

§5.2 Αριθμητική πρόοδος (Τράπεζα θεμάτων)

1240**Θέμα 2ο**

Δίνεται η αριθμητική πρόοδος (a_n) με όρους $a_2 = 0$, $a_4 = 4$.

- α. Να αποδείξετε ότι $\omega = 2$ και $a_1 = -2$, όπου ω είναι η διαφορά της προόδου και a_1 ο πρώτος όρος της.

(Μονάδες 10)

- β. Να αποδείξετε ότι ο n -οστός όρος της προόδου είναι ίσος με $a_n = 2n - 4$, $n \in \mathbb{N}^*$, και να βρείτε ποιος όρος τη προόδου είναι ίσος με 98.

(Μονάδες 15)

Υλη: 3.1 Εξισώσεις πρώτου βαθμού, 5.2 Αριθμητική πρόοδος

1245**Θέμα 2ο**

- α. Να βρείτε τον πραγματικό αριθμό x ώστε οι αριθμοί:
 $x+2$, $(x+1)^2$, $3x+2$ με τη σειρά που δίνονται να είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου.

(Μονάδες 13)

- β. Να βρείτε τη διαφορά ω της παραπάνω αριθμητικής προόδου, όταν:

i. $x = 1$.

ii. $x = -1$.

(Μονάδες 12)

Υλη: 3.3 Εξισώσεις δευτέρου βαθμού, 5.2 Αριθμητική πρόοδος.

1247**Θέμα 2ο**

Σε ένα γυμναστήριο με 10 σειρές καθισμάτων, η πρώτη σειρά έχει 120 καθίσματα και κάθε σειρά έχει 20 καθίσματα περισσότερα από την προηγούμενή της.

- α. Να εκφράσετε με μία αριθμητική πρόοδο το πλήθος των καθισμάτων της n -οστής σειράς.

(Μονάδες 9)

- β. Πόσα καθίσματα έχει η τελευταία σειρά?

(Μονάδες 8)

γ. Πόσα καθίσματα έχει το γυμναστήριο?

(Μονάδες 8)

Υλη: 5.2 Αριθμητική πρόοδος.

1249

Θέμα 2ο

1249

Δίνεται αριθμητική πρόοδος (α_n) για την οποία ισχύει ότι: $\alpha_1 = 19$ και $\alpha_{10} - \alpha_6 = 24$.

α. Να αποδείξετε ότι η διαφορά προόδου είναι $\omega = 6$.

(Μονάδες 9)

β. Να βρείτε τον α_{20}

(Μονάδες 8)

γ. Να βρείτε το άθροισμα των 20 πρώτων όρων της προόδου.

(Μονάδες 8)

Υλη: 3.1 Εξισώσεις πρώτου βαθμού, 5.2 Αριθμητική πρόοδος.

1256

Θέμα 2ο

Οι αριθμοί $A = 1$, $B = x + 4$, $\Gamma = x + 8$ είναι, με τη σειρά που δίνονται, διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου (α_n) .

α. Να βρείτε την τιμή του x .

(Μονάδες 10)

β. Αν $x = 1$ και ο αριθμός A είναι ο πρώτος της αριθμητικής προόδου (α_n) ,

i. Να υπολογίσετε τη διαφορά ω .

(Μονάδες 7)

ii. Να υπολογίσετε τον εικοστό όρο της αριθμητικής προόδου.

(Μονάδες 8)

Υλη: 3.1 Εξισώσεις πρώτου βαθμού, 5.2 Αριθμητική πρόοδος.

1266**Θέμα 2ο**

Δίνεται η εξίσωση: $x^2 - 2\beta x + (\beta^2 - 4) = 0$, (1) με παράμετρο $\beta \in \mathbb{R}$.

α. Να δείξετε ότι η εξίσωση (1) έχει ρίζες: $x_1 = \beta - 2$ και $x_2 = \beta + 2$.

(Μονάδες 12)

β. Αν x_1, x_2 είναι οι ρίζες της (1), να εξετάσετε αν οι αριθμοί x_1, β, x_2 με τη σειρά που δίνονται, είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου και να αιτιολογήσετε το συλλογισμό σας.

(Μονάδες 13)

Υλη: 3.3 Εξισώσεις δευτέρου βαθμού, 5.2 Αριθμητική πρόοδος.

1282**Θέμα 2ο**

Δίνεται αριθμητική πρόοδος α_n για την οποία ισχύει: $\alpha_4 - \alpha_2 = 10$.

α. Να δείξετε ότι η διαφορά της προόδου είναι $\omega = 5$.

