

§6.2 Γραφική παράσταση συνάρτησης (Τράπεζα Θεμάτων)

1259**Θέμα 2ο**

Δίνεται η συνάρτηση f , με τύπο $f(x) = \frac{1}{x^2 - 1}$.

α. Να βρείτε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης.

(Μονάδες 13)

β. Να βρείτε τις δυνατές τιμές του πραγματικού αριθμού α , ώστε το σημείο $M(\alpha, \frac{1}{8})$ να ανήκει στη γραφική παράσταση της συνάρτησης f .

(Μονάδες 12)

Υλη: 3.3 Εξισώσεις δευτέρου βαθμού, 6.2 Γραφική παράσταση συνάρτησης.

1299**Θέμα 2ο**

α. Να παραγοντοποιήσετε την παράσταση: $A = x^3 - x^2 + 3x - 3$.

(Μονάδες 13)

β. Να δείξετε ότι οι γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων $f(x) = \frac{3}{x}$ και $g(x) = x^2 - x + 3$ έχουν ένα μόνο κοινό σημείο, το $A(1, 3)$.

(Μονάδες 12)

Υλη: 2.1 Οι πράξεις και οι ιδιότητες τους, 6.2 Γραφική παράσταση συνάρτησης.

1301**Θέμα 2ο**

Δίνονται οι συναρτήσεις $f(x) = x^3$ και $g(x) = x$, $x \in \mathbb{R}$

α. Να δείξετε ότι οι γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων f, g τέμνονται σε τρία σημεία τα οποία και να βρείτε.

(Μονάδες 13)

β. Αν A, O, B είναι τα σημεία τομής των παραπάνων γραφικών παραστάσεων, όπου $O(0, 0)$, να αποδείξετε ότι A, B είναι συμμετρικά ως προς το O .

(Μονάδες 12)

Υλη: 6.1 Η έννοια της συνάρτησης, 6.2 Γραφική παράσταση συνάρτησης.

1302

Θέμα 2ο

Δίνεται η συνάρτηση f , με $f(x) = \frac{2x^2 - 6x}{2|x| - 6}$.

α. Να προσδιορίσετε το πεδίο ορισμού A της συνάρτησης f .

(Μονάδες 10)

β. Να αποδείξετε ότι $f(x) = |x|$, για κάθε $x \in A$.

(Μονάδες 10)

γ. Να χαράξετε τη γραφική παράσταση της συνάρτησης f για $x > 0$.

(Μονάδες 5)

Υλη: 6.1 Η έννοια της συνάρτησης, 6.2 Γραφική παράσταση συνάρτησης.

1304

Θέμα 2ο

Στο παρακάτω σύστημα συντεταγμένων δίνεται η γραφική παράσταση μίας συνάρτησης f .

α. Να προσδιορίσετε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης.

(Μονάδες 6)

β. Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα τιμών:

x	-2	-1		1	2	
y			-1			-3

Πίνακας 1: Άσκηση 1304 - Πίνακας τιμών συνάρτησης.

(Μονάδες 6)

γ. Να βρείτε τα σημεία τομής της γραφικής παράστασης με τους άξονες.

(Μονάδες 6)

δ. Να προσδιορίσετε τα διαστήματα του πεδίου ορισμού στα οποία η συνάρτηση παίρνει αρνητικές τιμές.

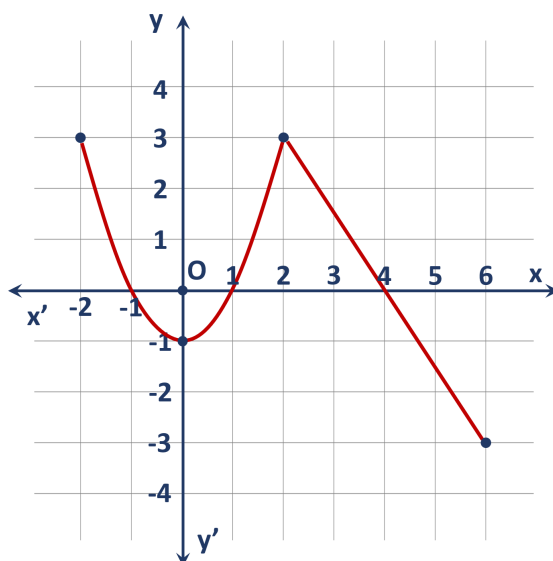
(Μονάδες 7)

Υλη: 6.1 Η έννοια της συνάρτησης, 6.2 Γραφική παράσταση συνάρτησης.

