

ΑΝΙΣΩΣΕΙΣ 1^{ου} ΒΑΘΜΟΥ ΜΕ ΕΝΑΝ ΑΓΝΩΣΤΟ

- Μία **ανισότητα** που περιέχει μεταβλητή λέγεται **ανίσωση**.
- Αν σε μία ανίσωση υπάρχει ένας άγνωστος και ο μεγαλύτερος εκθέτης του αγνώστου είναι ο αριθμός 1 τότε έχουμε **ανίσωση α' βαθμού με έναν άγνωστο**.
- **Λύση της ανίσωσης** είναι κάθε τιμή της μεταβλητής που την επαληθεύει.
- Η διαδικασία που ακολουθούμε, για να βρούμε τις λύσεις μιας ανίσωσης, ονομάζεται **επίλυση της ανίσωσης**.
- Για κάθε ανίσωση ορίζεται ένα σύνολο λύσεων του οποίου κάθε στοιχείο επαληθεύει την ανίσωση. Το σύνολο αυτό μπορεί να αναπαρασταθεί **συμβολικά ή γραφικά** (στην ευθεία των πραγματικών αριθμών).

ΕΠΙΛΥΣΗ ΑΝΙΣΩΣΕΩΝ 1^{ου} ΒΑΘΜΟΥ

Οι ανισώσεις α' βαθμού λύνονται ακριβώς όπως οι αντίστοιχες εξισώσεις, με τη μόνη διαφορά ότι προσέχω, **όταν διαιρώ ή πολλαπλασιάζω με αρνητικό αριθμό, να αλλάζω τη φορά της ανίσωσης.**

Αναλυτικά, για την επίλυση μιας ανίσωσης πρέπει να ακολουθήσουμε τα εξής βήματα:

1. Πολλαπλασιάζουμε και τα δύο μέλη της ανίσωσης με το Ε.Κ.Π. των παρονομαστών.
2. Απαλείφουμε τους παρονομαστές.
3. Κάνουμε τις πράξεις και βγάζουμε τις παρενθέσεις
4. Χωρίζουμε γνωστούς από αγνώστους
5. Κάνουμε αναγωγή ομοίων όρων.
6. Διαιρούμε και τα δύο μέλη της ανίσωσης με το συντελεστή του αγνώστου. **Αν ο συντελεστής είναι θετικός, η ανισότητα δεν αλλάζει φορά, ενώ αν είναι αρνητικός η φορά της ανισότητας αλλάζει.**
7. Παριστάνω τις λύσεις στην ευθεία των αριθμών.

ΓΡΑΦΙΚΗ ΑΝΑΠΑΡΑΣΤΑΣΗ ΒΑΣΙΚΩΝ ΑΝΙΣΩΣΕΩΝ

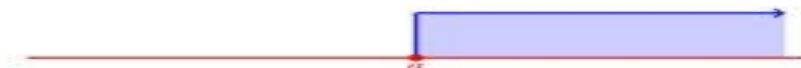
Η λύση μιας ανίσωσης είναι ένα σύνολο αριθμών και όχι μια συγκεκριμένη αριθμητική τιμή. Για αυτό, είναι πολύ χρήσιμο να παραστήσουμε γραφικά την ανίσωση, χρησιμοποιώντας ένα κυκλάκι $\circ$ αν έχω τα σύμβολα $<$, $>$ ή μια κουκίδα $\bullet$ αν έχω τα σύμβολα $\leq$, $\geq$.

Παρακάτω δίνεται η γραφική αναπαράσταση βασικών ανισώσεων.

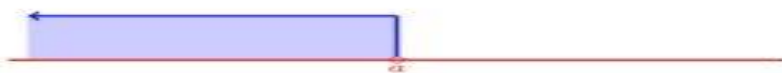
Η ανίσωση $x > a$ με a πραγματικό αριθμό.



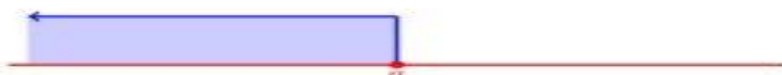
Η ανίσωση $x \geq a$ με a πραγματικό αριθμό.



Η ανίσωση $x < a$ με a πραγματικό αριθμό.



Η ανίσωση $x \leq a$ με a πραγματικό αριθμό.



