραστήσετε τις λύσεις τους στον άξονα των πραγματικών αριθμών:

α. $|1 - 2x| < 5$

(Μονάδες 9)

β. $|1 - 2x| \geq 1$

(Μονάδες 9)

- β. Να βρείτε τις ακέραιες τιμές του x για τις οποίες συναληθεύουν οι παραπάνω ανισώσεις.

(Μονάδες 7)

Υλη: 2.3 Απόλυτη τιμή πραγματικού αριθμού, 4.1 Ανισώσεις πρώτου βαθμού.

1376

Θέμα 2ο

Δίνεται η παράσταση: $A = (\sqrt{x-4} + \sqrt{x+1})(\sqrt{x-4} - \sqrt{x+1})$

- α. Για ποιες τιμές του x ορίζεται η παράσταση A ? Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

(Μονάδες 12)

- β. Να αποδείξετε ότι η παράσταση A είναι σταθερή, δηλαδή ανεξάρτητη του x .

(Μονάδες 13)

Υλη: 2.4 Ρίζες πραγματικών αριθμών, 4.1 Ανισώσεις πρώτου βαθμού.

1378

Θέμα 2ο

Δίνεται η παράσταση: $A = \sqrt{x-4} + \sqrt{6-x}$.

- α. Για ποιες τιμές του x ορίζεται η παράσταση A ? Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας και να γράψετε το σύνολο των δυνατών τιμών του x σε μορφή διαστήματος.

(Μονάδες 13)

- β. Για $x = 5$, να αποδείξετε ότι: $A^2 + A - 6 = 0$.

(Μονάδες 12)

Υλη: 2.4 Ρίζες πραγματικών αριθμών, 4.1 Ανισώσεις πρώτου βαθμού.

1379

Θέμα 2ο

Δίνεται η παράσταση: $A = \sqrt{x^2 + 4} - \sqrt{x - 4}$.

α. Για ποιες τιμές του x ορίζεται η παράσταση A ? Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας και να γράψετε το σύνολο των δυνατών τιμών του x σε μορφή διαστήματος.

(Μονάδες 13)

β. Αν $x = 4$, να αποδείξετε ότι: $A^2 - A = 2 \cdot (10 - \sqrt{5})$.

(Μονάδες 13)

Υλη: 2.4 Ρίζες πραγματικών αριθμών, 4.1 Ανισώσεις πρώτου βαθμού.

1383

Θέμα 2ο

Αν ο πραγματικός αριθμός x ικανοποιεί τη σχέση: $|x + 1| < 2$:

α. Να δείξετε ότι $x \in (-3, 1)$.

(Μονάδες 12)

β. Να δείξετε ότι η τιμή της παράστασης: $K = \frac{|x + 3| + |x + 1|}{4}$ είναι αριθμός ανεξάρτητος του x .

(Μονάδες 13)

Υλη: 2.3 Απόλυτη τιμή πραγματικού αριθμού, 4.1 Ανισώσεις πρώτου βαθμού.

1416

Θέμα 4ο

Δίνεται η εξίσωση $\lambda x^2 + 2(\lambda - 1)x + \lambda - 2 = 0$, (1) με παράμετρο $\lambda \in \mathbb{R}$.

α. Να λύσετε την εξίσωση όταν $\lambda = 0$.

(Μονάδες 5)

β. Εστω $\lambda \neq 0$.

α. Να αποδείξετε ότι η εξίσωση (1) έχει ρίζες πραγματικές και άνισες, τις οποίες στη συνέχεια να βρείτε.

(Μονάδες 10)

β. Αν $x_1 = -1$ και $x_2 = -1 + \frac{2}{\lambda}$ είναι οι δύο ρίζες της εξίσωσης (1), να προσδιορίσετε τις τιμές του λ , για τις οποίες ισχύει $|x_1 - x_2| > 1$.

(Μονάδες 10)

Υλη: 3.1 Εξισώσεις πρώτου βαθμού, 3.3 Εξισώσεις δευτέρου βαθμού, 4.1 Ανισώσεις πρώτου βαθμού.

1422

Θέμα 4ο

Για τη μέτρηση θερμοκρασιών χρησιμοποιούνται οι κλίμακες βαθμών Κελσίου (Celsius), Φαρενάιτ (Fahrenheit) και Κέλβιν (Kelvin). Οι μετατροπές της θερμοκρασίας από Κελσίου σε Φαρενάιτ και από Κελσίου σε Κέλβιν, περιγράφονται από τις προτάσεις Π1 και Π2.

Π1: Για να μετατρέψουμε τη θερμοκρασία από βαθμούς Κελσίου ($^{\circ}C$) σε βαθμούς Φαρενάιτ ($^{\circ}F$), πολλαπλασιάζουμε τους βαθμούς Κελσίου με 1,8 και προσθέτουμε 32.

Π2: Για να μετατρέψουμε τη θερμοκρασία από βαθμούς Κελσίου ($^{\circ}C$) σε βαθμούς Κέλβιν K , προσθέτουμε στους βαθμούς Κελσίου ($^{\circ}C$) το 273.

α. Να εκφράσετε συμβολικά τη σχέση που περιγράφει η κάθε πρόταση.

(Μονάδες 8)

β. Να δείξετε ότι η εξίσωση που παριστάνει τη σχέση μεταξύ της θερμοκρασίας σε βαθμούς Κέλβιν (K) και της θερμοκρασίας σε βαθμούς Φαρενάιτ ($^{\circ}F$) είναι η:

$$K = \frac{F - 32}{1,8} + 273$$

(Μονάδες 7)

γ. Στη διάρκεια μίας νύχτας η θερμοκρασία σε μία πόλη κυμάνθηκε από 278 K μέχρι 283 K . Να βρείτε το διάστημα μεταβολής της θερμοκρασίας σε ($^{\circ}F$).