(Μονάδες 12)

β. Αν το άθροισμα των τριών όρων της προόδου είναι 33, να βρείτε τον πρώτο όρο της προόδου.

(Μονάδες 13)

Υλη: 5.2 Αριθμητική πρόοδος.

1292**Θέμα 2ο**

Δίνεται η αριθμητική πρόοδος (α_n) με $\alpha_1 = 1$ και $\alpha_3 = 9$.

α. Να βρείτε τη διαφορά ω της αριθμητικής προόδου.

(Μονάδες 12)

β. Να βρείτε το μικρότερο θετικό ακέραιο n , ώστε να ισχύει $\alpha_n > 30$.

(Μονάδες 13)

Υλη: 5.2 Αριθμητική πρόοδος.

1325**Θέμα 2ο**

Σε μια αριθμητική πρόοδο (α_n) ισχύουν: $\alpha_1 = 2$ και $\alpha_{25} = \alpha_{12} + 39$.

α. Να δείξετε ότι η διαφορά της προόδου είναι $\omega = 3$.

(Μονάδες 12)

β. Να βρείτε ποιος όρος της προόδου είναι ίσος με 152.

(Μονάδες 13)

Υλη: 5.2 Αριθμητική πρόοδος.

1326

Θέμα 2ο

Δίνεται αριθμητική πρόοδος (α_n) με διαφορά ω .

α. Να δείξετε ότι: $\frac{\alpha_{15} - \alpha_9}{\alpha_{10} - \alpha_7} = 2$.

(Μονάδες 13)

β. Αν $\alpha_{15} - \alpha_9 = 18$, να βρείτε τη διαφορά ω της προόδου.

(Μονάδες 12)

Υλη: 5.2 Αριθμητική πρόοδος.

1328

Θέμα 2ο

Σε αριθμητική πρόοδο (α_n) ισχύουν: $\alpha_4 - \alpha_9 = 15$ και $\alpha_1 = 41$.

α. Να αποδείξετε ότι η διαφορά ω της προόδου είναι ίση με -3 .

(Μονάδες 12)

β. Να βρείτε το θετικό ακέραιο n , ώστε $\alpha_n = n$.

(Μονάδες 13)

Υλη: 5.2 Αριθμητική πρόοδος.

1329

Θέμα 2ο

Σε αριθμητική πρόοδο (α_n) με διαφορά $\omega = 4$, ισχύει: $\alpha_6 + \alpha_{11} = 40$.

α. Να βρείτε τον πρώτο όρο, α_1 , της προόδου.

(Μονάδες 12)

β. Πόσους πρώτους όρους της προόδου πρέπει να προσθέσουμε ώστε το άθροισμά τους να είναι ίσο με το μηδέν? Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

(Μονάδες 13)

Υλη: 5.2 Αριθμητική πρόοδος.

1336

Θέμα 2ο

Οι αριθμοί $x + 6$, $5x + 2$, $11x - 6$ είναι, με τη σειρά που δίνονται, διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου με πρώτο όρο α_1 και διαφορά ω .

α. Να βρείτε την τιμή x και να αποδείξετε ότι $\omega = 4$.

(Μονάδες 12)

β. Αν ο πρώτος όρος της προόδου είναι $a_1 = 0$, να υπολογίσετε το άθροισμα S_8 των 8 πρώτων όρων.

(Μονάδες 13)

Υλη: 5.2 Αριθμητική πρόοδος.

1343

Θέμα 2ο

Σε αριθμητική πρόοδο (a_n) είναι $a_1 = 2$ και $a_5 = 14$.

α. Να αποδείξετε ότι $\omega = 3$.

(Μονάδες 12)

β. Να βρείτε πόσους αρχικούς (πρώτους) όρους πρέπει να προσθέσουμε, ώστε το άθροισμά τους να είναι ίσο με 77.

(Μονάδες 13)

(Δίνεται: $\sqrt{1849} = 43$)

Υλη: 3.3 Εξισώσεις δευτέρου βαθμού, 5.2 Αριθμητική πρόοδος.

1344

Θέμα 2ο

Θεωρούμε την ακολουθία (a_n) των θετικών περιττών αριθμών: 1, 3, 5, 7, ...

α. Να αιτιολογήσετε γιατί η (a_n) είναι αριθμητική πρόοδος και να βρείτε τον εκατοστό όρο της.

(Μονάδες 15)

β. Να αποδείξετε ότι το άθροισμα των n πρώτων περιττών θετικών αριθμών είναι ίσο με το τετράγωνο του πλήθους τους.

(Μονάδες 10)

Υλη: 5.2 Αριθμητική πρόοδος.