1305

Θέμα 2ο

Στο σύστημα συντεταγμένων που φαίνεται στο σχήμα, δίνεται η γραφική παράσταση μίας συνάρτησης f .



Σχήμα 1: Άσκηση 1304.

α. Να προσδιορίσετε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης.

(Μονάδες 6)

β. Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα τιμών:

x	-3	-1	0	3		
y					-2	-4

Πίνακας 2: Άσκηση 1305 - Πίνακας τιμών συνάρτησης.

(Μονάδες 6)

γ. Να βρείτε τα σημεία τομής της γραφικής παράστασης με τους άξονες.

(Μονάδες 6)

δ. Να προσδιορίσετε το διάστημα του πεδίου ορισμού στο οποίο η συνάρτηση παίρνει θετικές τιμές.

(Μονάδες 7)

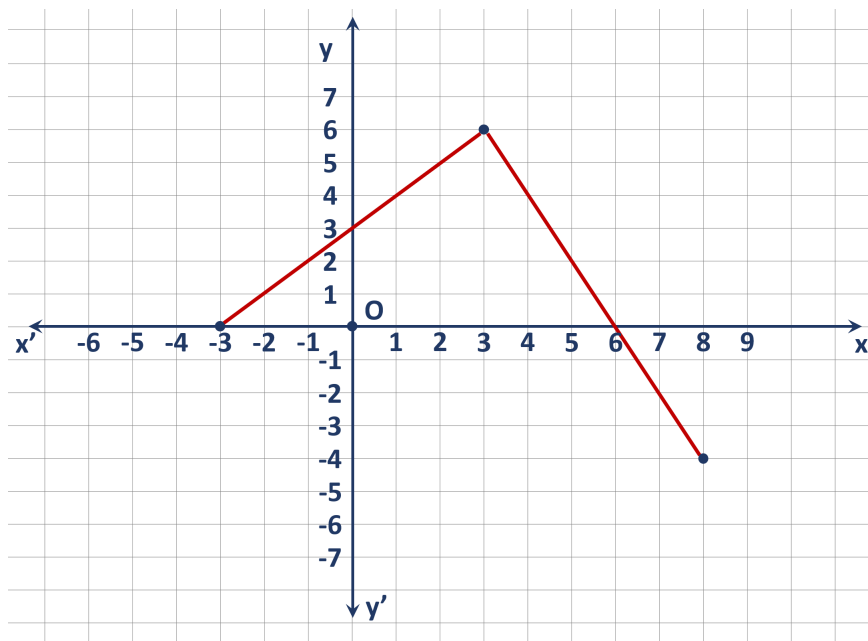
Υλη: 6.1 Η έννοια της συνάρτησης, 6.2 Γραφική παράσταση συνάρτησης.

1345

Θέμα 2ο

Δίνεται η συνάρτηση f , με $f(x) = \frac{x^2 - 5x + 6}{x - 3}$.

α. Να βρείτε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης f .



Σχήμα 2: Άσκηση 1305.

(Μονάδες 7)

β. Να απλοποιήσετε τον τύπο της συνάρτησης f .

(Μονάδες 9)

γ. Να βρείτε τα σημεία τομής της γραφικής παράστασης της f με τους άξονες x' και y' .

(Μονάδες 9)

*Υλη: 6.1 Η έννοια της συνάρτησης, 6.2 Γραφική παράσταση συνάρτησης.***1358****Θέμα 2ο**Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = x^2 + 2x - 15$, $x \in \mathbb{R}$.α. Να υπολογίσετε το άθροισμα $f(-1) + f(0) + f(1)$.

(Μονάδες 10)

β. Να βρείτε τα κοινά σημεία της γραφικής παράστασης της f με τους άξονες.