(Μονάδες 10)

Υλη: 3.1 Εξισώσεις πρώτου βαθμού, 4.1. Ανισώσεις πρώτου βαθμού.

1423

Θέμα 4ο

Δίνεται η εξίσωση $x^2 - 2\lambda x + \lambda^2 - 1 = 0$, με παράμετρο $\lambda \in \mathbb{R}$.

α. Να δείξετε ότι για κάθε $\lambda \in \mathbb{R}$ η εξίσωση έχει δύο άνισες ρίζες.

(Μονάδες 6)

β. Να βρείτε τις ρίζες της εξίσωσης, για κάθε $\lambda \in \mathbb{R}$.

(Μονάδες 6)

γ. Να βρείτε για ποιες τιμές του πραγματικού αριθμού λ , οι δύο άνισες ρίζες της εξίσωσης ανήκουν στο διάστημα $(-2, 4)$.

(Μονάδες 13)

Υλη: 3.3 Εξισώσεις δευτέρου βαθμού, 4.1. Ανισώσεις πρώτου βαθμού.

1427

Θέμα 4ο

Δίνεται ένας πραγματικός αριθμός x που ικανοποιεί τη σχέση:

$$d(x, 5) \leq 9.$$

α. Να αποδώσετε την παραπάνω σχέση λεκτικά.

(Μονάδες 5)

β. Με χρήση του άξονα των πραγματικών αριθμών, να παραστήσετε σε μορφή διαστήματος το σύνολο των δυνατών τιμών του x .

(Μονάδες 5)

- γ. Να γράψετε τη σχέση με το σύμβολο της απόλυτης τιμής και να επιβεβαιώσετε με αλγεβρικό τρόπο το συμπέρασμα του ερωτήματος (β').

(Μονάδες 10)

- δ. Να χρησιμοποιήσετε το συμπέρασμα του ερωτήματος (γ') για να δείξετε ότι: $|x + 4| + |x - 14| = 18$.

(Μονάδες 5)

Υλη: 2.3 Απόλυτη τιμή πραγματικού αριθμού, 4.1 Ανισώσεις πρώτου βαθμού.

1442**Θέμα 4ο**

- α. Να λύσετε την ανίσωση $x^2 > x$ στο σύνολο των πραγματικών αριθμών.

(Μονάδες 8)

- β. Δίνεται ένας πραγματικός αριθμός α με $\alpha > 1$.

- α. Να βάλετε στη σειρά, από τον μικρότερο στον μεγαλύτερο και να τοποθετήσετε πάνω στον άξονα των πραγματικών αριθμών, τους αριθμούς $0, 1, \alpha, \alpha^2, \sqrt{\alpha}$. Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας με τη βοήθεια και του ερωτήματος (α').

(Μονάδες 10)

- β. Να κάνετε το ίδιο για τους αριθμούς $\alpha, \alpha^2, \frac{\alpha + \alpha^2}{2}$.

(Μονάδες 7)

Υλη: 2.2 Διάταξη πραγματικών αριθμών, 4.1 Ανισώσεις πρώτου βαθμού.

1455**Θέμα 4ο**

Δίνεται η εξίσωση $x^2 - x + \lambda - \lambda^2 = 0$, με παράμετρο $\lambda \in \mathbb{R}$ (1).

1. Να βρείτε τη διακρίνουσα Δ της εξίσωσης και να αποδείξετε ότι η εξίσωση έχει ρίζες πραγματικές για κάθε $\lambda \in \mathbb{R}$.

(Μονάδες 10)

2. Για ποια τιμή του λ η εξίσωση (1) έχει δύο ρίζες?

(Μονάδες 6)

3. Αν x_1, x_2 είναι οι ρίζες της παραπάνω εξίσωσης (1), τότε να βρείτε για ποιες τιμές του λ ισχύει $0 < d(x_1, x_2) < 2$.

(Μονάδες 9)

Υλη: 2.3 Απόλυτη τιμή πραγματικού αριθμού, 3.3 Εξισώσεις δευτέρου βαθμού, 4.1 Ανισώσεις πρώτου βαθμού.

1472**Θέμα 4ο**

1. Να λύσετε την ανίσωση $|x - 3| \leq 5$.

(Μονάδες 7)

2. Να απεικονίσετε το σύνολο των λύσεων της ανίσωσης αυτής πάνω στον άξονα των πραγματικών αριθμών και να ερμηνεύσετε το αποτέλεσμα, με βάση τη γεωμετρική σημασία της παράστασης $|x - 3|$.

(Μονάδες 5)

3. Να βρείτε όλους τους ακέραιους αριθμούς x που ικανοποιούν την ανίσωση $|x - 3| \leq 5$.

(Μονάδες 5)

4. Να βρείτε το πλήθος των ακέραιων αριθμών x που ικανοποιούν την ανίσωση $||x| - 3| \leq 5$.
Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

(Μονάδες 8)

Υλη: 2.3 Απόλυτη τιμή πραγματικού αριθμού, 4.1 Ανισώσεις πρώτου βαθμού.

Βιβλιογραφία:

Τράπεζα Θεμάτων Διαβαθμισμένης Δυσκολίας, ΑΛΓΕΒΡΑ Α ΛΥΚΕΙΟΥ, Υ.Π.Α.Ι.Θ.

<http://iep.edu.gr/> - ΙΝΣΤΙΤΟΥΤΟ ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΗΣ ΠΟΛΙΤΙΚΗΣ (ΙΕΠ)

Creative Commons Αναφορά Δημιουργού - Μη Εμπορική Χρήση - Παρόμοια Διανομή 4.0 Διεθνές