1347

Θέμα 2ο

Ενα μικρό γήπεδο μπάσκετ έχει δέκα σειρές καθισμάτων και κάθε σειρά έχει k καθίσματα περισσότερα από την προηγούμενη. Η 7^η σειρά έχει 36 καθίσματα και το πλήθος των καθισμάτων του σταδίου είναι 300.

α. Αποτελούν τα καθίσματα του γηπέδου όρους αριθμητικής προόδου? Να αιτιολογήσετε το συλλογισμό σας.

(Μονάδες 12)

β. Πόσα καθίσματα έχει κάθε σειρά?

(Μονάδες 13)

*Υλη: 5.2 Αριθμητική πρόοδος.***1370****Θέμα 2ο**

α. Να βρείτε το άθροισμα των n πρώτων διαδοχικών θετικών ακεραίων $1, 2, 3, \dots, n$

(Μονάδες 12)

β. Να βρείτε πόσους από τους πρώτους διαδοχικούς θετικούς ακέραιους πρέπει να χρησιμοποιήσουμε για να πάρουμε άθροισμα τον αριθμό 45.

(Μονάδες 13)

*Υλη: 3.3 Εξισώσεις δευτέρου βαθμού, 5.2 Αριθμητική πρόοδος.***1387****Θέμα 4ο**

Σε μία αίθουσα θεάτρου με 20 σειρές καθισμάτων, το πλήθος των καθισμάτων κάθε σειράς αυξάνει καθώς ανεβαίνουμε από σειρά σε σειρά, κατά τον ίδιο πάντα αριθμό καθισμάτων. Η 1^η σειρά έχει 16 καθίσματα και η 7^η σειρά έχει 28 καθίσματα.

α. Να δείξετε ότι οι αριθμοί που εκφράζουν το πλήθος των καθισμάτων κάθε σειράς είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου. Να βρείτε τον πρώτο όρο της και τη διαφορά αυτής της προόδου.

(Μονάδες 5)

β. Να βρείτε το γενικό όρο της προόδου.

(Μονάδες 4)

γ. Πόσα καθίσματα έχει όλο το θέατρο?

(Μονάδες 5)

δ. Αν στην 1^η σειρά της αίθουσας αυτής υπάρχουν 6 κενά καθίσματα, στη δεύτερη 2^η υπάρχουν 9 κενά καθίσματα, στην 3^η υπάρχουν 12 κενά καθίσματα και γενικά, τα κενά καθίσματα κάθε σειράς, από τη δεύτερη και μετά, είναι κατά 3 περισσότερα από αυτά της προηγούμενης, τότε:

α. Να βρείτε από ποια σειρά και μετά θα υπάρχουν μόνο κενά καθίσματα.

(Μονάδες 5)

β. Να βρείτε πόσοι είναι οι θεατές.

(Μονάδες 6)

*Υλη: 5.2 Αριθμητική πρόοδος.***1399****Θέμα 4ο**

Δίνεται μια αριθμητική πρόοδος (α_n) , όπου $n \in \mathbb{N}^*$. Αν οι τρεις πρώτοι όροι της προόδου είναι: $\alpha_1 = x$, $\alpha_2 = 2x^2 - 3x - 4$, $\alpha_3 = x^2 - 2$, όπου $x \in \mathbb{Z}$, τότε:

α. Να αποδειχθεί ότι $x = 3$.

(Μονάδες 10)

β. Να βρεθεί ο n -οστός όρος της προόδου και να αποδειχθεί ότι δεν υπάρχει όρος της προόδου που να ισούται με 2014.

(Μονάδες 8)

γ. Να υπολογιστεί το άθροισμα $S = a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{15}$.

(Μονάδες 7)

Υλη: 5.2 Αριθμητική πρόοδος.

1411

Θέμα 4ο

Ενας μελισσοκόμος έχει τοποθετήσει 20 κυψέλες σε μια ευθεία η οποία διέρχεται από την αποθήκη του Α. Η πρώτη κυψέλη απέχει 1 μέτρο από την αποθήκη Α, η δεύτερη 4 μέτρα από το Α, η τρίτη 7 μέτρα από το Α και γενικά κάθε επόμενη κυψέλη απέχει από την αποθήκη Α, 3 επιπλέον μέτρα, σε σχέση με την προηγούμενη κυψέλη.

α. Να δείξετε ότι οι αποστάσεις των κυψελών από την αποθήκη Α αποτελούν διαδοχικούς όρους αριθμητικής προόδου και να βρείτε το όρο αυτής της προόδου. Τι εκφράζει ο πρώτος όρος της αριθμητικής προόδου και τι η διαφορά της?