(Μονάδες 15)

*Υλη: 3.3 Εξισώσεις δευτέρου βαθμού, 6.1 Η έννοια της συνάρτησης, 6.2 Γραφική παράσταση συνάρτησης.***1393****Θέμα 4ο**Δίνονται οι συναρτήσεις $f(x) = x^2 + 3x + 2$ και $g(x) = x + 1$, $x \in \mathbb{R}$

- α. Να δείξετε ότι οι γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων f, g έχουν ένα μόνο κοινό σημείο, το οποίο στη συνέχεια να προσδιορίσετε.

(Μονάδες 10)

- β. Δίνεται η συνάρτηση $h(x) = x + \alpha$. Να δείξετε ότι:

1. Αν $\alpha > 1$, τότε οι γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων f, h έχουν δύο κοινά σημεία.
2. Αν $\alpha < 1$, τότε οι γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων f, h δεν έχουν κοινά σημεία.

(Μονάδες 15)

Υλη: 3.3 Εξισώσεις δευτέρου βαθμού, 6.2 Γραφική παράσταση συνάρτησης.

1408**Θέμα 4ο**

Δίνονται οι συναρτήσεις: $f(x) = x^2$ και $g(x) = \lambda x + (1 - \lambda)$, $x \in \mathbb{R}$ και λ παράμετρος με $\lambda \neq 0$.

- α. Να δείξετε ότι οι γραφικές παραστάσεις C_f και C_g έχουν για κάθε τιμή της παραμέτρου λ ένα τουλάχιστον κοινό σημείο.

(Μονάδες 8)

- β. Για ποια τιμή της παραμέτρου λ οι C_f και C_g έχουν ένα μόνο κοινό σημείο? Ποιο είναι το σημείο αυτό?

(Μονάδες 8)

- γ. Αν $\lambda \neq 2$ και x_1, x_2 είναι οι τετμημένες των κοινών σημείων των C_f και C_g , να βρεθεί η παράμετρος λ ώστε να ισχύει:

$$(x_1 + x_2)^2 = |x_1 + x_2| + 2.$$

(Μονάδες 9)

Υλη: 3.3 Εξισώσεις δευτέρου βαθμού, 6.2 Γραφική παράσταση συνάρτησης.

1433**Θέμα 4ο**

Δίνονται οι συναρτήσεις $f(x) = \alpha x - \alpha + 2$ και $g(x) = x^2 - \alpha + 3$ με $\alpha \in \mathbb{R}$.

- α. Να αποδείξετε ότι η γραφική παράσταση της f διέρχεται από το σημείο $(1, 2)$ για κάθε τιμή του πραγματικού αριθμού α .

(Μονάδες 7)

- β. Αν οι γραφικές παραστάσεις των f και g τέμνονται σε σημείο με τετμημένη 1, τότε:

1. Να βρείτε την τιμή του α .

(Μονάδες 4)

2. Για την τιμή του α που βρήκατε υπάρχει άλλο σημείο τομής των γραφικών παραστάσεων των f και g ? Αιτιολογήστε την απάντησή σας.

(Μονάδες 4)

γ. Να βρείτε για ποιες τιμές του α οι γραφικές παραστάσεις των f και g έχουν δύο σημεία τομής.

(Μονάδες 10)

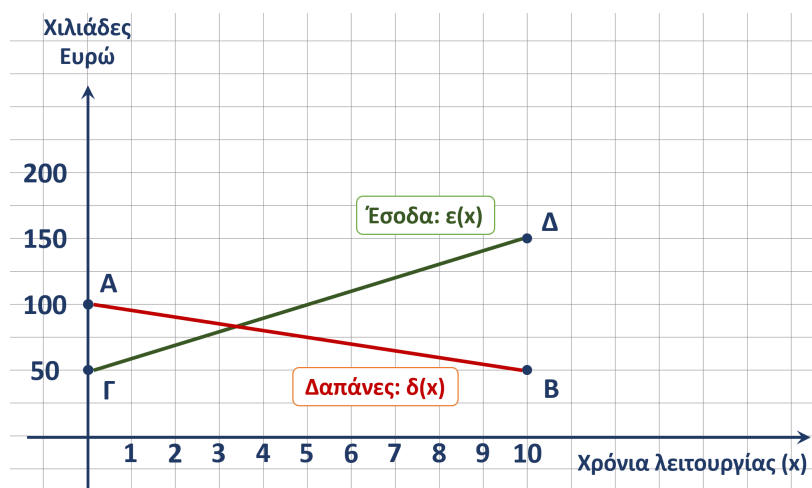
Υλη: 3.3 Εξισώσεις δευτέρου βαθμού, 4.2 Ανισώσεις δευτέρου βαθμού, 6.2 Γραφική παράσταση συνάρτησης.