Η ανίσωση $a < x < b$ με a, b πραγματικούς αριθμούς.



Η ανίσωση $a \leq x \leq b$ με a, b πραγματικούς αριθμούς.



ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ

Να λυθεί η ανίσωση και να παρασταθούν οι λύσεις της στον άξονα των πραγματικών:

$$\frac{x+5}{6} - \frac{x-1}{4} < -2 - \frac{1-x}{6}$$

Βήμα 1°

Πολλαπλασιάζουμε και τα 2 μέλη της ανίσωσης με το Ε.Κ.Π των παρονομαστών

(Ε.Κ.Π = 12 > 0, οπότε η φορά της ανίσωσης δεν αλλάζει)

$$12 \frac{x+5}{6} - 12 \frac{x-1}{4} < -2 \cdot 12 - 12 \frac{1-x}{6}$$

Βήμα 2°

Απαλείφουμε τους παρονομαστές

$$2(x+5) - 3(x-1) < -24 - 2(1-x)$$

Βήμα 3°

Κάνουμε τις πράξεις και βγάζουμε τις παρενθέσεις

$$2x + 10 - 3x + 3 < -24 - 2 + 2x$$

Βήμα 4°

Χωρίζουμε γνωστούς από αγνώστους (**ΠΡΟΣΟΧΗ:** Δεν ξεχνώ να αλλάξω τα πρόσημα των όρων που μεταφέρω από το ένα μέλος στο άλλο)

$$2x - 3x - 2x < -24 - 2 - 10 - 3$$

$$-3x < -39$$

Βήμα 5°

Διαιρώ με τον συντελεστή του αγνώστου (**ΠΡΟΣΟΧΗ:** Όταν ο συντελεστής είναι αρνητικός πρέπει να **αλλάξω τη φορά της ανίσωσης!**)

$$\frac{-3x}{-3} > \frac{-39}{-3} \quad \text{Οπότε} \quad x > 13$$



ΑΣΚΗΣΕΙΣ

A. Να λυθούν οι παρακάτω ανισώσεις και να παρασταθούν οι λύσεις τους στον άξονα των πραγματικών:

$$1. 2(4x+5) - 3(x+3) \leq -5x - 9(1-x)$$

$$2. -3(7+3x) - (8+7x) > -x - 11(x+1)$$

$$3. (x+2)^2 - 2(x-2)^2 \leq 25 - (x+1)^2$$

$$4. \frac{2}{3} - \frac{5-7x}{6} > x - 2$$

$$5. 3 - \frac{2x+1}{3} \leq -\frac{x-1}{2}$$

$$6. \frac{x+1}{2} - \frac{x+3}{4} < 2 - \frac{x-2}{3}$$

$$7. 1 - \frac{3-x}{3} \geq \frac{19}{21} - \frac{1-x}{7}$$

$$8. \frac{x-3}{2} - \frac{x-5}{4} > 1 - \frac{4-x}{3}$$

$$9. \frac{10x-1}{24} - \frac{2x-1}{8} < \frac{2x+5}{4} - \frac{x+3}{2}$$

$$10. \frac{x+2}{8} - \frac{7}{24}(x+1) \geq \frac{x-2}{8} - \frac{x-1}{3}$$

B. Να βρείτε τις κοινές λύσεις των ανισώσεων και να γράψετε τα διαστήματα στα οποία ανήκουν:

$$1. \frac{x-3}{4} - x < \frac{x-1}{2} - \frac{x-2}{3} \quad \text{και} \quad 2 - x > 2x - 8$$

$$2. \frac{x+2}{5} - \frac{x+1}{10} \leq -\frac{x-2}{5} - \frac{3}{2} \quad \text{και} \quad \frac{2x-1}{5} - \frac{x-2}{6} \geq -\frac{x-3}{2} + \frac{5}{3}$$

$$3. \frac{x-1}{2} + \frac{2x+3}{4} < \frac{x}{6} \quad \text{και} \quad \frac{x-12}{2} + \frac{x}{2} + \frac{3}{4} > x$$

$$4. \frac{2x-3}{2} + \frac{1}{8} \leq \frac{5x}{4} \quad \text{και} \quad \frac{x-1}{6} - \frac{3-2x}{3} < \frac{x-1}{2}$$