(Μονάδες 6)

β. Σε πόση απόσταση από την αποθήκη Α είναι η $20^{\text{η}}$ κυψέλη;

(Μονάδες 6)

γ. Ο μελισσοκόμος ξεκινώντας από την αποθήκη Α συλλέγει το μέλι, από μία κυψέλη κάθε φορά, και το μεταφέρει πάλι πίσω στην αποθήκη Α.

α. Ποια είναι απόσταση που θα διανύσει ο μελισσοκόμος για να συλλέξει το μέλι από την $3^{\text{η}}$ κυψέλη?

(Μονάδες 6)

β. Ποια είναι η συνολική απόσταση που θα διανύσει ο μελισσοκόμος για να συλλέξει το μέλι και από τις 20 κυψέλες?

(Μονάδες 7)

Υλη: 5.2 Αριθμητική πρόοδος.

1417

Θέμα 4ο

Ενα κλειστό στάδιο έχει 25 σειρές καθισμάτων. Στην πρώτη σειρά έχει 12 καθίσματα και καθεμιά από τις επόμενες σειρές έχει δυο καθίσματα παραπάνω από την προηγούμενη.

α. Να βρείτε πόσα καθίσματα έχει η μεσαία και πόσα η τελευταία σειρά.

(Μονάδες 10)

β. Να υπολογίσετε την χωρητικότητα του σταδίου.

(Μονάδες 5)

- γ. Οι μαθητές ενός Λυκείου προκειμένου να παρακολουθήσουν μια εκδήλωση, κατέλαβαν όλα τα καθίσματα από την 7^η μέχρι και την 14^η σειρά. Να βρείτε το πλήθος των μαθητών του Λυκείου.

(Μονάδες 10)

*Υλη: 5.2 Αριθμητική πρόοδος.***1430****Θέμα 4ο**

Ο Διονύσης γράφει στο τετράδιό του τους αριθμούς 3, 7, 11, 15, ... και συνεχίζει προσθέτοντας κάθε φορά το 4. Σταματάει όταν έχει γράψει τους 40 πρώτους από τους αριθμούς αυτούς.

- α. Είναι οι παραπάνω αριθμοί διαδοχικοί όροι μιας αριθμητικής προόδου? Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

(Μονάδες 4)

- β. Να βρείτε το άθροισμα των 40 αυτών αριθμών.

(Μονάδες 7)

- γ. Είναι ο αριθμός 120 ένας από αυτούς τους 40 αριθμούς? Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

(Μονάδες 7)

- δ. Ο Γιώργος πήρε το τετράδιο του Διονύση και συνέχισε να γράφει διαδοχικούς όρους της ίδιας αριθμητικής προόδου, από εκεί που είχε σταματήσει ο Διονύσης μέχρι να εμφανιστεί ο αριθμός 235. Να βρείτε το άθροισμα των αριθμών που έγραψε ο Γιώργος.

(Μονάδες 7)

*Υλη: 3.1 Εξισώσεις πρώτου βαθμού, 5.2 Αριθμητική πρόοδος.***1453****Θέμα 4ο**

Δίνεται η αριθμητική πρόοδος (a_n) με διαφορά ω .

1. Να αποδείξετε ότι $a_{20} - a_{10} = 10\omega$.

(Μονάδες 6)

2. Αν $a_{20} - a_{10} = 30$ και $a_1 = 1$, να αποδείξετε ότι $a_n = 3n - 2$.

(Μονάδες 6)

3. Ποιος είναι ο πρώτος όρος της προόδου που ξεπερνάει το 30?

(Μονάδες 7)

4. Πόσοι όροι της παραπάνω προόδου είναι μικρότεροι του 60?

(Μονάδες 6)

Υλη: 4.1 Ανισώσεις πρώτου βαθμού, 5.2 Αριθμητική πρόοδος.

1471**Θέμα 4ο**

Σε αριθμητική πρόοδος είναι $a_2 = \kappa^2$ και $a_3 = (\kappa + 1)^2$, κ ακέραιος με $\kappa > 1$.

1. Να αποδείξετε ότι η διαφορά ω της προόδου είναι αριθμός περιττός.

(Μονάδες 8)

2. Αν επιπλέον ο πρώτος όρος της είναι $a_1 = 2$, τότε:

(α) να βρείτε τον αριθμό κ και να αποδείξετε ότι $\omega = 7$.

(Μονάδες 8)

(β) να εξετάσετε αν ο αριθμός 1017 είναι όρος της προόδου.

(Μονάδες 9)

Υλη: 3.3. Εξισώσεις δευτέρου βαθμού, 5.2 Αριθμητική πρόοδος.