1434

Θέμα 4ο

Στο παρακάτω σύστημα συντεταγμένων το ευθύγραμμο τμήμα AB με $A(0, 100)$ και $B(10, 50)$ παριστάνει τη γραφική παράσταση της συνάρτησης $\delta(x)$ των ετήσιων δαπανών μιας εταιρείας, σε χιλιάδες ευρώ, στα x χρόνια της λειτουργίας της.

Το ευθύγραμμο τμήμα ΓΔ με $\Gamma(0, 50)$ και $\Delta(10, 150)$ παριστάνει τη γραφική παράσταση της συνάρτησης των ετήσιων εσόδων $\epsilon(x)$ της εταιρείας, σε χιλιάδες ευρώ, στα x χρόνια της λειτουργίας της. Οι γραφικές παραστάσεις αναφέρονται στα δέκα πρώτα χρόνια λειτουργίας της εταιρείας.



Σχήμα 3: Άσκηση 1434 - Εσοδα και έξοδα εταιρείας.

α. Με τη βοήθεια των γραφικών παραστάσεων να εκτιμήσετε τα έσοδα και τα έξοδα τον πέμπτο χρόνο λειτουργίας της εταιρείας.

(Μονάδες 4)

β. 1. Να προσδιορίσετε τους τύπους των συναρτήσεων $\delta(x)$, $\epsilon(x)$ και να ελέγξετε αν οι εκτιμήσεις σας στο (α') ερώτημα ήταν σωστές.

(Μονάδες 15)

2. Να βρείτε τις συντεταγμένες του σημείου τομής των τμημάτων AB και ΓΔ και να τις ερμηνεύσετε στο πλαίσιο του προβλήματος.

(Μονάδες 6)

Υλη: 3.1 Εξισώσεις πρώτου βαθμού, 6.1 Η έννοια της συνάρτησης, 6.2 Γραφική παράσταση συνάρτησης.

1444

Θέμα 4ο

Για δεδομένο $\lambda \in \mathbb{R}$, θεωρούμε τη συνάρτηση f , με $f(x) = (\lambda + 1)x^2 - (\lambda + 1)x + 2$, $x \in \mathbb{R}$.

- α. Να δείξετε ότι, για οποιαδήποτε τιμή του λ , η γραφική παράσταση της συνάρτησης f διέρχεται από το σημείο $A(0, 2)$.

(Μονάδες 3)

- β. Για $\lambda = -1$, να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση της f .

(Μονάδες 4)

- γ. Αν η γραφική παράσταση της f τέμνει τον άξονα $x'x$ στο σημείο $B(2, 0)$, να βρείτε την τιμή του λ και να εξετάσετε αν η γραφική παράσταση τέμνει τον άξονα $x'x$ και σε άλλο σημείο.

(Μονάδες 8)

- δ. Για $\lambda = 1$, να δείξετε ότι η γραφική παράσταση της f βρίσκεται ολόκληρη πάνω από τον άξονα $x'x$.

(Μονάδες 10)

Υλη: 3.1 Εξισώσεις πρώτου βαθμού, 3.3 Εξισώσεις δευτέρου βαθμού, 4.2 Ανισώσεις δευτέρου βαθμού, 6.2 Γραφική παράσταση συνάρτησης.

1446**Θέμα 4ο**

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = x^2 + x + 1$, $x \in \mathbb{R}$.

- α. Να αποδείξετε ότι η γραφική παράσταση C_f της συνάρτησης f δεν τέμνει τον άξονα $x'x$.

(Μονάδες 5)

- β. Να βρείτε τις τετμημένες των σημείων της C_f που βρίσκονται κάτω από την ευθεία $y = 2x + 3$.