1488**Θέμα 4ο**

Στην Α' τάξη ενός Λυκείου της Καρδίτσας η σύμβουλος των μαθηματικών πρόκειται να πραγματοποιήσει μια δραστηριότητα. Επειδή όμως δεν γνωρίζει το πλήθος των μαθητών της τάξης, συμβουλευεται το Γυμναστή του σχολείου, που στοιχίζει τους μαθητές για τις παρελάσεις και εκείνος της απαντά με ένα πρόβλημα: ((Μπορώ να τοποθετήσω όλους τους μαθητές σε x σειρές με $x - 1$ μαθητές σε κάθε σειρά. Αν όμως θελήσω να τους τοποθετήσω σε $x + 3$ σειρές με $x - 3$ μαθητές σε κάθε σειρά, θα μου λείπει ένας μαθητής)).

1. Να βρείτε την τιμή του x .

(Μονάδες 6)

2. Να αποδείξετε η Α' τάξη έχει 90 μαθητές.

(Μονάδες 6)

3. Η σύμβουλος σκοπεύει να μοιράσει τους παραπάνω 90 μαθητές σε ν ομάδες εργασίας, ώστε στην πρώτη ομάδα να πάνε 2 μαθητές και σε κάθε επόμενη ομάδα να πηγαίνουν 2 παραπάνω κάθε φορά. Να βρείτε την τιμή του ν , δηλαδή πόσες ομάδες εργασίας θα δημιουργηθούν.

(Μονάδες 13)

Υλη: 3.1 Εξισώσεις πρώτου βαθμού, 3.3 Εξισώσεις δευτέρου βαθμού, 5.2 Αριθμητική πρόοδος.

1502**Θέμα 4ο**

Οι αριθμοί $x^2 + 5$, $x^2 + x$, $2x + 4$, με τη σειρά που δίνονται, είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου.

1. Να βρείτε τις δυνατές τιμές του αριθμού x .

(Μονάδες 6)

2. Αν $x = 3$ και ο αριθμός $x^2 + 5$ είναι ο 4^{ος} όρος της προόδου, να βρείτε:

(α) Τη διαφορά ω της αριθμητικής προόδου.

(Μονάδες 5)

(β) Τον πρώτο όρο της προόδου.

(Μονάδες 6)

(γ) Το άθροισμα $S = a_{15} + a_{16} + a_{17} + \dots + a_{24}$.

(Μονάδες 8)

Υλη: 5.2 Αριθμητική πρόοδος.

1503

Θέμα 4ο

Σε μια αριθμητική πρόοδο (a_n) , ο 3^{ος} όρος είναι $a_3 = 8$ και ο 8^{ος} όρος είναι $a_8 = 23$.

1. Να αποδείξετε ότι ο 1^{ος} όρος της αριθμητικής προόδου είναι $a_1 = 2$ και η διαφορά της $\omega = 3$.

(Μονάδες 9)

2. Να υπολογίσετε τον 31^ο όρο της.

(Μονάδες 6)

3. Να υπολογίσετε το άθροισμα

$$S = (a_1 + 1) + (a_2 + 2) + (a_3 + 3) + \dots + (a_{31} + 31)$$

(Μονάδες 10)

Υλη: 5.2 Αριθμητική πρόοδος.

1507

Θέμα 4ο

Δίνεται αριθμητική πρόοδος (a_n) με $a_3 = 10$ και $a_{20} = 61$.

1. Να βρεθεί ο πρώτος όρος και η διαφορά της προόδου.

(Μονάδες 8)

2. Να εξετάσετε αν ο αριθμός 333 είναι όρος της προόδου.

(Μονάδες 8)

3. Να εξετάσετε αν υπάρχουν διαδοχικοί όροι x και y της παραπάνω προόδου (a_n) , τέτοιοι ώστε να ισχύει $\frac{x}{2} = \frac{y}{3}$.

(Μονάδες 9)

Υλη: 5.2 Αριθμητική πρόοδος.

Βιβλιογραφία:

Τράπεζα Θεμάτων Διαβαθμισμένης Δυσκολίας, ΑΛΓΕΒΡΑ Α ΛΥΚΕΙΟΥ, Υ.ΠΑΙ.Θ.

<http://iep.edu.gr/> - ΙΝΣΤΙΤΟΥΤΟ ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΗΣ ΠΟΛΙΤΙΚΗΣ (ΙΕΠ)

Creative Commons Αναφορά Δημιουργού - Μη Εμπορική Χρήση - Παρόμοια Διανομή 4.0 Διεθνές