(Μονάδες 10)

- γ. Εστω $M(x, y)$ σημείο της C_f . Αν για την τετμημένη x του σημείου M ισχύει, $|2x - 1| < 3$ τότε να δείξετε ότι το σημείο αυτό βρίσκεται κάτω από την ευθεία $y = 2x + 3$.

(Μονάδες 10)

Υλη: 4.1 Ανισώσεις πρώτου βαθμού, 4.2 Ανισώσεις δευτέρου βαθμού, 6.2 Γραφική παράσταση συνάρτησης.

1447**Θέμα 4ο**

Δίνεται η συνάρτηση f , με $f(x) = \begin{cases} -x + 2, & \text{αν } x < 0 \\ x + 2, & \text{αν } x \geq 0 \end{cases}$

- α. Να βρείτε το σημείο τομής της γραφικής παράστασης C_f της f με τον άξονα $y'y$.

(Μονάδες 3)

- β. 1. Να χαράξετε τη C_f και την ευθεία $y = 3$ και στη συνέχεια να εκτιμήσετε τις συντεταγμένες των σημείων τομής τους.

(Μονάδες 5)

2. Να εξετάσετε αν τα σημεία αυτά είναι συμμετρικά ως προς τον άξονα $y'y$. Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

(Μονάδες 4)

- γ. 1. Για ποιες τιμές του πραγματικού αριθμού α , η ευθεία $y = \alpha$ τέμνει τη C_f σε δυο σημεία? Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

(Μονάδες 5)

2. Για τις τιμές του α που βρήκατε στο ερώτημα (γ1), να προσδιορίσετε αλγεβρικά τα σημεία τομής της C_f με την ευθεία $y = \alpha$ και να εξετάσετε αν ισχύουν τα συμπεράσματα του ερωτήματος (β2), αιτιολογώντας τον ισχυρισμό σας.

(Μονάδες 8)

Υλη: 3.1 Εξισώσεις πρώτου βαθμού, 6.2 Γραφική παράσταση συνάρτησης.

1449**Θέμα 4ο**

Δίνονται οι συναρτήσεις f και g , με $f(x) = x^2 - 2x$ και $g(x) = 3x - 4$, $x \in \mathbb{R}$.

- α. Να βρείτε τα κοινά σημεία των γραφικών παραστάσεων των συναρτήσεων f και g .

(Μονάδες 5)

- β. Να βρείτε τα διαστήματα στα οποία η γραφική παράσταση της f είναι κάτω από εκείνη της g .

(Μονάδες 10)

- γ. Να αποδείξετε ότι κάθε ευθεία της μορφής $y = \alpha$, $\alpha < -1$, βρίσκεται κάτω από τη γραφική παράσταση της f .

(Μονάδες 10)

Υλη: 3.3 Εξισώσεις δευτέρου βαθμού, 4.2 Ανισώσεις δευτέρου βαθμού, 6.2 Γραφική παράσταση συνάρτησης.

1468**Θέμα 4ο**

Στο παρακάτω σχήμα, δίνονται οι γραφικές παραστάσεις C_f και C_g των συναρτήσεων f και g αντίστοιχα, με $f(x) = |x - 2|$ και $g(x) = \frac{1}{3}x + \frac{2}{3}$, $x \in \mathbb{R}$.

1. Να εκτιμήσετε τις συντεταγμένες των σημείων τομής των C_f και C_g .

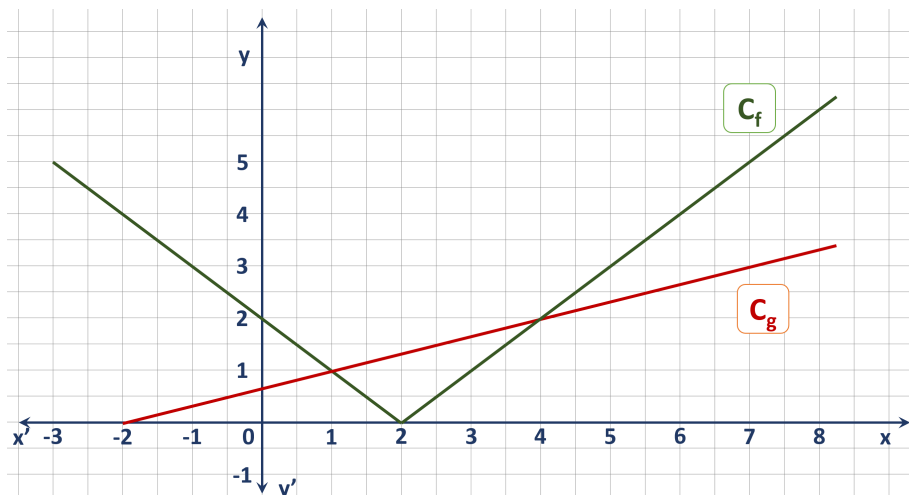
(Μονάδες 6)

2. Να επιβεβαιώσετε αλγεβρικά την απάντησή σας στο ερώτημα (α').

(Μονάδες 8)

3. Με τη βοήθεια των γραφικών παραστάσεων, να βρείτε για ποιες τιμές του x η C_f βρίσκεται πάνω από τη C_g .

(Μονάδες 6)



Σχήμα 4: Άσκηση 1468.

4. Με τη βοήθεια του ερωτήματος (γ'), να βρείτε για ποιες τιμές του x έχει νόημα πραγματικού αριθμού η παράσταση:

$$K = \sqrt{3|2 - x| - (x + 2)}.$$

(Μονάδες 5)

Υλη: 2.3 Απόλυτη τιμή πραγματικού αριθμού, 3.1 Εξισώσεις πρώτου βαθμού, 4.1 Ανισώσεις πρώτου βαθμού, 6.2 Γραφική παράσταση συνάρτησης.

1470**Θέμα 4ο**

Θεωρούμε τις συναρτήσεις $f(x) = x^2 + 1$ και $g(x) = x + \alpha$, με $x \in \mathbb{R}$ και $\alpha \in \mathbb{R}$.

1. Για $\alpha = 1$, να προσδιορίσετε τα κοινά σημεία των γραφικών παραστάσεων των συναρτήσεων f και g .

(Μονάδες 5)

2. Να βρείτε για ποιες τιμές του α οι γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων f και g τέμνονται σε δυο σημεία.

(Μονάδες 10)

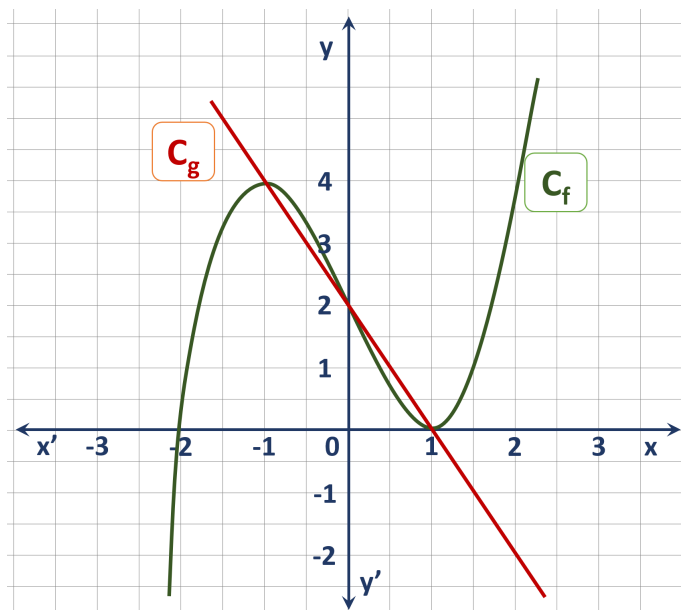
3. Για $\alpha > 1$, να εξετάσετε αν οι τετμημένες των σημείων τομής των γραφικών παραστάσεων των συναρτήσεων f και g είναι ομόσημες ή ετερόσημες.

(Μονάδες 10)

Υλη: 4.2 Ανισώσεις δευτέρου βαθμού, 6.2 Γραφική παράσταση συνάρτησης.

1490**Θέμα 4ο**

Στο παρακάτω σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση μιας συνάρτησης $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ και της συνάρτησης $g(x) = -2x + 2$.



Σχήμα 5: Άσκηση 1490.

Με τη βοήθεια του σχήματος, να βρείτε:

α. Τις τιμές του x για τις οποίες ισχύει $f(x) = -2x + 2$.

(Μονάδες 6)

β. Τις τιμές $f(-1)$, $f(0)$, $f(1)$.

(Μονάδες 6)

γ. Τις τιμές του x , για τις οποίες η γραφική παράσταση της f βρίσκεται πάνω από τη γραφική παράσταση της g .

(Μονάδες 6)

δ. Τις τιμές του x , για τις οποίες η παράσταση $A = \sqrt{f(x) + 2x - 2}$ έχει νόημα πραγματικού αριθμού.

(Μονάδες 7)

Υλη: 6.1 Η έννοια της συνάρτησης, 6.2 Γραφική παράσταση συνάρτησης.

1514

Θέμα 4ο

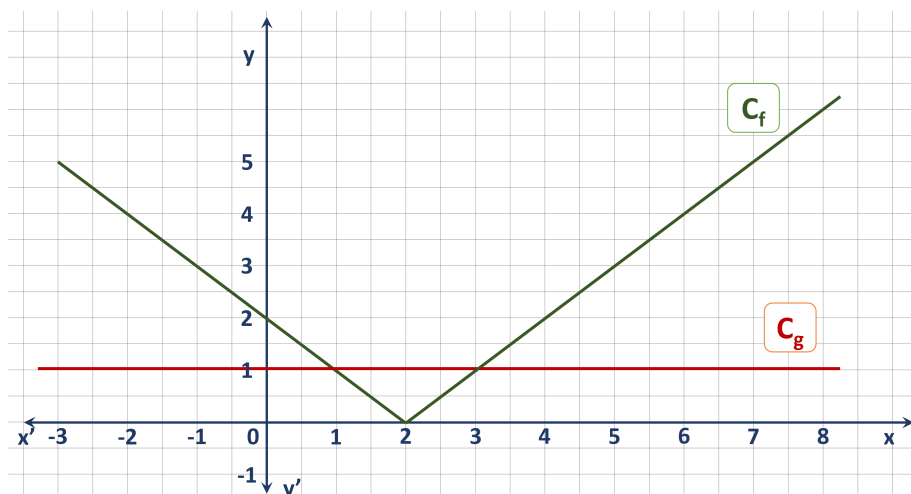
Στο παρακάτω σχήμα, δίνονται οι γραφικές παραστάσεις C_f και C_g των συναρτήσεων f και g αντίστοιχα, με $f(x) = |x - 2|$ και $g(x) = 1$, $x \in \mathbb{R}$.

α. 1. Να εκτιμήσετε τα σημεία τομής των C_f και C_g .

2. Να εκτιμήσετε τις τιμές του x , για τις οποίες η C_f είναι κάτω από τη C_g .

(Μονάδες 10)

β. Να επιβεβαιώσετε αλγεβρικά τις απαντήσεις σας στο προηγούμενο ερώτημα.



Σχήμα 6: Άσκηση 1514.

(Μονάδες 10)

γ. Να βρείτε για ποιες τιμές του x έχει νόημα πραγματικού αριθμού η παράσταση $A = \frac{\sqrt{1-f(x)}}{f(x)}$.

(Μονάδες 5)

Υλη: 4.1 Ανισώσεις πρώτου βαθμού, 6.1 Η έννοια της συνάρτησης, 6.2 Γραφική παράσταση συνάρτησης.

Βιβλιογραφία:

Τράπεζα Θεμάτων Διαβαθμισμένης Δυσκολίας, ΑΛΓΕΒΡΑ Α ΛΥΚΕΙΟΥ, Υ.ΠΑΙ.Θ.

<http://iep.edu.gr/> - ΙΝΣΤΙΤΟΥΤΟ ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΗΣ ΠΟΛΙΤΙΚΗΣ (ΙΕΠ)

Creative Commons Αναφορά Δημιουργού - Μη Εμπορική Χρήση - Παρόμοια Διανομή 4.0 Διεθνές

